

Урок 2

Некоторые следствия

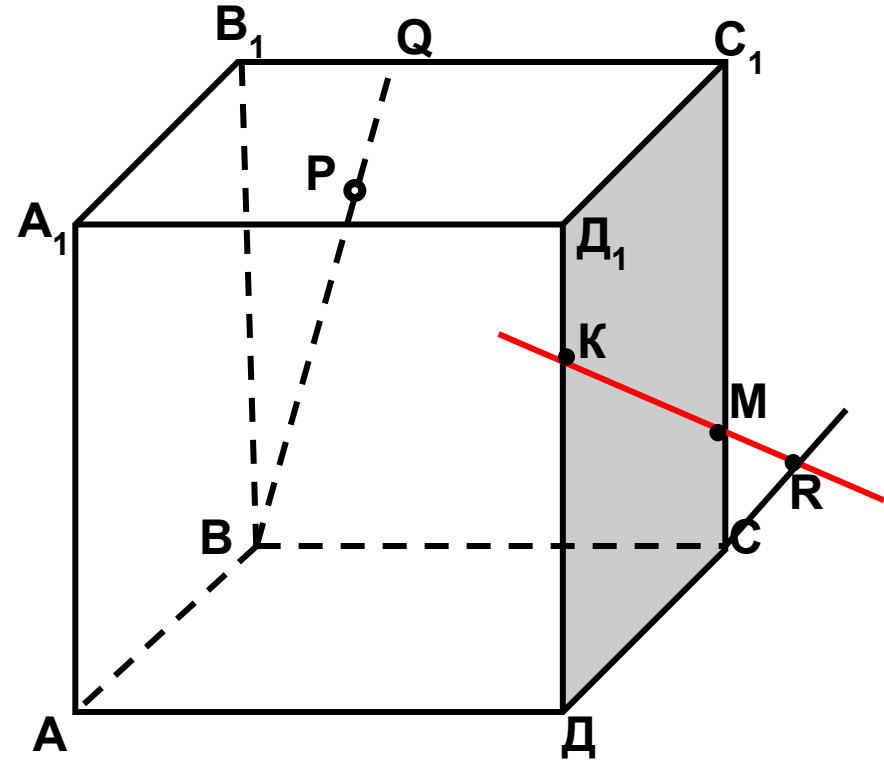
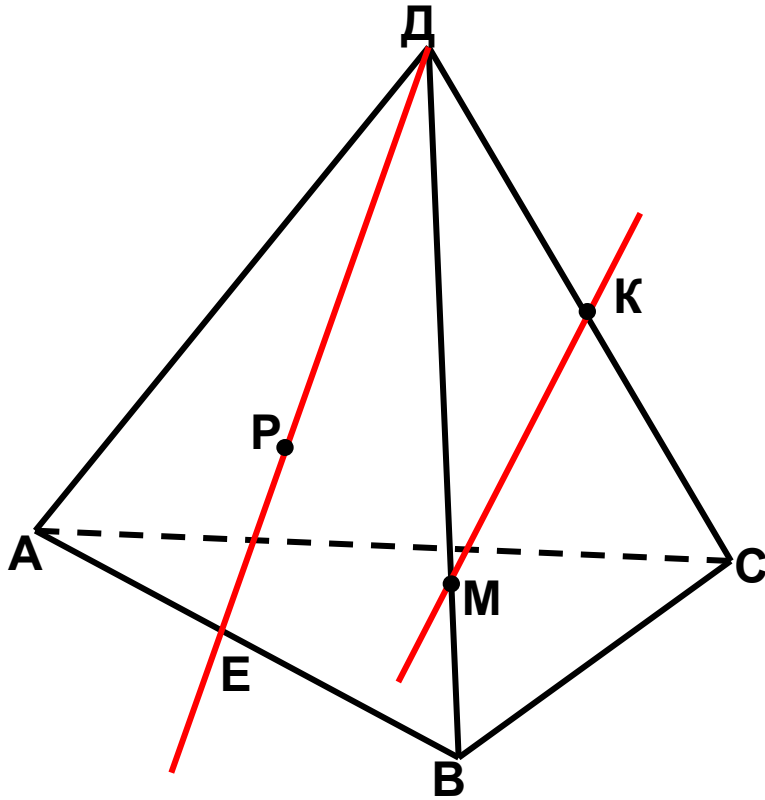
из аксиом



Проверка домашнего задания:

1) *Сформулируйте* аксиомы стереометрии и оформите рисунки на доске.

