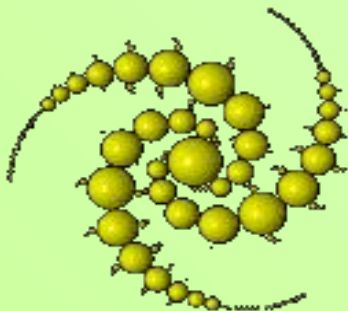


**Презентация к серии уроков  
по учебному предмету «Математика»  
в 11-ом классе (углубленного изучения)  
на тему:**

(Презентация рассчитана на 3 урока)



Презентация выполнена:  
**Леоновой Натальей Валерьевной,**  
Учителем математики  
первой квалификационной категории  
«Основной общеобразовательной школы №9»  
Г. Шумихи, Курганской области

**Цель урока:** применение формул объёмов тел вращения для решения задач практического и прикладного характера.

**Задачи урока.**

**Образовательные:**

- сформировать умения решать задачи на вычисление объема тел вращения и их частей;
- создать условия для контроля и самоконтроля усвоения знаний;
- осуществить выход на творческий уровень в ходе решения прикладных задач;

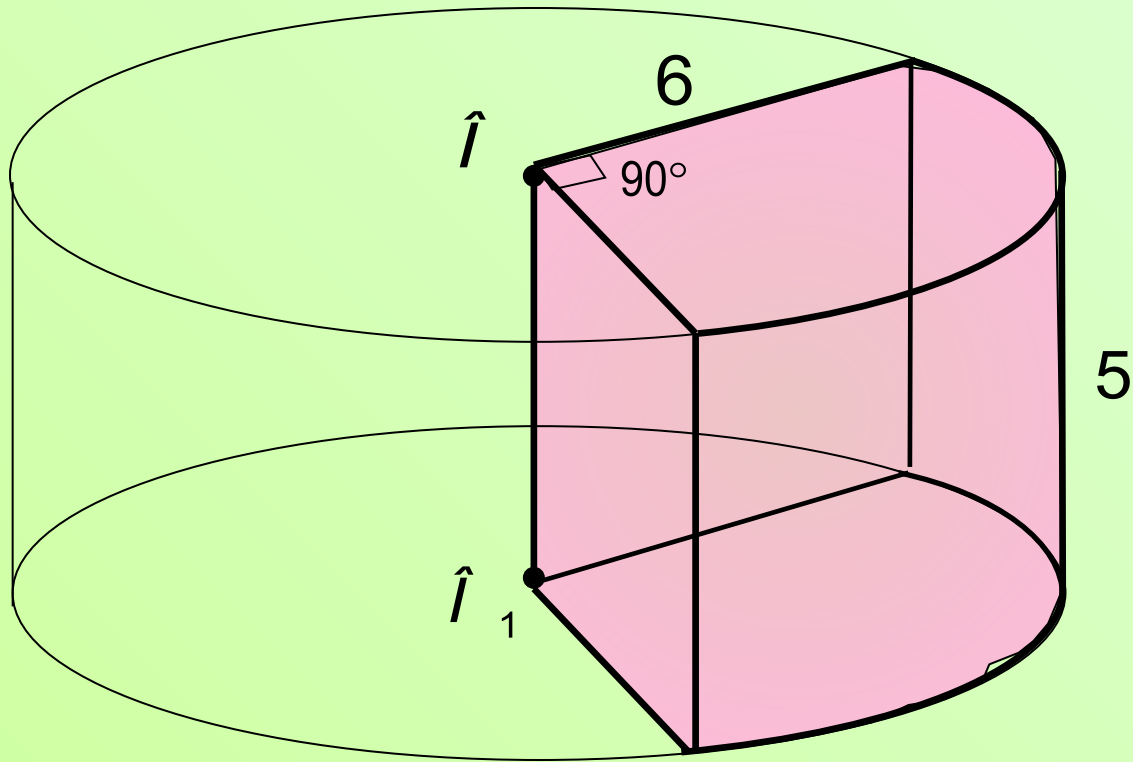
**Развивающие:**

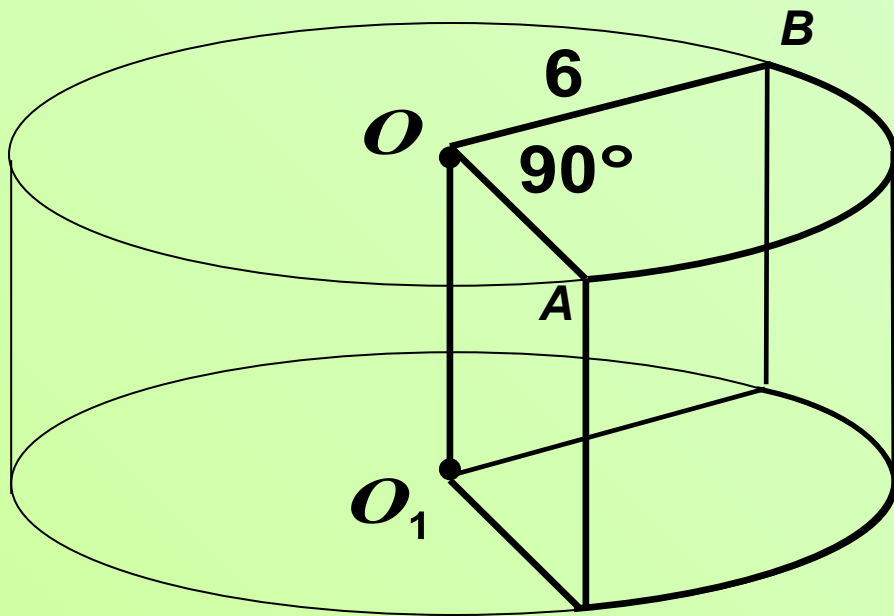
- развивать познавательный интерес учащихся в процессе решения задач повышенной сложности и умения преодолевать трудности при их решении.
- развивать любознательность, познавательный интерес, мышление и речь, внимание и память.

**Воспитательные:**

- воспитывать волю и настойчивость в достижении цели.
- формировать интерес к математике и ее приложениям.

1. Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке. Ответ укажите в  $\frac{V}{\pi}$ .





