Числа правят миром!
Пифагор

Необычные цифры и числа

математика.

Авторы:
Маркова Елизавета Алексеевна и
Гирина Юлия Александровна
Томская обл., г. Томск,
МБОУ СОШ «Эврика-развитие», 6 класс

Руководитель:
Шарабурова Елена Васильевна,
Томская обл., г. Томск
МБОУ СОШ «Эврика-развитие»

Содержание

Цели и задачи:

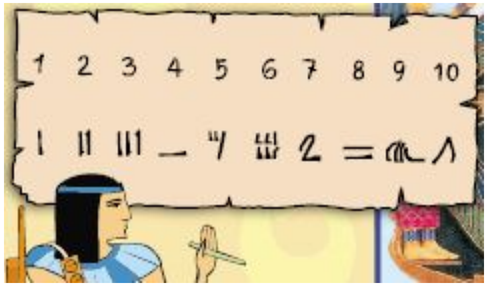
- Узнать как появились цифры.
- Познакомиться с простыми числами.
- Научиться пользоваться решетом Эратосфера.
- Узнать какие числа называются: фигурными, многоугольными, дружественными, совершенными и компанейскими;
- Раскрыть тайну числа Шахерезады и числа на гробнице.

История цифр и чисел

Точка, палочка, узелок, птичка, спираль – всё это цифры!

Тяжело приходилось древним математикам, которые жили пять тысяч лет назад в Месопотамии. Цифра 1 там выглядела вот так . Чтобы написать, например, 9 нужно было выдавить на глиняной табличке эту галочку 9 раз. Вот такой значок означал 10. Цифра 11 выглядела вот так: . А представляете, сколько нужно было места, чтобы написать всего лишь 29?!

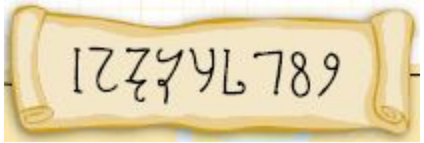
А это египетские цифры от 1 до 10. Интересно, сколько времени тратили египетские школьники, чтобы изобразить 6 или 9? Зато для больших и огромных чисел египтяне придумали отдельные значки.



История цифр и чисел

Римляне вместо цифр использовали всего 7 букв:

I, V, X, L, C, D, M. Буква С означала 100. 200 писали так – СС. Буква L обозначала 50, D – 500, M – 1000. Цифра 2007 получается вот такой – MMVII. А горизонтальная линия над цифрой увеличивала её значение в 1000 раз. Например, V– означает 5000. Римскими цифрами-буквами мы пользуемся до сих пор.



Самые удобные цифры – те, к которым мы привыкли – придумали в глубокой древности индийцы. Они же изобрели удивительную цифру – 0. Потом индийские цифры немного видоизменили арабы.

И с тех пор этими цифрами пользуется весь мир.

Простые числа. Решето Эратосфена.

Каждое натуральное число, большее единицы, делится, по крайней мере, на два числа: на 1 и на само себя.

Если ни на какое другое натуральное число оно нацело не делится, то называется простым, а если у него имеются ещё какие-то целые делители, то составным.

Единичка же не считается ни простым числом, ни составным.

