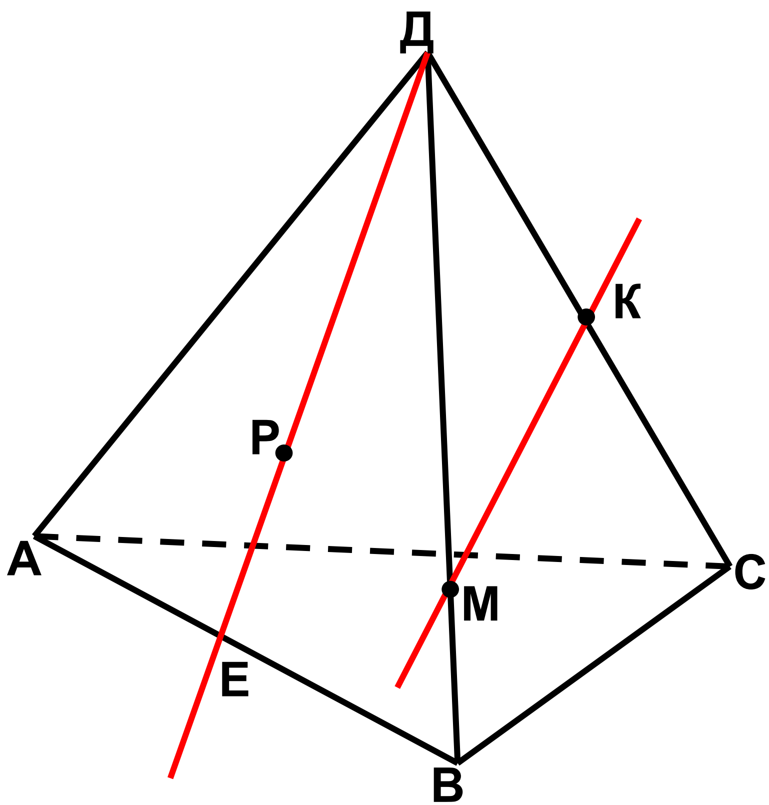
Урок 2

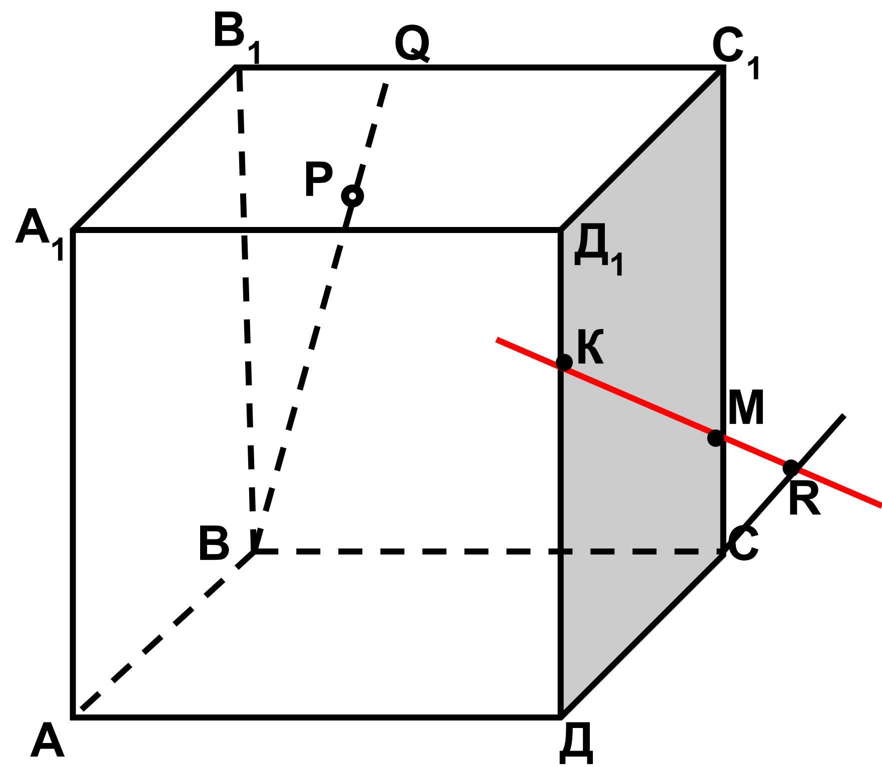
Некоторые следствия из аксиом

Проверка домашнего задания:

1)*Сформулируйте* аксиомы стереометрии и оформите рисунки на доске.