Дано:  $F$  – цилиндр,

$F_1$  – искомая часть  
цилиндра

$$R = 6, \quad h = 5$$

$$\angle AOB = 90^\circ$$

Найти

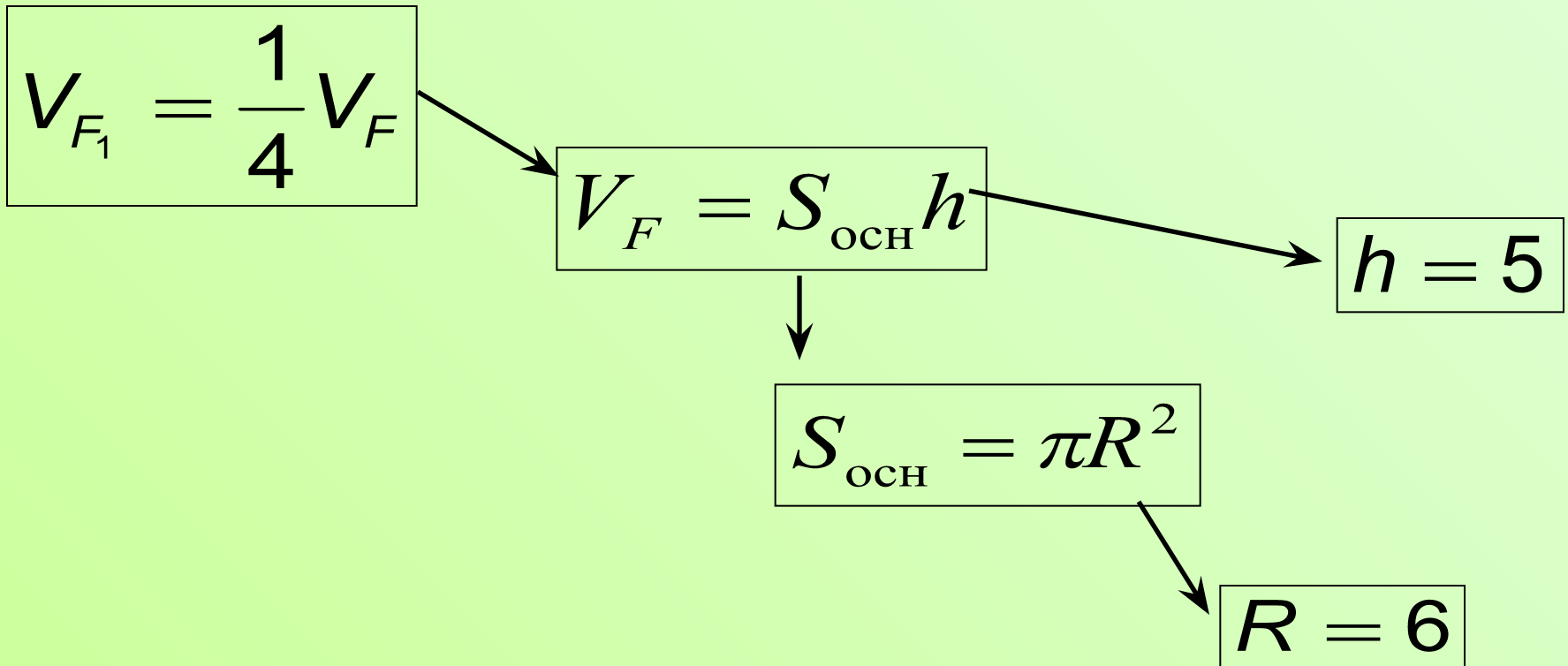
:

$$V_{F_1}$$

Так как основанием цилиндра является круг,

а  $\angle AOB = 90^\circ$  , то  $F_1 = \frac{1}{4}F \Rightarrow V_{F_1} = \frac{1}{4}V_F$

Составим схему решения:



*Решение:*

$$1. \quad S_{\text{осн}} = \pi \cdot 6^2 = 36\pi$$

$$2. \quad V_F = 36\pi \cdot 5 = 180\pi$$

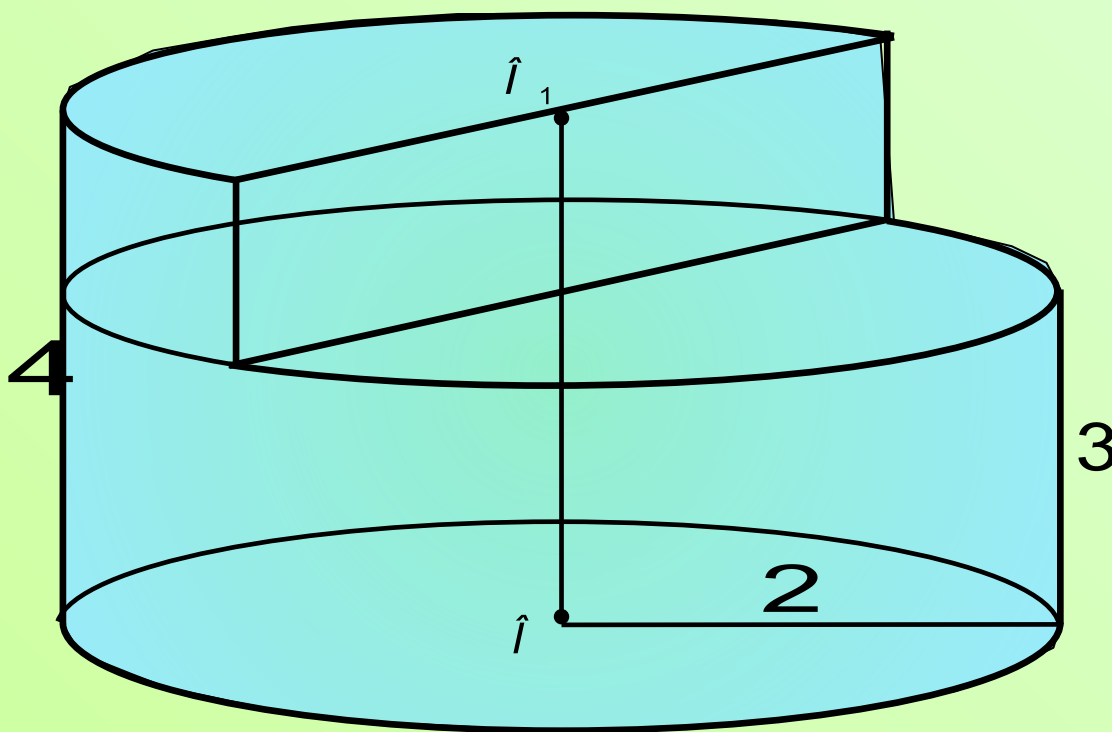
$$3. \quad V_{F_1} = \frac{1}{4} \cdot 180\pi = 45\pi$$

