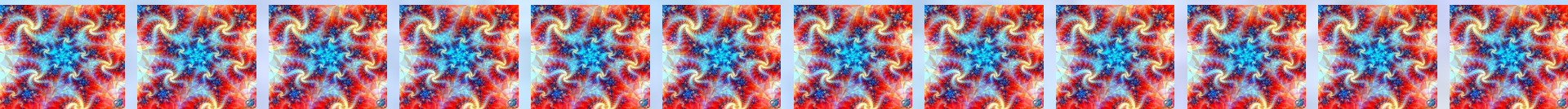




## 7.3. НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИИ НА ОТРЕЗКЕ

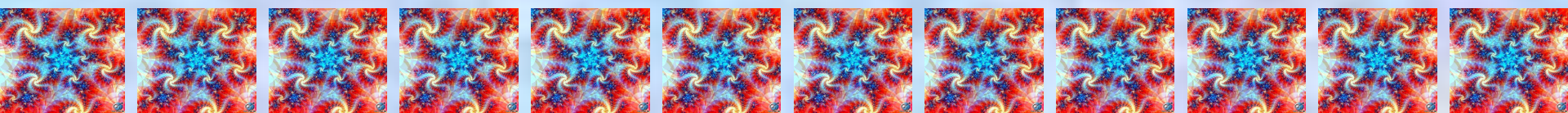
*Функция  $y=f(x)$  называется непрерывной на промежутке  $X$ , если она непрерывна в каждой точке этого промежутка.*





# *ПРИМЕР.*

*Доказать непрерывность функции*  
 $y = \cos x$   
*на всей числовой оси.*



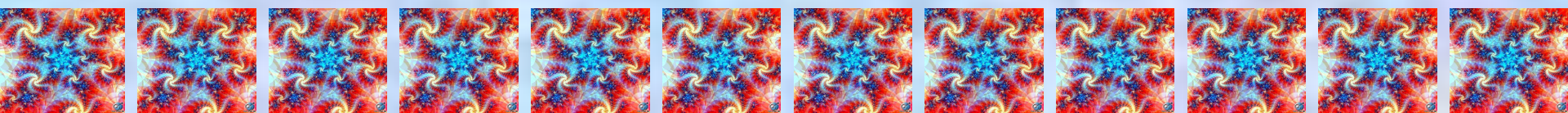


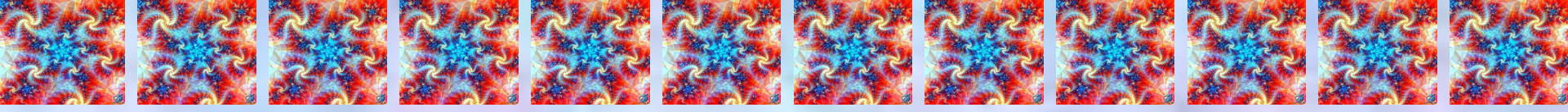
# Решение:

Найдем предел

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (\cos(x + \Delta x) - \cos x) =$$

Используем формулу разности косинусов:

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left( \cos \frac{2x + \Delta x}{2} \cdot \sin \frac{\Delta x}{2} \right) = 0$$




**Поскольку:**  $\left| \cos \frac{2x + \Delta x}{2} \right| \leq 1$

**А так же**

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sin \frac{\Delta x}{2} = \frac{1}{2} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{\Delta x}{2}}{\frac{\Delta x}{2}} \cdot \Delta x = \frac{1}{2} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{\Delta x}{2}}{\frac{\Delta x}{2}} \cdot \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta x = 0$$

**Следовательно:**  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y = 0$

**и функция  $y = \cos x$  является непрерывной на всей числовой оси.**