2) №1 (в,г); 2(б,д). *Назовите* по рисунку:

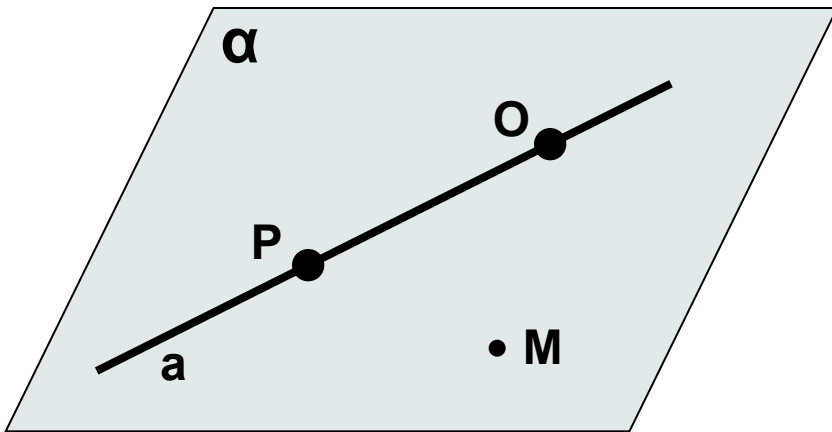


в) точки, лежащие в плоскостях АДВ и ДВС; г) прямые по которым пересекаются плоскости АВС и ДСВ, АВД и СДА, РДС и АВС.

б) плоскости, в которых лежит прямая АА₁; д) точки пересечения прямых МК и ДС, В₁С₁ и ВР, С₁М и ДС.

Некоторые следствия из аксиом:

Теорема 1. Через прямую и не лежащую на ней точку
проходит плоскость и притом только одна.



Дано: $a, M \notin a$

Доказать: $(a, M) \subset \alpha$

α - единственная

Доказательство :

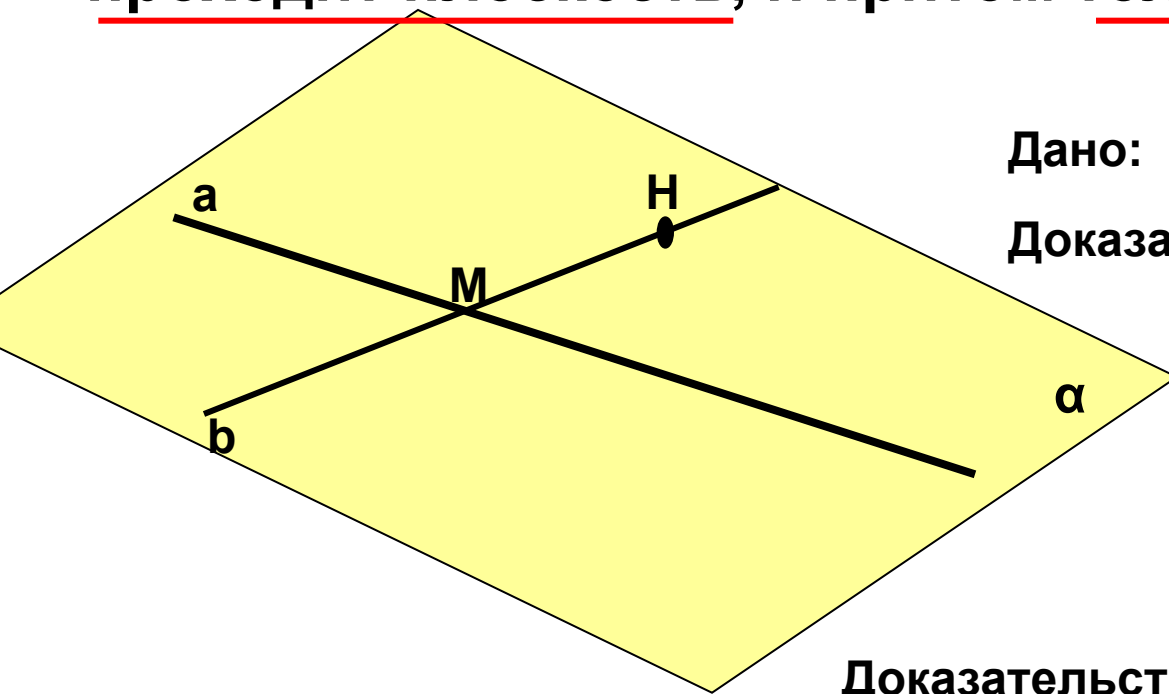
1. $P, O \in a; \{P, O, M\} \not\subset a$

По аксиоме A1: через точки P, O, M проходит плоскость .

По аксиоме A2: т.к. две точки прямой принадлежат плоскости, то и вся прямая принадлежит этой плоскости, т.е. $(a, M) \subset \alpha$

2. Любая плоскость проходящая через прямую a и точку M проходит через точки P, O, и M, значит по аксиоме A1 она – единственная. Ч.т.д.

