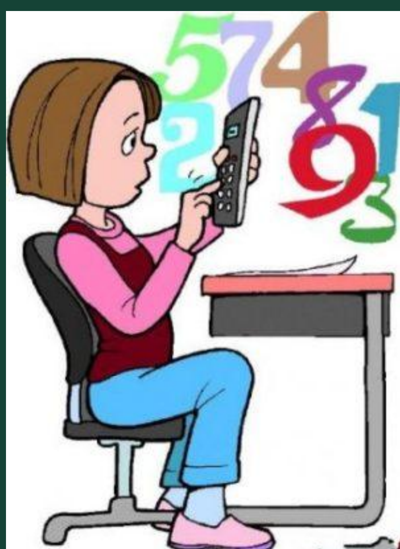
Необычн
ое



обычном

“Если вы хотите научиться плавать,
то входите в воду,
а если хотите научиться решать
задачи,
то решайте их”.

Д.Пойа

Цель:

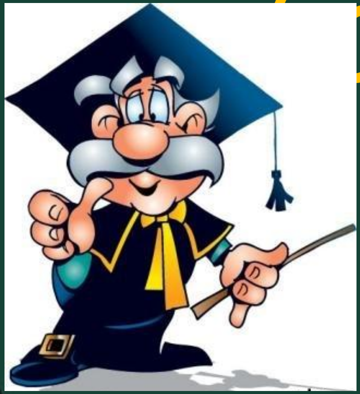
Освоить способы решения некоторых уравнений и неравенств, содержащих знак модуля

Задачи:

1.Изучение теоретического материала.
2.Рассмотрение различных подходов к решению уравнений и неравенств с модулем.
3.Алгоритмирование процесса решения уравнений и неравенств, содержащих неизвестную под знаком модуля.

Объект исследования:

уравнения и неравенства, содержащие знак абсолютной величины



Предмет исследования:

способы решения уравнений и неравенств

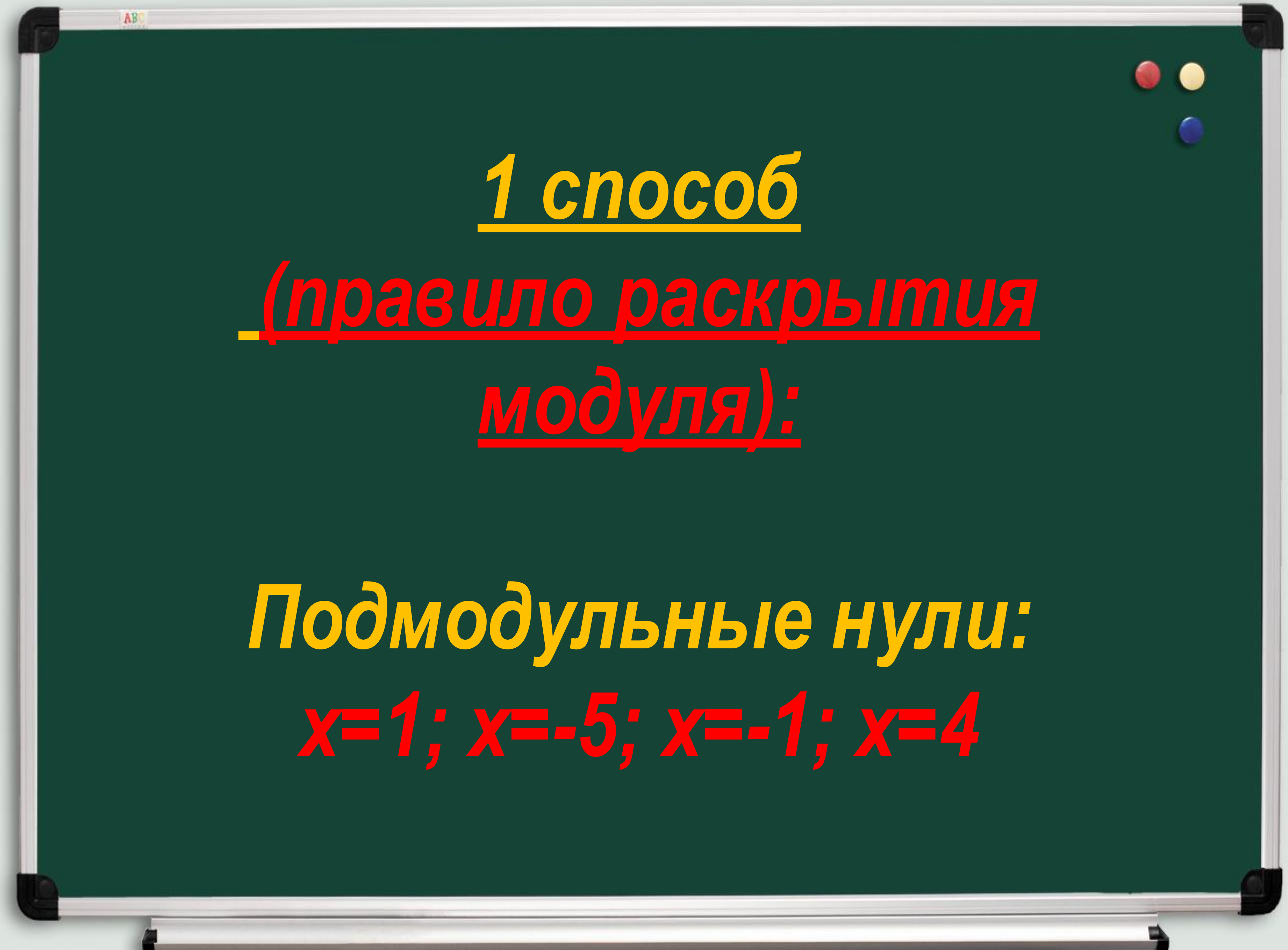
Методы исследования:

