

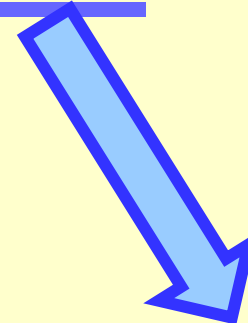
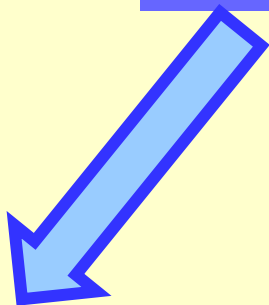
# Неравенства и их решения

# Неравенство

Решить неравенство.

Совокупность неравенств

# Неравенства



Алгебраические

Трансцендентные



рациональные

иррациональные

e

Пример: Решить неравенство

$$\sqrt{24 - 10x + x^2} < x - 4$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x-4 > 0, \\ (24-10x+x^2)(24-10x+x^2-(x-4)^2) < 0 \end{array} \right. \longleftrightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x-4 > 0 \\ (x-4)(x-6)(x-4)(-2) < 0 \end{array} \right. \longleftrightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x-4 > 0, \\ (x-4)^2(x-6) > 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x=4 \\ x > 6 \end{array} \right.$$

Ответ:  $\{4\}; [6; +\infty)$

## Методом интервалов:

1. Все члены неравенства переносятся в левую часть и приводятся к общему знаменателю.
2. Определить критические точки.
3. Критические точки наносятся на числовую прямую, прямая разбивается при этом на интервалы.
4. Определить знаки на интервалах.
5. . Множество решений неравенств объединяется интервалом с соответствующим знаком, при этом случае , если неравенство нестрогое , то к этому множеству прибавляется корни числителя.

## Линейные неравенства

– неравенства вида  $ax > b$ ,  $ax < b$ ,  
 $ax \geq b$ ,  $ax \leq b$ , где  $a$  и  $b$  действительные  
числа или выражения, зависящие от  
параметров ( $ax$  – неизвестное)

Например,  $(3 - \sqrt{10})(2x - 7) < 0$

$$6x - 21 - 2x\sqrt{10} + 7\sqrt{10} < 0$$

$$36x^2 + 441 + 40x^2 + 490 < 0$$

$$76x^2 + 931 < 0$$

$$x^2 < 12.25$$

$$x_1 = 3.5 \quad x_2 = -3.5$$

Пример:

$$(5 - a)x > a + 3$$

$$1. a > 5,$$

$$\text{тогда } x < \frac{a+3}{5-a}$$

$$2. a < 5,$$

$$\text{тогда } x > \frac{a+3}{5-a}$$

$$3. a = 5, x \in \emptyset$$



## Квадратные неравенства

– это неравенства вида  $ax^2 + bx + c > 0$ ,  
где  $a, b, c$  – действительные числа

Если  $a > 0$  и  $D < 0$  ,

то  $x \in \emptyset$

Если  $a > 0$  и  $D = 0$  ,

то  $x \in (-\infty ; -b/2a) (-b/2a ; +\infty)$

Если  $a > 0$  и  $D > 0$  ,

то  $x \in (-\infty ; x_1) (x_2 ; +\infty)$  , где  $x_1, x_2$ - корни квадратного трехчлена.

Если  $a < 0$  и  $D < 0$  ,

то  $x \in \emptyset$

Если  $a < 0$  и  $D = 0$  ,

то  $x \in \emptyset$

Если  $a < 0$  и  $D > 0$  ,

то  $x \in (x_1 ; x_2)$  ,  $x_1, x_2$  - корни квадратного трехчлена.

Пример:  $m x^2 - 2(m-1)x + (m+2)$

1. Пусть  $m > 0$  и  $D = (2-2m)^2 - 4m(m+2) = 1 - 12m < 0$ ;

нет решений

2. Пусть  $m > 0$  и  $D = 0$ ;

$m = 1/4$ ; уравнение имеет один корень.

3. Пусть  $m > 0$  и  $D > 0$ , то есть  $m \in (0; 1/4)$ .

тогда  $x \in (x_1; x_2)$ , где  $x_1 = 1/m [ (m-1) - \sqrt{1-4m} ]$ ,  $x_2 = 1/m [ (m-1) + \sqrt{1-4m} ]$

4. Пусть  $m < 0$  и  $D = 4(1-4m) < 0$ ;

Тогда  $m \in \emptyset$

5. Пусть  $m < 0$  и  $D = 4(1-4m) > 0$

$m \in \emptyset$

6. Пусть  $m < 0$  и  $D = 4(1-4m) > 0$ , то есть  $m \in (-\infty; 0)$

Тогда  $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$