Так как ответ нужно записать в виде  $\frac{V}{\pi}$ ,

$$\text{то} \quad \frac{45\pi}{\pi} = 45$$

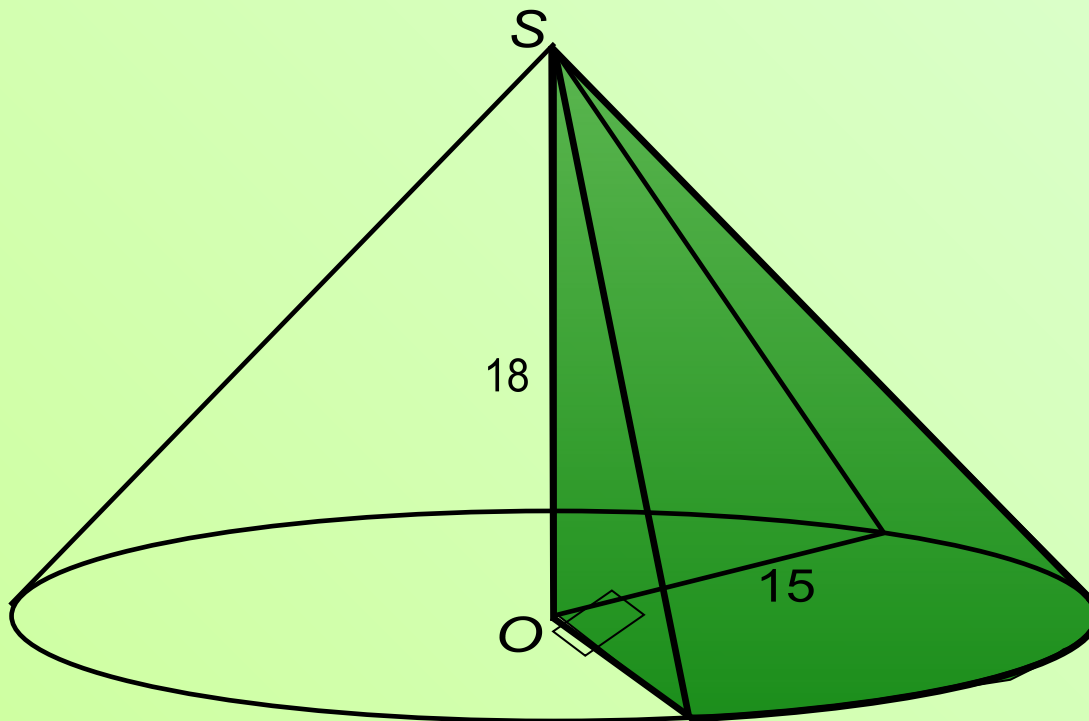
*Ответ:* 45

2. Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке. Ответ укажите в  $\frac{V}{\pi}$ .



Ответ: 14

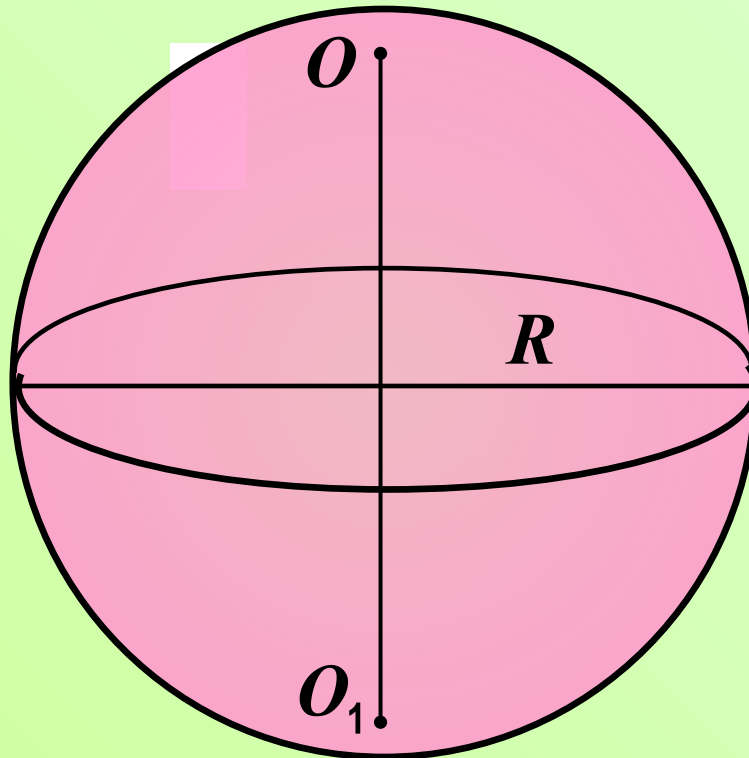
3. Найдите объем  $V$  части конуса, изображенной на рисунке. Ответ укажите в  $\frac{V}{\pi}$ .



Ответ: 337,5

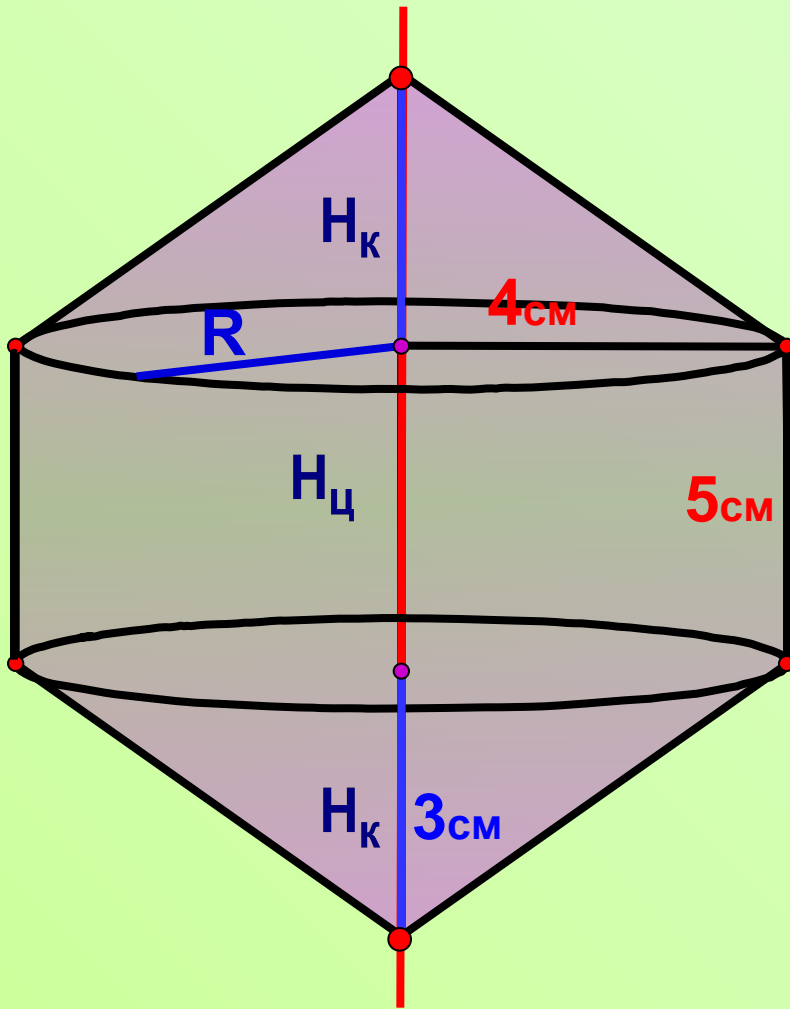


4. Площадь поверхности шара равна  $225\pi$ . Найдите его объем. Ответ укажите в  $\frac{V}{\pi}$ .