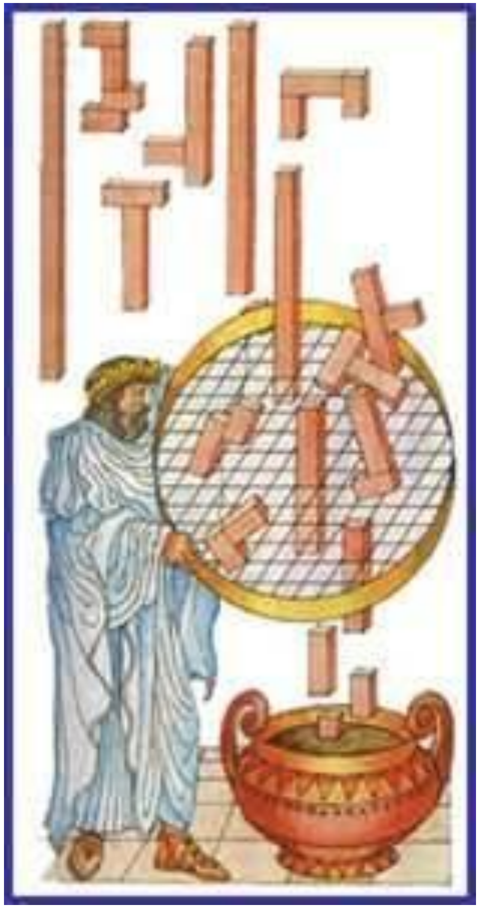
	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~

Простые числа.
Решето Эратосфена.

Небольшую "коллекцию" простых чисел можно составить старинным способом, придуманным ещё в 3 в. до н. э. Эратосфеном Киренским, хранителем знаменитой Александрийской библиотеки.

Простые числа. Решето Эратосфена.

«Просеивание чисел»



Выпишем несколько подряд идущих чисел, начиная с 2.

Двойку отберём в свою коллекцию, а остальные числа, кратные 2, зачеркнем. Ближайшим не зачёркнутым числом будет 3. Возьмём в коллекцию и его, а все остальные числа, кратные 3, зачеркнем. При этом окажется, что некоторые числа уже были вычеркнуты раньше, как, например, 6, 12 и др. Следующее наименьшее не зачёркнутое число – это 5. Берем пятерку, а остальные числа, кратные 5,зачеркиваем.

Повторяя эту процедуру снова и снова, в конце концов добьемся того, что не зачеркнутыми останутся одни лишь простые числа – они словно просеялись сквозь решето.

Поэтому такой способ и получил название "решето Эратосфена".

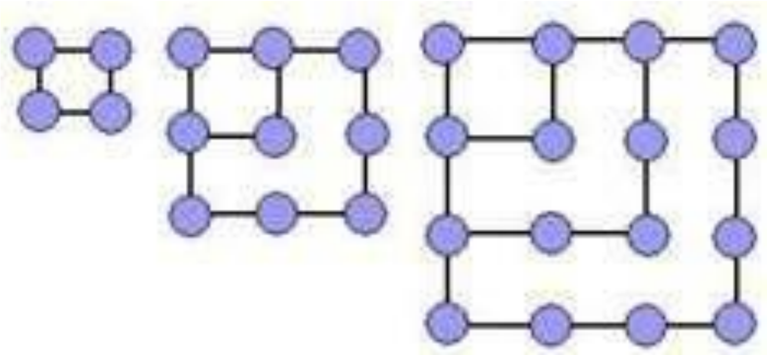
Фигурные числа

Фигурные числа — общее название чисел, связанных с той или иной геометрической фигурой.

Давным-давно, помогая себе при счете камушками, люди обращали внимание на правильные фигуры, которые можно выложить из камушков.

Можно просто класть камушки в ряд: один, два, три. Если класть их в два ряда, чтобы получались прямоугольники, то получаются все четные числа.

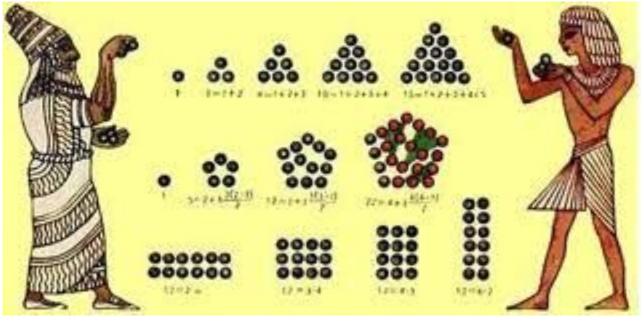
Можно выкладывать камни в три ряда: получатся числа, делящиеся на три.