Теорема 2. Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна.



Дано: $a \cap b$

Доказать: 1. $(a \cap b) \subset \alpha$

2. α - единственная

Доказательство:

1. Через a и $N \notin a, N \in b$ проходит плоскость α .

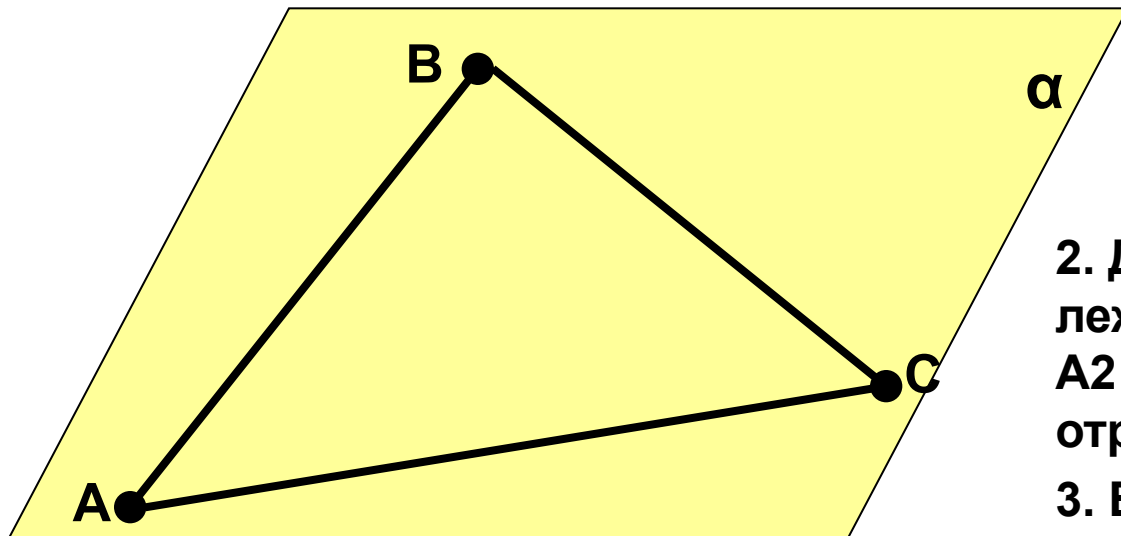
$(M, N) \in \alpha, (M, N) \in b$, значит по А2 все точки b принадлежат плоскости.

2. Плоскость проходит через a и b и она единственная, т.к. любая плоскость, проходящая через прямые a и b , проходит и через N , значит α – единственная.

Решить задачу № 6

Три данные точки соединены попарно отрезками. Докажите, что все отрезки лежат в одной плоскости.

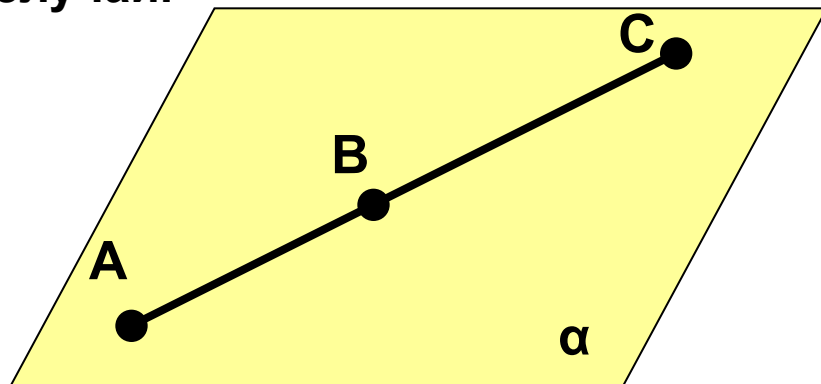
1 случай.



Доказательство:

1. $(A, B, C) \in \alpha$, значит по А1 через A, B, C проходит единственная плоскость.
2. Две точки каждого отрезка лежат в плоскости, значит по А2 все точки каждого из отрезков лежат в плоскости α .
3. Вывод: AB, BC, AC лежат в плоскости α

2 случай.