Ответ: 562,5

**ЗАДАЧА № 5.** Равнобокая трапеция с основаниями 5 и 11 см и высотой 4 см вращается около большего основания. Найдите объем тела вращения.



$$V_{\text{т.вр.}} = V_{\text{ц}} + 2 V_{\text{к}}$$

$$V_{\text{ц}} = \pi R_{\text{ц}}^2 H_{\text{ц}}$$

$$V_{\text{к}} = \frac{1}{3} \pi R_{\text{к}}^2 H_{\text{к}}$$

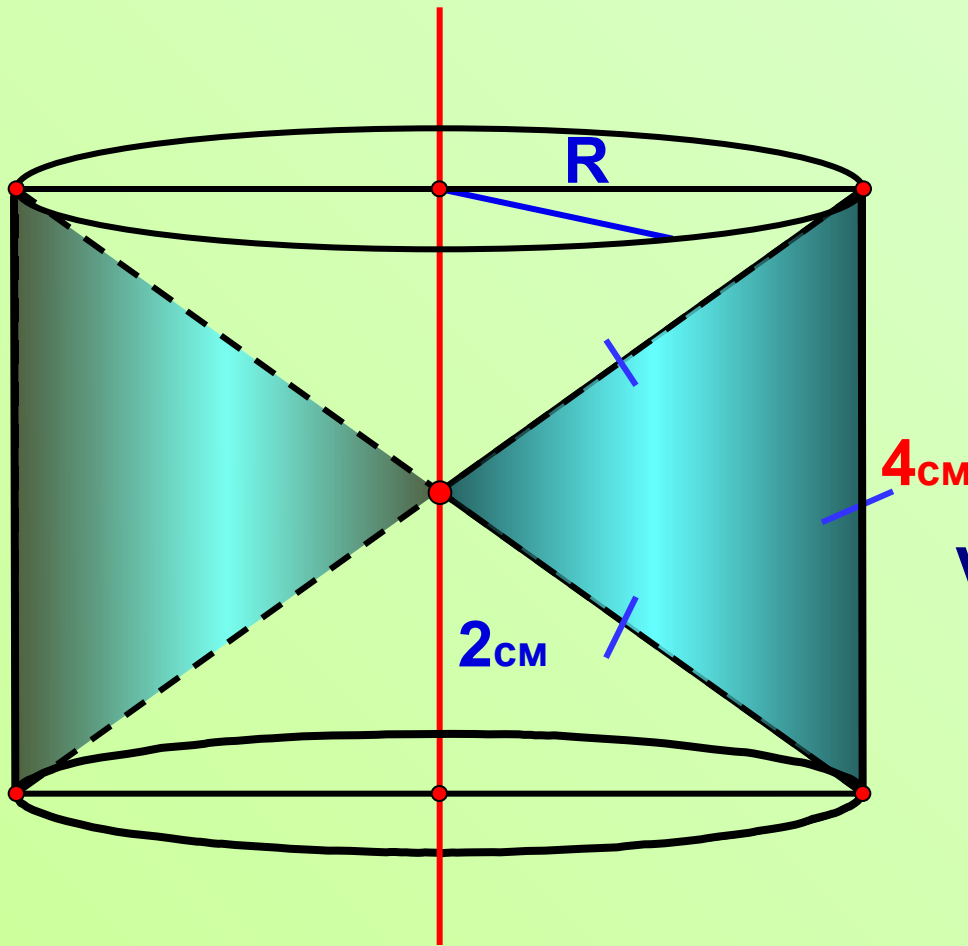
$$R_{\text{ц}} = R_{\text{к}} = R = 4$$

$$V_{\text{т.вр.}} = \pi \cdot 16 \cdot 5 + 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 16 \cdot 3$$

$$V_{\text{т.вр.}} = 80 \pi + 32 \pi$$

$$V_{\text{т.вр.}} = 112 \pi$$

**ЗАДАЧА № 6.** Правильный треугольник со стороной 4 см вращается около оси, проведенной через вершину параллельно стороне, не проходящей через эту вершину. Найдите объем тела вращения.



$$V_{\text{т.вр.}} = V_{\text{ц}} - 2 V_{\text{к}}$$

$$V_{\text{ц}} = \pi R_{\text{ц}}^2 H_{\text{ц}}$$

$$V_{\text{к}} = \frac{1}{3} \pi R_{\text{к}}^2 H_{\text{к}}$$

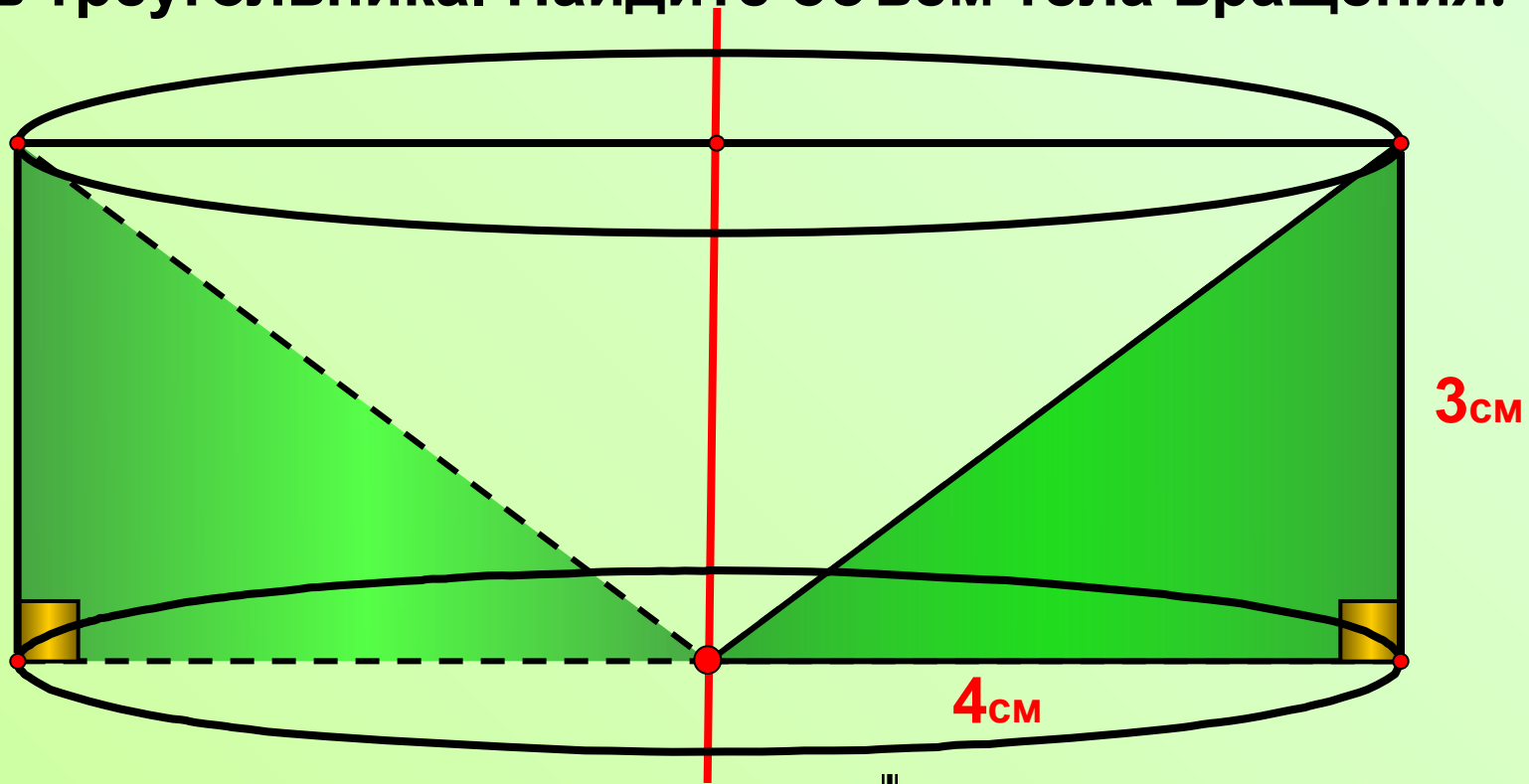
$$R_{\text{ц}} = R_{\text{к}} = R = \sqrt{3} \text{ см}$$