Фигурные числа

Различают следующие *виды фигурных чисел*:

- *Линейные числа* — числа, не разлагающиеся на множители, то есть их ряд совпадает с рядом простых чисел, дополненным единицей: 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, …
- *Плоские числа* — числа, представимые в виде произведения двух сомножителей, то есть составные: 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, …
- *Телесные числа* — числа, представимые произведением трёх сомножителей: 8, 12, 16, 18, 20, 24, 27, 28,



Многоугольные числа

Выкладывая различные правильные многоугольники, можно получить разные классы *многоугольных чисел.* Предположительно от фигурных чисел возникло выражение: "Возвести число в квадрат или в куб".

Квадратные числа представляют собой произведение двух одинаковых натуральных чисел, то есть являются полными квадратами: 1, 4, 9, 16, 25, 36, и т.д. (1+3=4, 1+3+5=9, 1+3+5+7=16).

*Пятиугольные числа:*1, 5, 12, 22, 35, 51, 70, 92, 117, 145.

Пирамидальные числа возникают при складывании круглых камушков горкой так, чтобы они не раскатывались. Получается пирамида. Каждый слой в такой пирамиде - треугольное число. Наверху один камушек, под ним - 3, под теми - 6 и т.д.: 1, 1+3=4, 1+3+6=10, 1+3+6+10=20, ...

Кубические числа возникают при складывании кубиков: 1, 2·2·2=8, 3·3·3=27, 4·4·4=64, 5·5·5=125... и так далее.

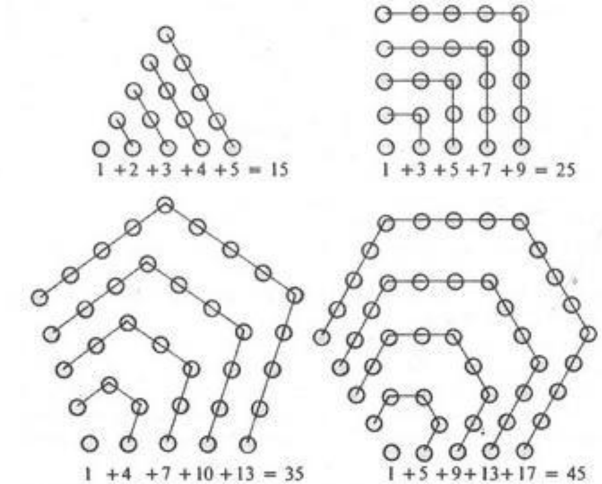


Рис. 2. Построение многоугольных чисел пятого порядка.

Дружественные числа

Дружественные числа – это два натуральных числа, для которых сумма всех делителей первого числа (кроме него самого) равна второму числу и сумма всех делителей второго числа (кроме него самого) равна первому числу.

История дружественных чисел теряется в глубине веков. Эти удивительные числа были открыты последователями Пифагора. Правда пифагорейцы знали только одну пару дружественных чисел – 220 и 284. Проверим эту пару чисел на свойство дружественных чисел:

$$1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284$$

$$1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220$$

Дружественные числа

Долго считалось, что следующую пару дружественных чисел 17296 и 18416 открыл в 1636 году знаменитый французский математик *Пьер Ферма*. Но недавно в одном из трактатов арабского ученого Ибн аль-Банны (1256-1321) были найдены строки: "Числа 17296 и 18416 являются дружественными. Аллах всеведущ".

После, первым получил новые дружественные числа *Леонард Эйлер.* Он открыл 59 пар дружественных чисел, среди которых были и нечетные числа, например, 9773505 и 11791935. Он предложил пять способов отыскания дружественных чисел. Эту работу продолжили математики следующих поколений. В настоящее время известно около 1100 пар дружественных чисел. В 1867 году шестнадцатилетний итальянец *Никколо Паганини* потряс математический мир сообщением о том, что числа 1184 и 1210 дружественные! Эту пару, ближайшую к 220 и 284, проглядели все знаменитые математики, изучавшие дружественные числа.