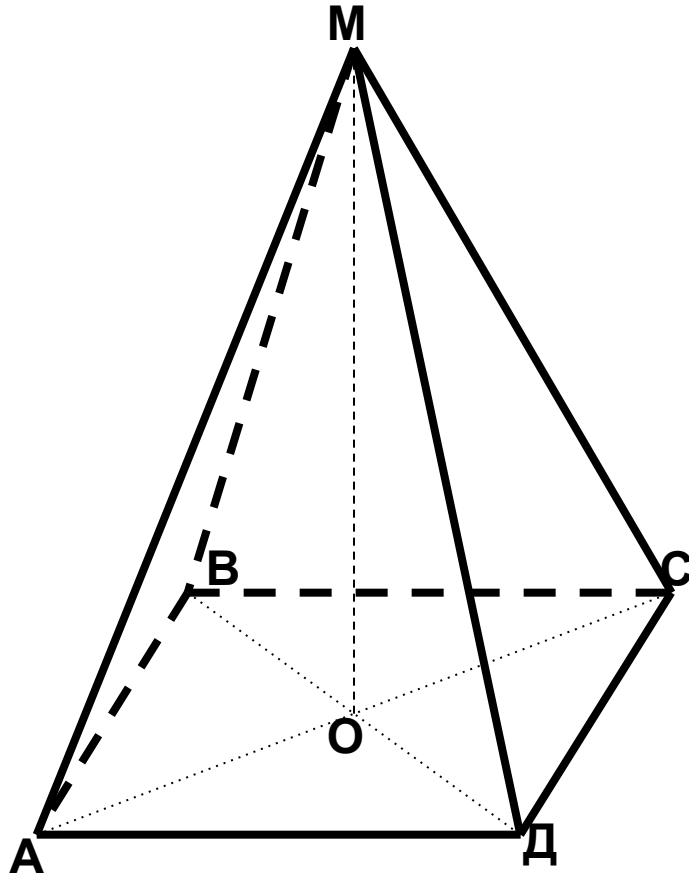


Доказательство:

Так как 3 точки принадлежат одной прямой, то по А2 все точки этой прямой лежат в плоскости.

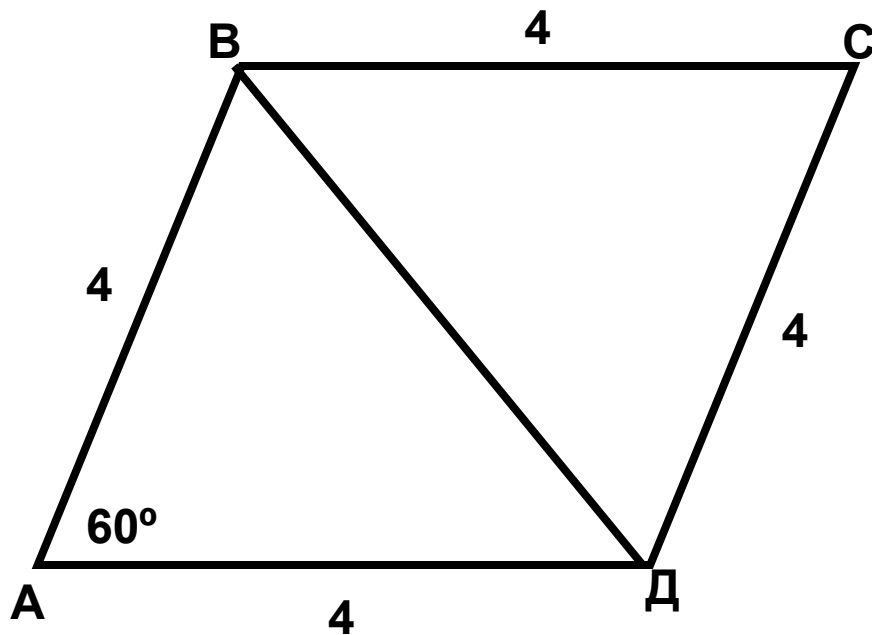
Задача.

$ABCD$ – ромб, O – точка пересечения его диагоналей, M – точка пространства, не лежащая в плоскости ромба. Точки A, D, O лежат в плоскости α .



Определить и обосновать:

1. Лежат ли в плоскости α точки B и C ?
2. Лежит ли в плоскости MOB точка D ?
3. Назовите линию пересечения плоскостей MOB и ADO .
4. Вычислите площадь ромба, если сторона его равна 4 см, а угол равен 60° . Предложите различные способы вычисления площади ромба.



$\triangle ABD = \triangle BCD$ (по трем сторонам), значит $S_{ABD} = S_{BCD}$.

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AD \cdot \sin \angle A$$

$$S_{BCD} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot CD \cdot \sin \angle C$$

$$\angle A = \angle C \Rightarrow \sin \angle A = \sin \angle C$$

$$AB = BC, AD = CD$$

$$\Rightarrow S_{ABD} = S_{BCD}$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin \angle A$$

Формулы для вычисления площади ромба:

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin A$$

$$S_{ABCD} = (BD \cdot AC) : 2$$

Домашнее задание:

- 1. Прочитать пункты 2; 3 на стр. 4 – 7**
- 2. Выучить теоремы 1, 2 (с доказательством); повторить аксиомы А1 – А3**
- 3. Решить задачу №8 (с объяснением ответов)**