$$V_{\text{т.вр.}} = \pi \cdot 12 \cdot 4 - 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 12 \cdot 2$$

$$V_{\text{т.вр.}} = 48 \pi - 16 \pi$$

$$V_{\text{т.вр.}} = 32 \pi$$

**ЗАДАЧА № 7.** Прямоугольный треугольник с катетами 3 и 4 см вращается около прямой, параллельной меньшему из катетов и проходящей через вершину меньшего из углов треугольника. Найдите объем тела вращения.



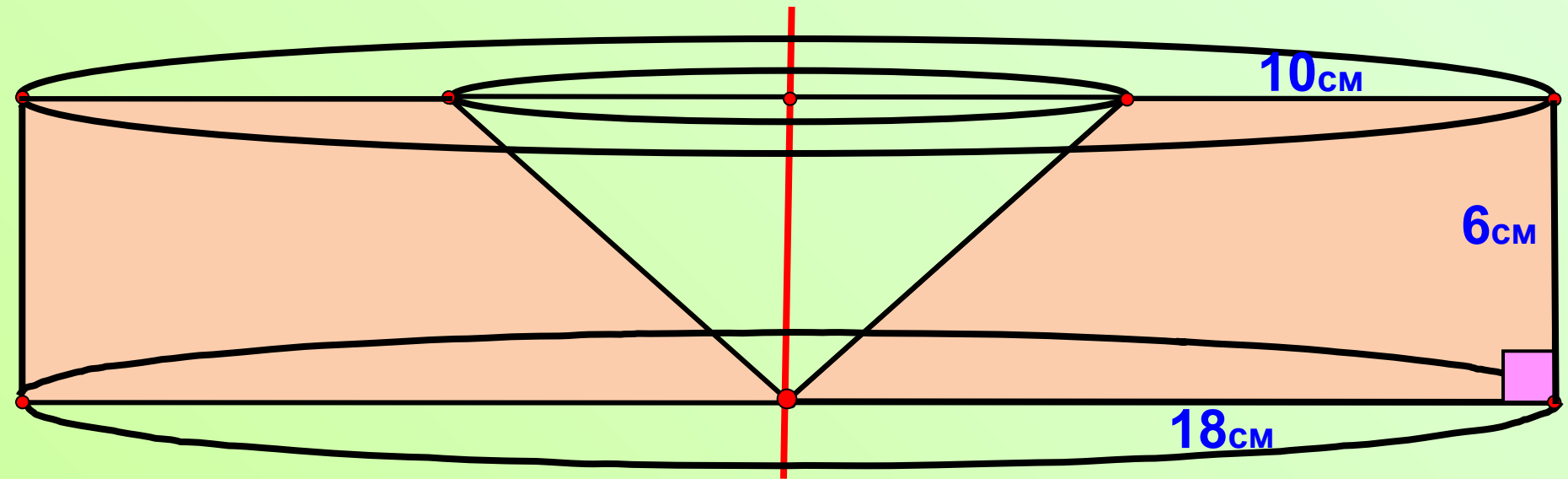
$$V_{\text{т.вр.}} = V_{\text{ц}} - V_{\text{к}}$$

$$V_{\text{т.вр.}} = \pi \cdot 4^2 \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 3$$

$$V_{\text{т.вр.}} = 48\pi - 16\pi$$

$$V_{\text{т.вр.}} = 32\pi$$

**ЗАДАЧА № 8.** Прямоугольная трапеция с основаниями 10 и 18 см и высотой 6 см вращается около прямой, проходящей через вершину острого угла перпендикулярно основаниям. Найдите объем тела вращения.



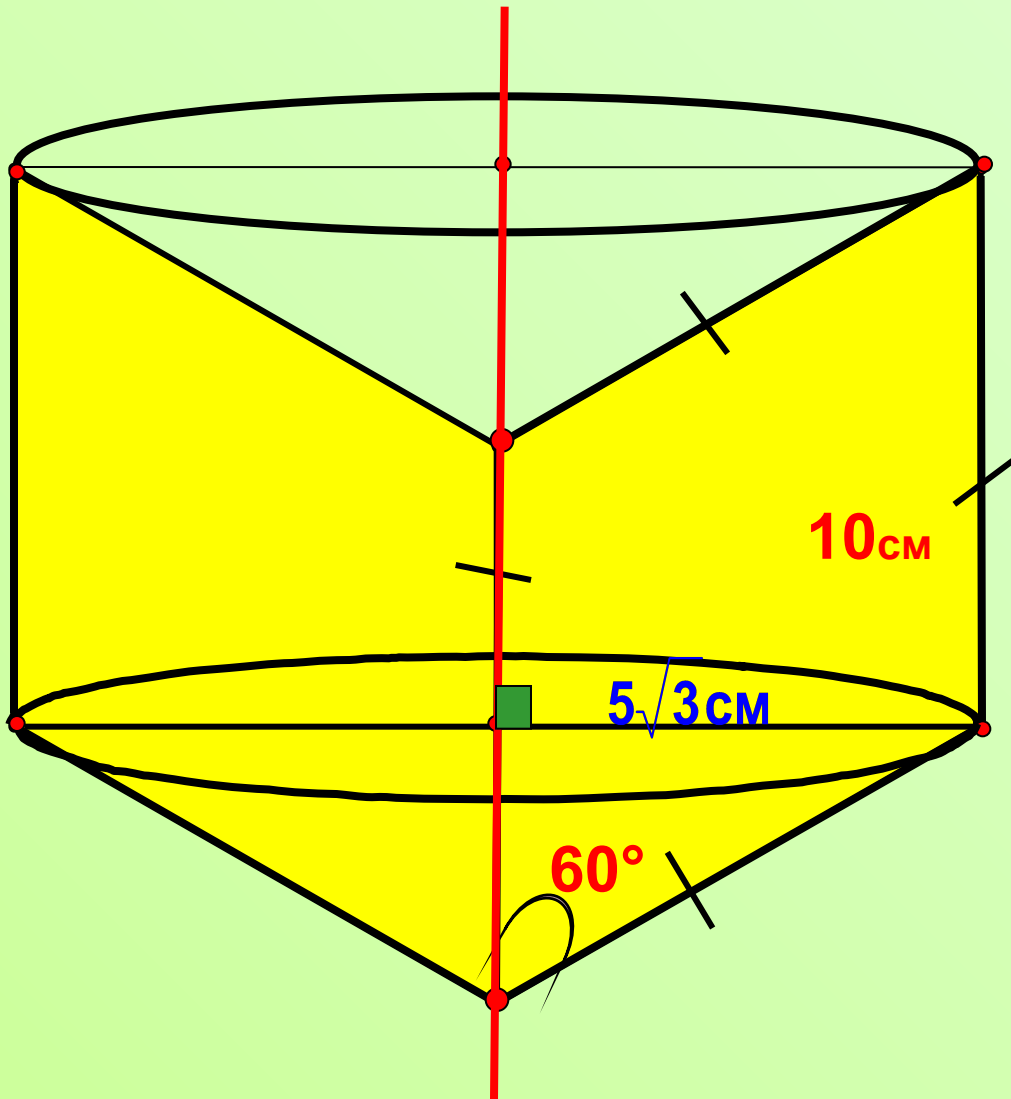
$$V_{\text{т.вр.}} = V_{\text{ц}} - V_{\text{к}}$$