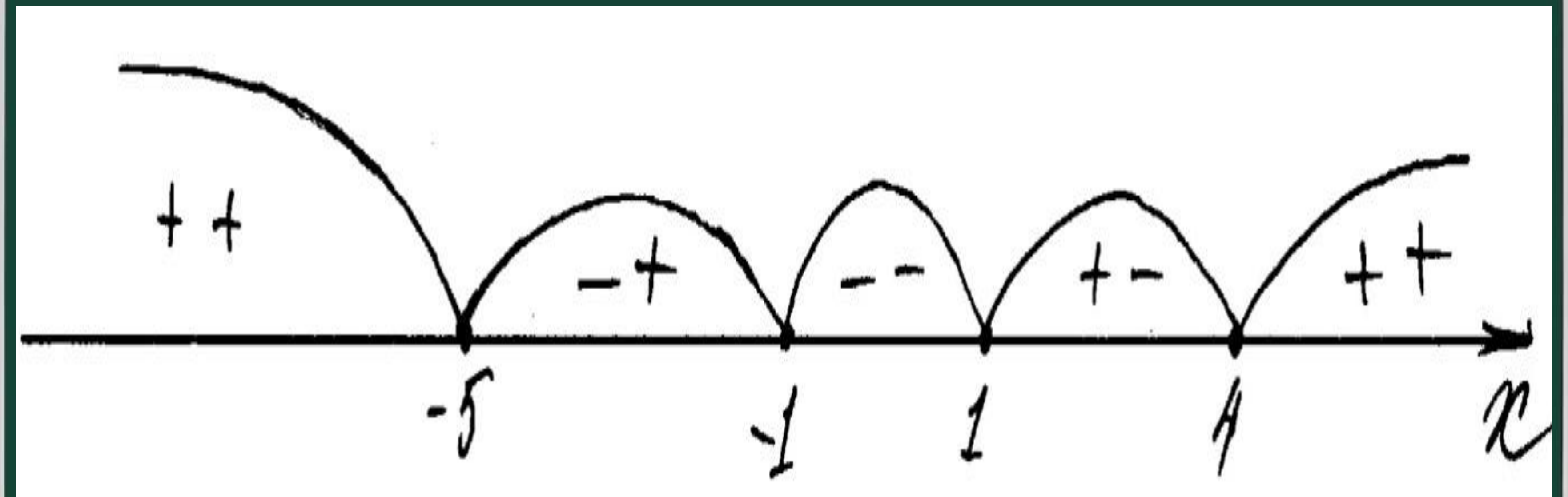
1) *Работа с литературными источниками.*
2) *Математическое моделирование постановки задачи.*
3) *Эксперимент: исследование различных подходов и методов решения уравнений и неравенств.*

$$|f(x)| \le |g(x)| \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \le g(x) \\ f(x) \ge -g(x) \end{cases} \quad (1)$$

$$|f(x)| \ge |g(x)| \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \ge g(x) \\ f(x) \le -g(x) \end{cases} \quad (2)$$