Пару чисел 220 и 284 стали считать символом дружбы. В Средние века имели хождение талисманы с выгравированными на них числами 220 и 284, якобы способствующими укреплению любви.

Дружественные числа продолжают скрывать множество тайн. Например, есть ли пары, в которых одно число четное, а другое - нечетное? Конечно или бесконечно число пар дружественных чисел? Существует ли общая формула, позволяющая описать все пары дружественных чисел?

Совершенные числа

Иногда частным случаем дружественных чисел считаются совершенные числа: каждое совершенное число дружественно себе. *Никомах Герасский*, знаменитый философ и математик, писал: «Совершенные числа красивы».

Но известно, что совершенные вещи редки и немногочисленны, безобразные встречаются в изобилии. Избыточными и недостаточными являются почти все числа, в то время как совершенных чисел немного" Но, сколько их, Никомах, живший в первом столетии нашей эры не знал.

Совершенным называется число, равное сумме всех своих делителей (включая 1, но исключая само число).

Первым прекрасным совершенным числом, о котором знали математики Древней Греции, было число "6". На шестом месте на званном пиру возлежал самый уважаемый, самый почетный гость. В библейских преданиях утверждается, что мир был создан в шесть дней, ведь более совершенного числа, среди совершенных чисел, чем "6", нет, поскольку оно первое среди них.

Рассмотрим число 6. Число имеет делители 1, 2, 3 и само число 6. Если сложить делители, отличные от самого числа 1 + 2 + 3 то мы получим 6. Значит, число 6 дружественно самому себе и является первым совершенным числом.

Совершенные числа

Следующим совершенным числом, известным древним, было "28".

Мартин Гарднер усматривал в этом числе особый смысл. По его мнению, Луна обновляется за 28 суток, потому что число "28" – совершенное.

В Риме в 1917 году при подземных работах было открыто странное сооружение: вокруг большого центрального зала расположены двадцать восемь келий. Это было здание неопифагорейской академии наук. В ней было двадцать восемь членов. До последнего времени столько же членов, часто просто по обычаю, причины которого давным-давно забыты, полагалось иметь во многих ученых обществах. До Евклида были известны только эти два совершенных числа, и никто не знал, существуют ли другие совершенные числа и сколько таких чисел вообще может быть.

Благодаря своей формуле, *Евклид* сумел найти еще два совершенных числа: 496 и 8128.

Совершенные числа

Почти полторы тысячи лет люди знали только четыре совершенных числа, и никто не знал, могут ли существовать еще числа, которые можно представить в евклидовской формуле, и никто не мог сказать, возможны ли совершенные числа, не удовлетворяющие формуле Евклида.

Формула Евклида позволяет без труда доказывать многочисленные *свойства совершенных чисел*.

- Все совершенные числа треугольные. Это значит, что, взяв совершенные число шаров, мы всегда сможем сложить из них равносторонний треугольник.
- Все совершенные числа, кроме 6, можно представить в виде частичных сумм ряда кубов последовательных нечетных чисел 13 + 33 + 53…
- Сумма обратных всем делителям совершенного числа, включая его самого, всегда равна 2.

Кроме того, совершенство чисел тесно связано с двоичностью. Числа: 4=2×2, 8 = 2· 2· 2, 16 = 2 · 2 · 2 · 2 и т.д. называются степенями числа 2 и могут быть представлены в виде 2n, где n – число перемноженных двоек.

Все степени числа 2 чуть-чуть "не достают" до того, чтобы стать совершенными, так как сумма их делителей всегда на единицу меньше самого числа.