$$V_{\text{т.вр.}} = \pi \cdot 18^2 \cdot 6 - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 8^2 \cdot 6$$

$$V_{\text{т.вр.}} = 1144\pi - 128\pi$$

$$V_{\text{т.вр.}} = 1816\pi$$

**ЗАДАЧА № 9.** Ромб со стороной 10 см и острым углом  $60^\circ$  вращается около стороны. Найдите объем тела вращения.



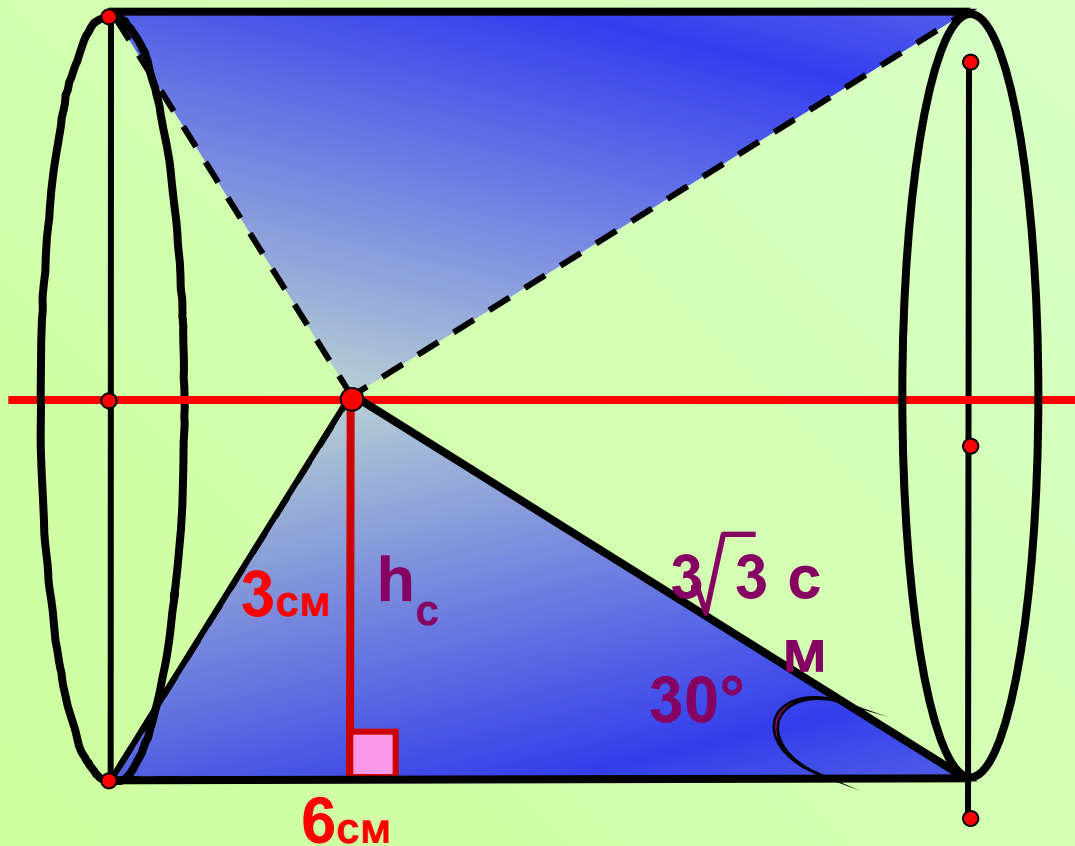
$$V_{\text{т.вр.}} = V_{\text{ц}} - V_{\text{к}} + V_{\text{к}}$$

$$V_{\text{т.вр.}} = V_{\text{ц}}$$

$$V_{\text{т.вр.}} = \pi \cdot (5\sqrt{3})^2 \cdot 10$$

$$V_{\text{т.вр.}} = 750\pi$$

**ЗАДАЧА № 10.** Прямоугольный треугольник с катетом 3 см и гипотенузой 6 см вращается вокруг оси, проходящей через вершину прямого угла параллельно гипотенузе. Найдите объем тела вращения.



$$V_{\text{т.вр.}} = V_{\text{ц}} - (V_{\text{к}_1} + V_{\text{к}_2})$$

$$H_{\text{ц}} = H_{\text{к}_1} + H_{\text{к}_2} = 6 \text{ см}$$

$$R_{\text{ц}} = R_{\text{к}_1} = R_{\text{к}_2} = h_{\text{с}} = \frac{3\sqrt{3}}{2} (\text{см})$$

$$V_{\text{т.вр}} = \pi R^2 H - \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