$$\left|x^2+4x-5\right|+\left|x^2-3x-4\right|=2x^2+x-9$$


1 способ
(правило раскрытия
модуля):
Подмодульные нули:
x=1; x=-5; x=-1; x=4



+ +
− +
− −
+ −
+ +
-5
-1
1
4
x

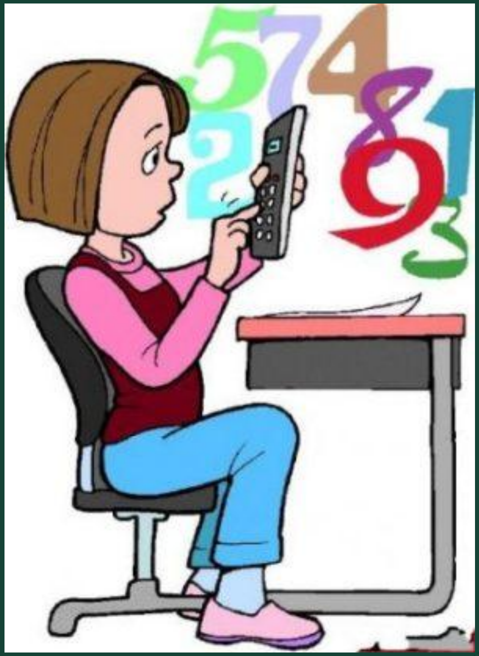
1). $x \le -5$

$$x^2 + 4x - 5 + x^2 - 3x - 4 - 2x^2 -$$
$$- x + 9 = 0$$

0x=0

$\forall x \in R$

$x \in (-\infty; -5]$



2). $-5 < x \leq -1$

$- x^2 - 4x + 5 + x^2 - 3x - 4 - 2x^2 -$
$- x + 9 = 0$

$- 2x^2 - 8x + 10 = 0$

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -5 \end{array}\right. \notin -5 < x \leq -1, \varnothing$$

3). $1 < x \leq 1$

$- x^2 - 4x + 5 - x^2 + 3x + 4 -$

$2x^2 - x + 9 = 0$

$-4x^2 - 2x + 18 = 0$

$2x^2 + x - 9 = 0$

Д=$73 > 0$, 2 корня

$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{73}}{4} \notin -1 < x \leq 1$, $\emptyset$

4). $1 < x < 4$

$$x^2 + 4x - 5 - x^2 + 3x + 4 - 2x^2 - x +$$
$$+ 9 = 0$$

$$-2x^2 + 6x + 8 = 0$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 4 \end{array}\right. \notin 1 < x < 4, \emptyset$$

5) $x \geq 4$

$$x^2 + 4x - 5 + x^2 - 3x - 4 - 2x^2 - -x + 9 = 0$$

$0x=0$

$\forall x \in R$

$x \in [4; \infty)$

Ответ. $x \in (-\infty; -\mathbf{5}] \cup [\mathbf{4}; \infty)$

2 способ:

Применю (5) условие равносильности:

$$|f(x)| + |g(x)| = f(x) + g(x)$$

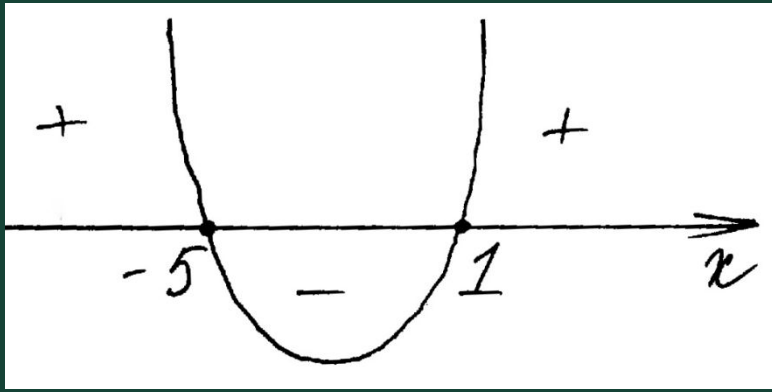
$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x - 5 \geq 0 \ (*) \\ x^2 - 3x - 4 \geq 0 \ (**) \end{cases}$$

$$(*)\ x^2 + 4x - 5 \geq 0$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -5 \end{array}\right.$$

