9.4. НАИБОЛЬШЕЕ И НАИМЕНЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ НА ОТРЕЗКЕ

Согласно теореме Вейерштрасса, если функция непрерывна на отрезке [a;b], то она достигает на нем наибольшего и наименьшего значений.

Эти значения могут быть достигнуты на концах отрезка или в точках экстремума.

схема нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке:

1

Найти производную функции.

2

Найти критические точки, в которых производная равна нулю или не существует.

3

Найти значения функции в критических точках и на концах отрезка, и выбрать из них наибольшее и наименьшее значения.

пример.

Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = (x-2)^2 \cdot e^{-x}$$

на отрезке

$$[0\,;5]$$

решение:

1. **Находим производную функции:**

$$y' = \left((x-2)^2 \cdot e^{-x}\right)' = 2(x-2)\cdot e^{-x} - (x-2)^2 \cdot e^{-x} =$$

$$= e^{-x} \cdot (x-2) \cdot (x-4)$$

2. **Находим критические точки:**

$$y' = e^{-x} \cdot (x-2) \cdot (x-4) = 0$$

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= 2 \\ x_2 &= 4 \end{aligned}\right\} \text{критические точки}$$

3 Находим значения функций в критических точках и на концах отрезка:

$$f(2)=0 \qquad f(4)=\frac{4}{e^4} \qquad f(0)=4 \qquad f(5)=\frac{9}{e^5}$$

$$f_{наиб}(0)=4 \qquad f_{наим}(2)=0$$

ЗАМЕЧАНИЕ

Если функция непрерывна на интервале (а;в), то она может не принимать на нем наибольшее и наименьшее значения. В частности, если дифференцируемая функция y=f(x) на интервале (а;в) имеет лишь одну точку максимума (или минимума), то наибольшее (или наименьшее) значение функции совпадает с максимумом (минимумом) этой функции.