H,

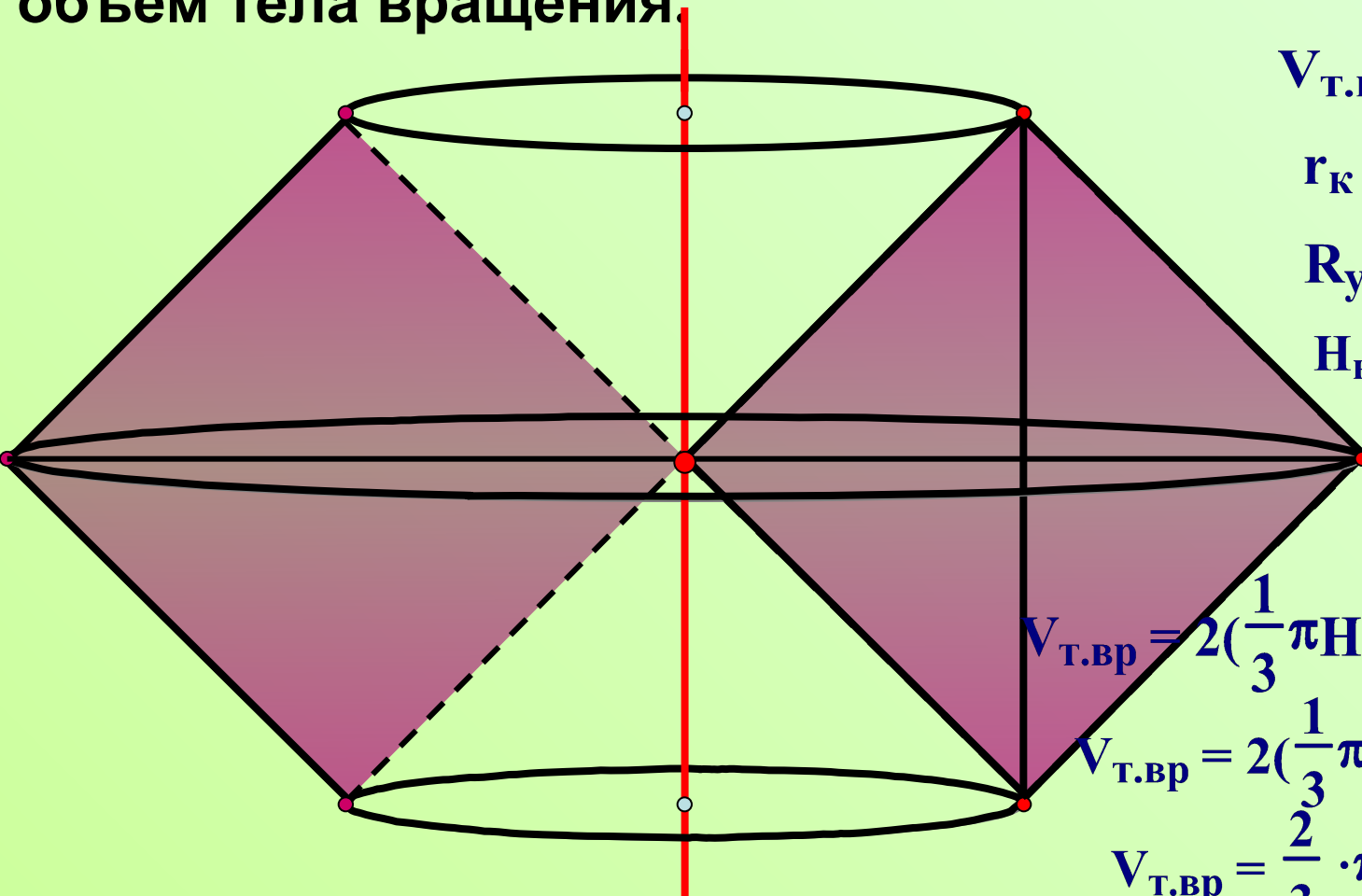
$$V_{\text{т.вр}} = \frac{2}{3} \pi R^2 H$$

H.

$$V_{\text{т.вр.}} = \frac{2}{3} \pi \cdot \frac{27}{4} \cdot 6$$

$$V_{\text{т.вр.}} = 27\pi$$

**ЗАДАЧА № 11.** Квадрат со стороной 8 см вращается около прямой, проведенной через вершину параллельно диагонали, не проходящей через эту вершину. Найдите объем тела вращения.



$$V_{\text{т.вр}} = 2(V_{\text{ус.к}} - V_{\text{к}})$$

$$r_{\text{к}} = r_{\text{ус.к}} = r = 4\sqrt{2}$$

$$R_{\text{ус.к}} = R = 8\sqrt{2}$$

$$H_{\text{к}} = H_{\text{ус.к}} = H = 4\sqrt{2}$$

$$V_{\text{т.вр}} = 2\left(\frac{1}{3}\pi H(r^2 + R^2 + rR - r^2)\right)$$

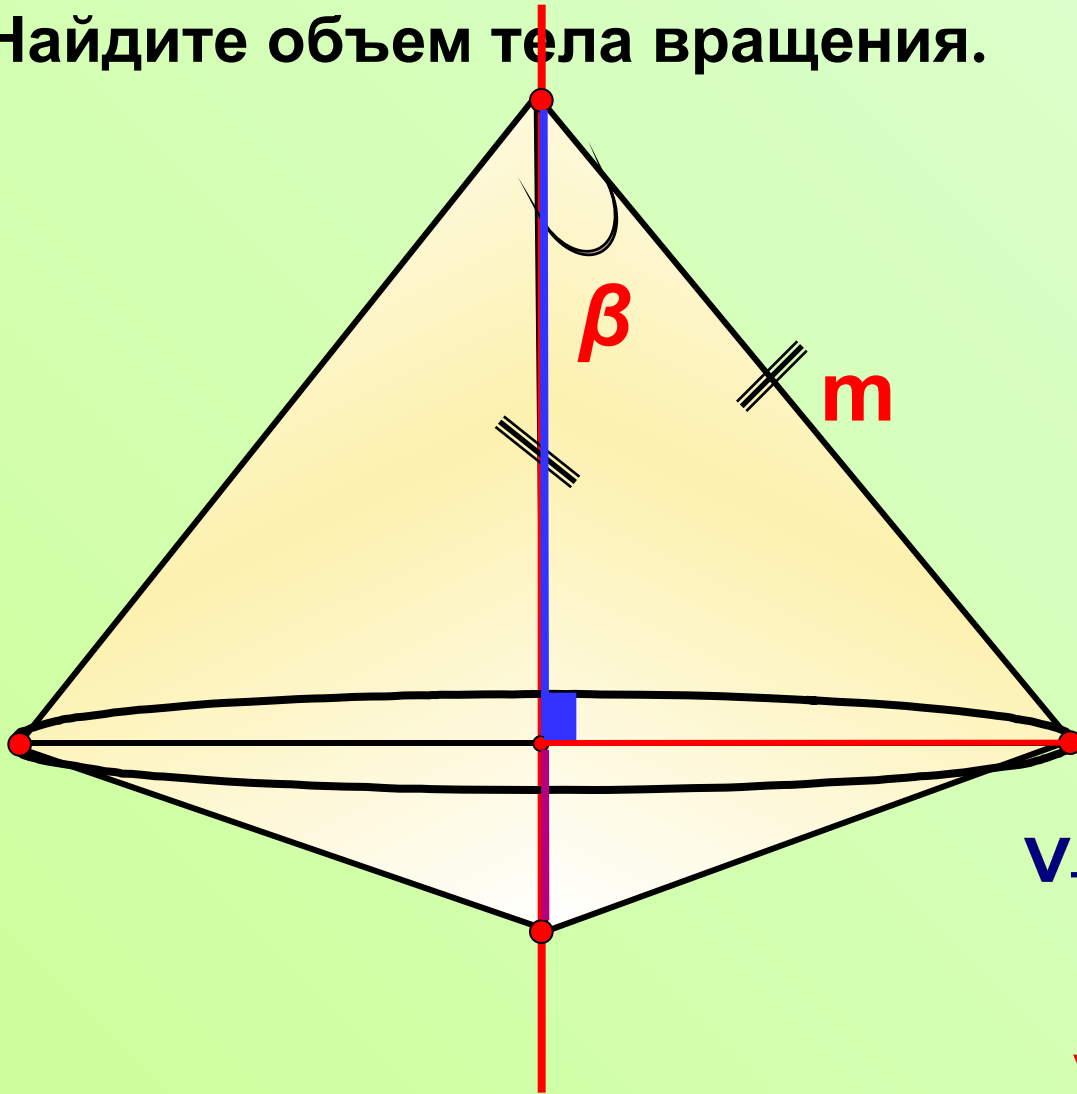
$$V_{\text{т.вр}} = 2\left(\frac{1}{3}\pi 4\sqrt{2}(128 + 64)\right)$$