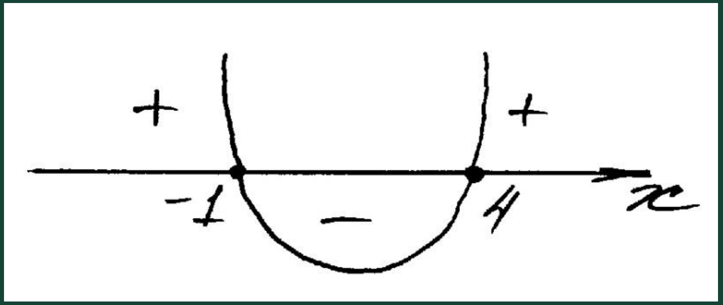


$$x \in (-\infty; -5] \cup [1; \infty)$$

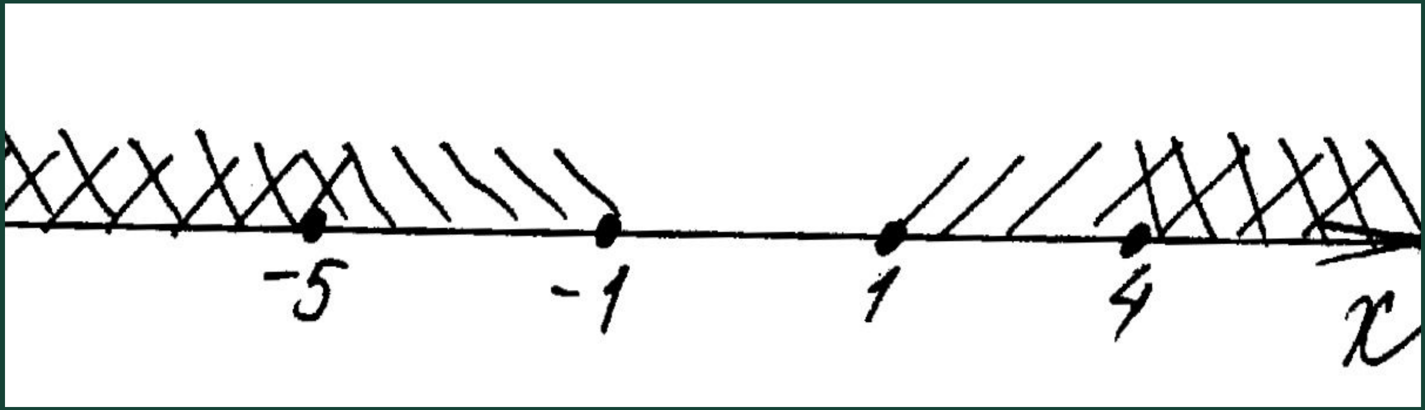
$$(**)x^2 - 3x - 4 \geq 0$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 4 \end{array}\right.$$



$$x \in (-\infty; -1] \cup [4; \infty)$$



Ответ. x$\in (-\infty; -5] \cup [4; \infty)$

Решить неравенство:

$$|5x-3|-|7x-4|\geq 2x-1$$

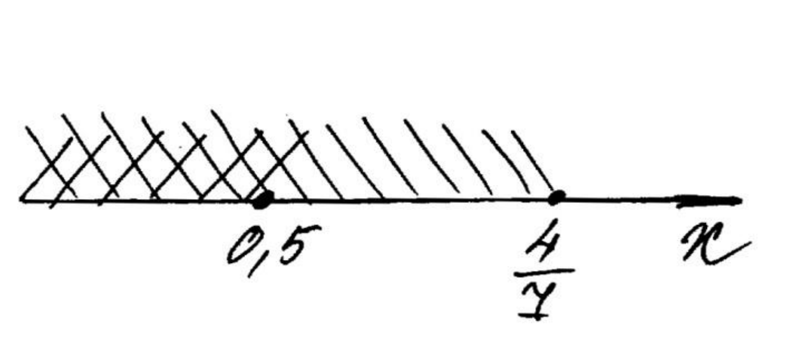
1 способ.
Применю (9) условие равносильности:

$$|f(x)| - |g(x)| \geq g(x) - f(x)$$

$$\left[\begin{array}{l} |f(x)| \geq g(x) \\ g(x) \leq 0 \end{array}\right. \quad (9)$$

$$\left[\begin{array}{l} 5x - 3 \geq 7x - 4 \\ 7x - 4 \leq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\left[\begin{array}{l} -2x \geq -1 \\ 7x \leq 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \leq 0{,}5 \\ x \leq \dfrac{4}{7} \end{array}\right. \Leftrightarrow$$