2) №1 (в,г); 2(б,д). *Назовите* по рисунку:



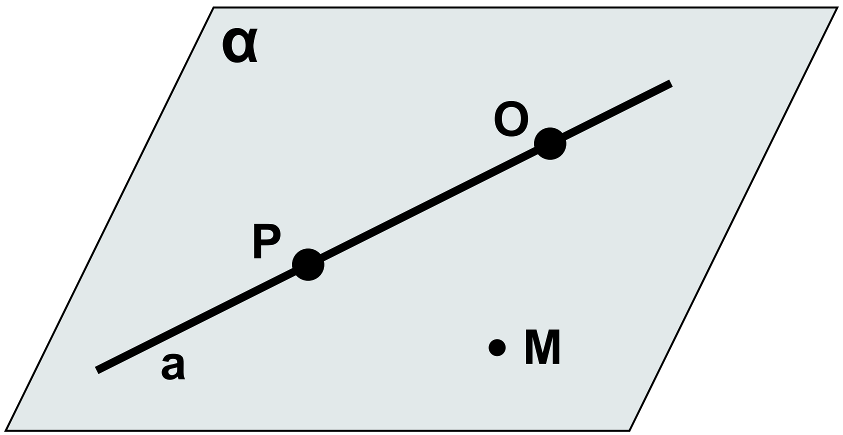


в) точки, лежащие в плоскостях АДВ и ДВС; г) прямые по которым пересекаются плоскости АВС и ДСВ, АВД и СДА, РДС и АВС.

б) плоскости, в которых лежит прямая $АА_1$; д) точки пересечения прямых МК и ДС, $В_1С_1$ и ВР, $С_1М$ и ДС.

Некоторые следствия из аксиом:

Теорема 1. Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость и притом только одна.



Дано: a, M ¢ a

Доказать: (a, M) с α

α- единственная

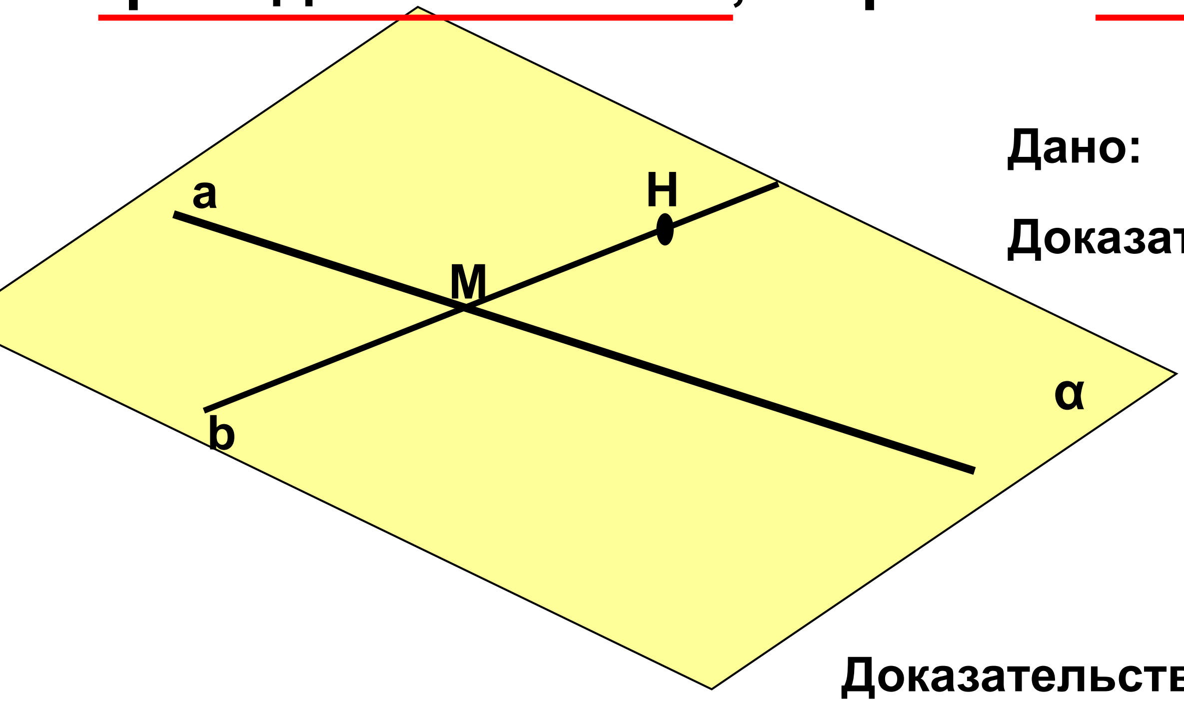
Доказательство :

1. P, O с a; {P,O,M} ¢ a

По аксиоме А1: через точки P, O, M проходит плоскость .
По аксиоме А2: т.к. две точки прямой принадлежат плоскости, то и вся прямая принадлежит этой плоскости, т.е. (a, M) с α

2. Любая плоскость проходящая через прямую a и точку M проходит через точки P, O, и M, значит по аксиоме А1 она – единственная. Ч.т.д.