$$V_{\text{т.вр}} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 4\sqrt{2} \cdot 192$$

$$V_{\text{т.вр}} = 512 \pi \sqrt{2}$$



**ЗАДАЧА № 12.** Равнобедренный треугольник, угол при вершине которого равен  $\beta$ , а боковая сторона равна  $m$ , вращается вокруг оси, содержащей боковую сторону. Найдите объем тела вращения.



$$V_{\text{т.вр.}} = V_{K_1} + V_{K_2}$$

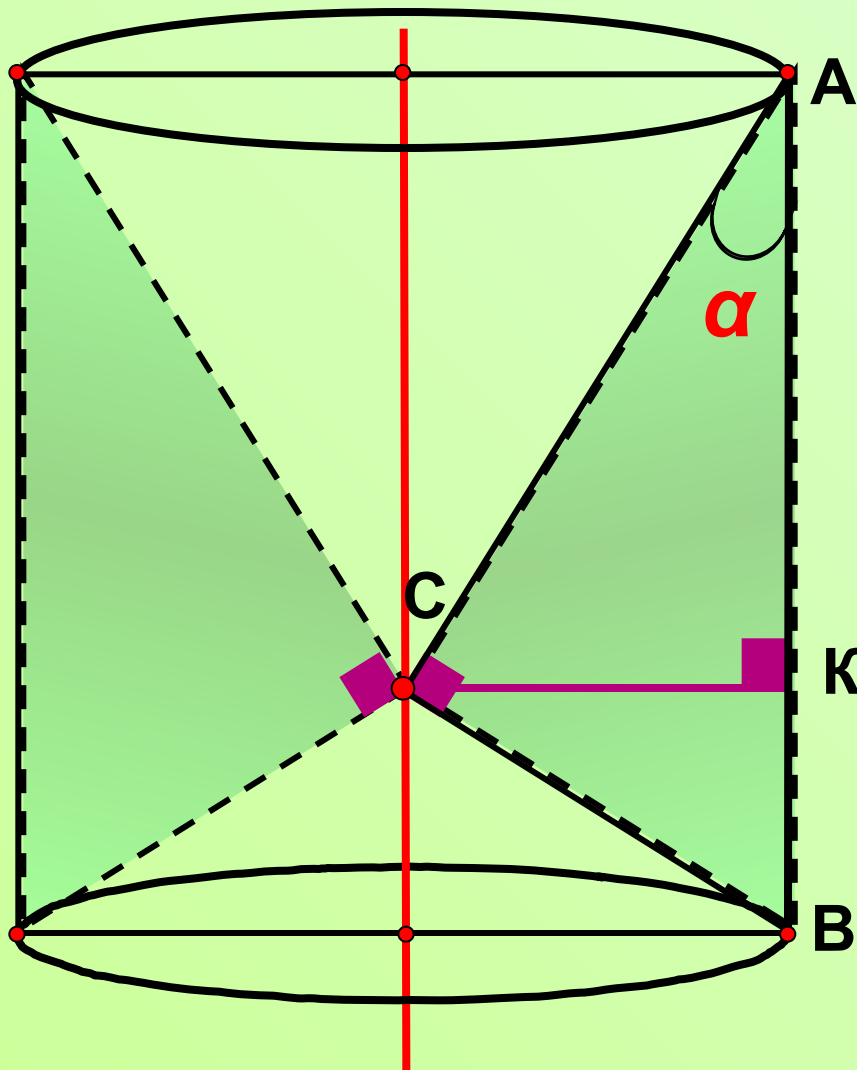
$$R_{K_1} = R_{K_2} = R = m \cdot \sin \beta$$

$$H_{K_1} + H_{K_2} = m$$

$$V_{\text{т.вр.}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot R^2 (H_{K_1} + H_{K_2})$$

$$V_{\text{т.вр.}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot m^3 \sin^2 \beta$$

**ЗАДАЧА № 13.** Прямоугольный треугольник площадью  $S$  и острым углом  $\alpha$  вращается вокруг оси, проведенной через вершину прямого угла параллельно гипотенузе. Найдите объем тела вращения.



$$V_{\text{т.вр.}} = V_{\text{ц}} - (V_{\text{к}_1} + V_{\text{к}_2})$$

$$R_{\text{ц}} = R_{\text{к}_1} = R_{\text{к}_2} = R =$$

$$H_{\text{ц}} = H_{\text{к}_1} + H_{\text{к}_2} = H = \text{CK},$$

тогда  $AC = H \cos \alpha,$

$$CK = H \sin 2\alpha$$

$$V_{\text{т.вр.}} = \frac{1}{3}\pi R^2 H - \frac{1}{3}\pi R^2 H$$

$H,$

Т.к. дана площадь  $\Delta ABC,$  то

$$S = \frac{1}{2}RH, \quad 2S = RH \sin 2\alpha \cdot H,$$

$$H = \frac{2\sqrt{S}}{\sqrt{\sin 2\alpha}};$$

$$V_{\text{т.вр.}} = \frac{4}{3}\pi S \sqrt{S \cdot \sin 2\alpha}.$$

## Литература:

- Л.С. Атанасян, В.К. Бутузов, «Геометрия 10-11», Москва, «Просвещение» 2009
- С. Б. Веселовская, В. Д. Рябчинская «Дидактические материалы по Геометрии 11», Москва, «Просвещение» 2010
- П. И. Алтынов. Тесты Геометрия 10 -11классы. М. «Дрофа», 2008
- И. Ф. Шарыгин, В. И. Голубев. Факультативный курс по математике. Решение задач 11 класс. М. «Просвещение», 2011
- Я.И. Перельман, Занимательная геометрия.-М.: ВАП-2014.
- Т.М. Алешина. Сборник задач с прикладным и практическим содержанием, Москва, Профиздат- 2006
- А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик, Геометрия для 9 – 10 классов. Учебное пособие для школ и классов с углубленным изучением математики. - М., 2004
- Банк открытых задач ЕГЭ  
<http://www.fipi.ru/content/otkrytyy-bank-zadaniy-ege>