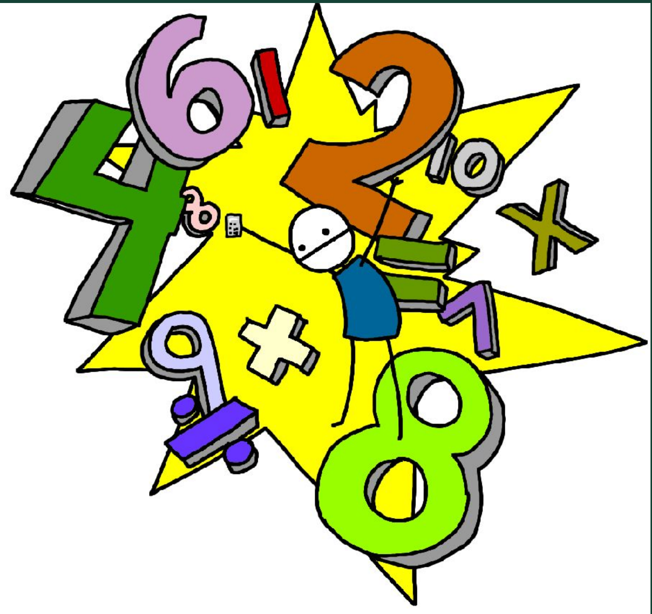
$$x \leq \frac{4}{7}$$

2 способ.

Применю (1) условие равносильности:

$$|\mathbf{f}(x)| \le |\mathbf{g}(x)| <=> \begin{cases} \mathbf{f}(x) \le \mathbf{g}(x) \\ \mathbf{f}(x) \ge -\mathbf{g}(x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x - 3 \geq 2x - 1 + |7x - 4| (*) \\ 5x - 3 \leq -2x + 1 - |7x - 4| (**) \end{cases}$$



$$(*)\,5x - 3 \geq 2x - 1 + |7x - 4|$$

а) $\begin{cases} 7x - 4 \geq 0 \\ 3x - 2 \geq 7x - 4 \end{cases}$

б) $\begin{cases} 7x - 4 < 0 \\ 3x - 2 \geq 4 - 7x \end{cases}$

$$\begin{cases} x \geq \dfrac{4}{7} \\ x \leq \dfrac{1}{2} \end{cases} => \emptyset$$

$$\begin{cases} x < \dfrac{4}{7} \\ x \geq \dfrac{3}{5} \end{cases} => \emptyset$$

$$(**)\,|5x-3| \le -2x+1-|7x-4|$$

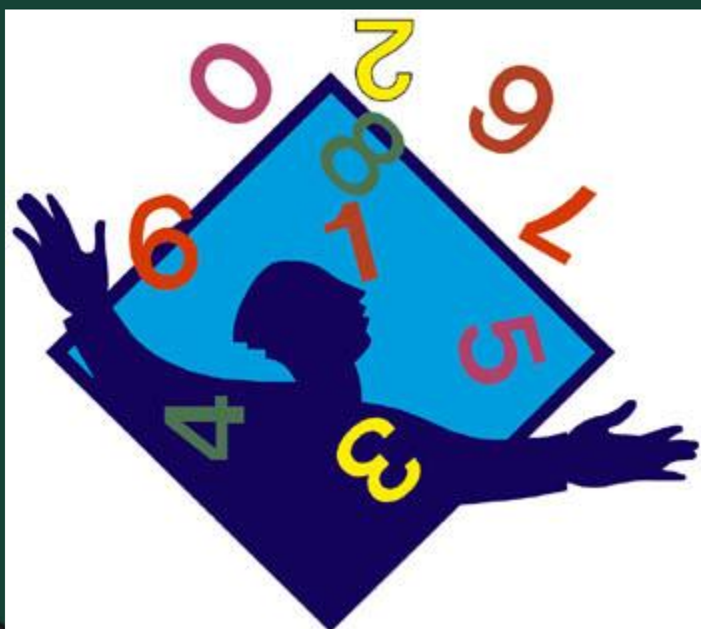
а) $\begin{cases} x \ge \frac{4}{7} \\ 4-7x \ge 7x-4 \end{cases}$

б) $\begin{cases} 7x-4<0 \\ 4-7x \ge 4-7x \end{cases}$

$\begin{cases} x \le \frac{4}{7} \\ x \ge \frac{4}{7} \end{cases} \Rightarrow x=\frac{4}{7}$

$x \in \left(-\infty; \frac{4}{7}\right)$

Ответ. $x \in \left(-\infty; \frac{4}{7}\right]$



Я научилась:

1). Использовать условия равносильности.

2). Сочетать «алгоритмический» подход с творческим поиском.

Ценность проекта:

- Собран теоретический материал по теме;
- Все задания решены несколькими способами;
- Изготовлен справочный материал для


Спасибо за внимание!