Теорема 2. Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна.



Дано: $a \cap b$

Доказать: 1. $(a \cap b) \subset \alpha$

2. α- единственная

Доказательство:

1.Через а и Н $\notin$ а, Н $\in$ b проходит плоскость α.

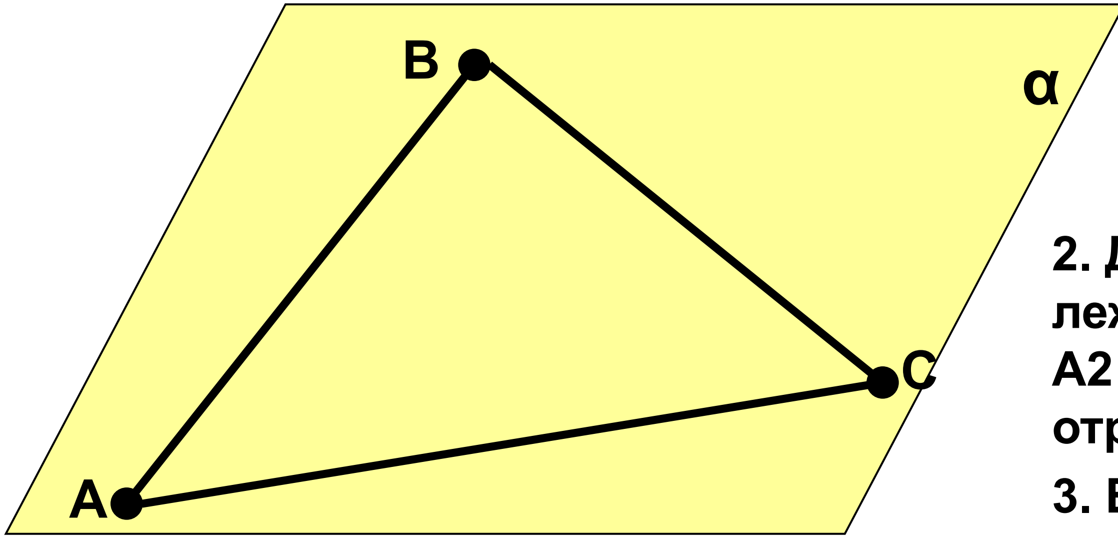
(М , Н) $\in$ α, (М,Н) $\in$ b, значит по А2 все точки b принадлежат плоскости.

2. Плоскость проходит через а и b и она единственная, т.к. любая плоскость, проходящая через прямые а и b, проходит и через Н, значит α – единственная.

Решить задачу № 6

Три данные точки соединены попарно отрезками. Докажите, что все отрезки лежат в одной плоскости.

1 случай.



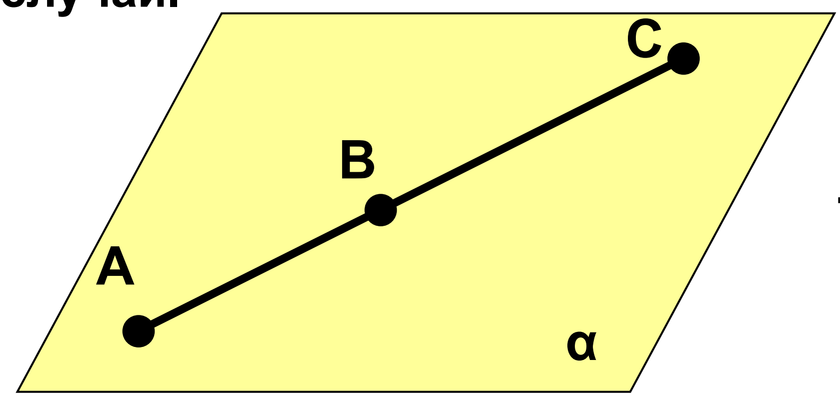
Доказательство:

1. (A,B,C) $\in$ α, значит по А1 через A,B,C проходит единственная плоскость.

2. Две точки каждого отрезка лежат в плоскости, значит по А2 все точки каждого из отрезков лежат в плоскости α.

3. Вывод: AB, BC, AC лежат в плоскости α

2 случай.