Компанейские числа

Понятия совершенных и дружественных чисел часто упоминаются в литературе по занимательной математике. Однако почему-то мало говорится о том, что числа могут дружить и компаниями. Понятие компанейских чисел хорошо раскрывается в англоязычных источниках.

Компанейскими называется такая группа из k чисел, в которых сумма собственных делителей первого числа равна второму, сумма собственных делителей второго – третьему и т.д. А первое число равно сумме собственных делителей k-го числа.

Есть компании по 4, 5, 6, 8, 9 и даже 28 участников, а вот по три не найдено. Пример пятёрки, пока единственной известной: 12496, 14288, 15472, 14536, 14264.

Число Шахерезады

Число Шахерезады - число 1001, которое фигурирует в заглавии бессмертных сказок "Тысяча и одна ночь".

С точки зрения математики число 1001 обладает целым рядом интереснейших свойств: это самое маленькое натуральное четырёхзначное число, которое можно представить в виде суммы кубов двух натуральных чисел:1001=103+13; число 1001 состоит из 77 злополучных чертовых дюжин (1001=13· 77); или из 91 числа 11, или из 143 семёрок; далее, если будем считать, что год равняется 52 неделям, то 1001 - количество ночей в течение 1+ 1+ + года или по- другому: 1001= 52 · 7 +26 . 7+13· 7.

В числе Шахерезады литература переплетается с математикой.

Число на гробнице

В одной из египетских пирамид ученые обнаружили на каменной плите гробницы выгравированное иероглифами число 2520. трудно точно сказать, за что выпала такая честь на долю этого числа.

Может быть, за то, что оно без остатка делится на все без исключения целые числа от 1 до 10. действительно, нет числа, меньшего, чем 2520, обладающего указанным свойством.

Нетрудно убедится в том, что это число является наименьшим общим кратным целых чисел первого десятка. Это минимальное число, которое делится без остатка на 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10.

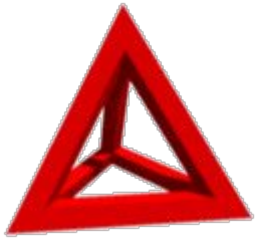
Заключение

В древние века и в современной жизни, в школе и на работе, на отдыхе и дома, утром, днем и вечером и во многих других ситуациях, математика преследует нас в течении всей жизни.

Мы единственные существа на земле, которые могут вычислять и пользоваться наукой математики!

Нужно научиться ценить это…

Отзыв руководителя:

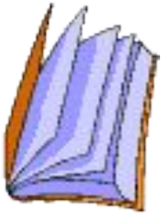


Мир, окружающий нас, удивителен, неисчерпаем на загадки. Много открытий сделано в математике, но всегда можно найти для себя «трудную задачу», применить свои знания и опыт для того ,чтобы почувствовать себя первооткрывателем.

В ходе своей работы ребята познакомились с историей возникновения цифр и чисел, открыли для себя тайну «необычных чисел», а так же какими уникальными свойствами они могут обладать.

Работа над темой дала не только новые знания, но и научила использовать в своей работе разные источники информационных ресурсов и возможности современного программного обеспечения.

Список литературы:



1. Шарыгин И.Ф. «Наглядная геометрия» 5-6кл.: Пособие для общеобразовательных учебных заведений. - М.: Дрофа, 2008. - 192 с.: ил.
2. Депман И.Я. Виленкин Н.Я. «За страницами учебника математики». Пособие для учащихся 5-6 кл. ср.шк. - М.: Просвещение, 1989. - 287 с.: ил.
3. Дорофеева «Страницы истории уроках математики»
4. Панов В.Ф. «Математика древняя и юная»
5. Раик А.Е. «Очерки по истории математики в древности»
6. http://www.classmag.ru/text/4137326.html
7. http://hypatia.magomir.ru/ariph/lesson17.html
8. http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A7%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B0_%D0%A1%D0%BC%D0%B8%D1%82%D0%B0

Спасибо за внимание!