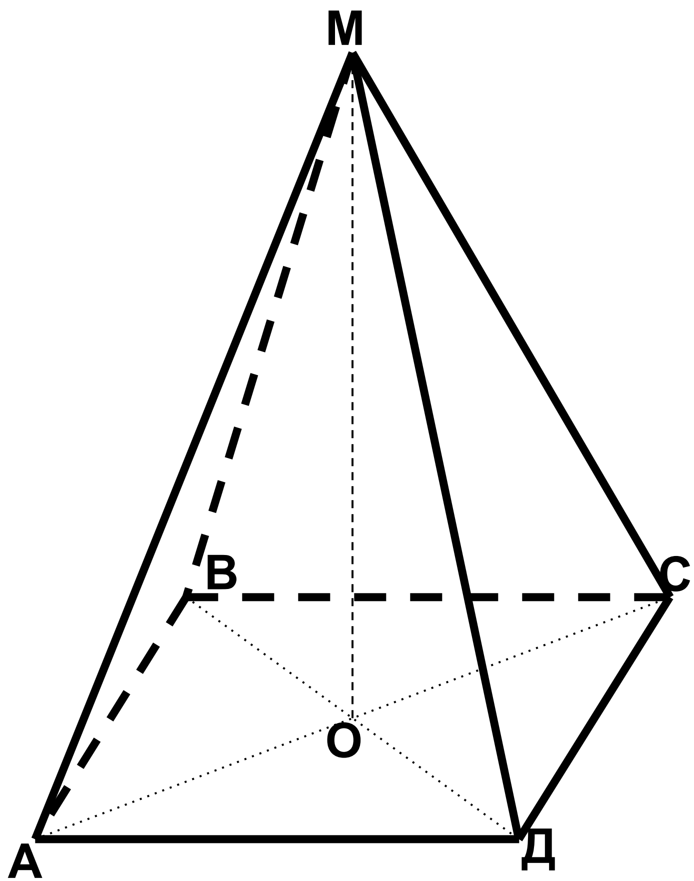


Доказательство:

Так как 3 точки принадлежат одной прямой, то по А2 все точки этой прямой лежат в плоскости.

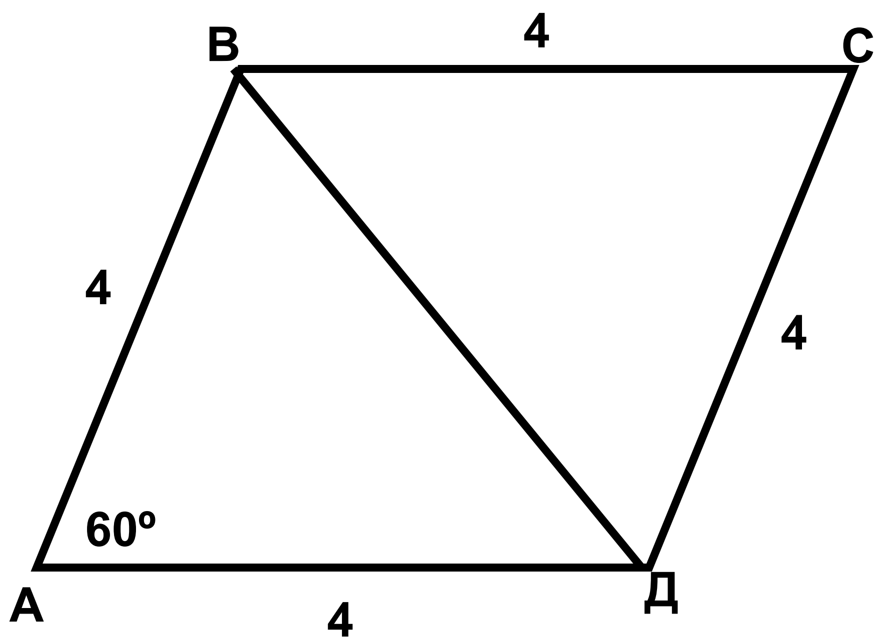
Задача.

АВСД – ромб, О – точка пересечения его диагоналей, М – точка пространства, не лежащая в плоскости ромба. Точки А, Д, О лежат в плоскости α.



Определить и обосновать:

1. **Лежат ли в плоскости α точки В и С?**
2. **Лежит ли в плоскости МОВ точка Д?**
3. **Назовите линию пересечения плоскостей МОВ и АДО.**
4. **Вычислите площадь ромба, если сторона его равна 4 см, а угол равен 60º. Предложите различные способы вычисления площади ромба.**



ΔАВД = ΔВСД (по трем сторонам), значит $S_{АВД} = S_{ВСД}$.

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AD \cdot \sin\angle A$$

$$S_{BCD} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot CD \cdot \sin\angle C$$

$$\angle A = \angle C \Rightarrow \sin\angle A = \sin\angle C$$

$$AB = BC,\ AD = CD$$

$$\Rightarrow S_{ABD} = S_{BCD}$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin\angle A$$

Формулы для вычисления площади ромба:

$S_{АВСД}$ = АВ · АД · sinA

$S_{АВСД}$ = (ВД · АС):2

Домашнее задание:

1. Прочитать пункты 2; 3 на стр. 4 – 7

2. Выучить теоремы 1, 2 (с доказательством); повторить аксиомы А1 – А3

3. Решить задачу №8 (с объяснением ответов)