

# Неравенства.

Учитель Бузецкая Т.В.

Государственное бюджетное общеобразовательное  
учреждение средняя школа 523 Санкт-Петербурга

1). Определение

2). Виды

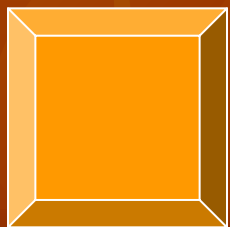
3). Свойства числовых неравенств

4). Основные свойства неравенств

4). Типы

5). Способы решения

Запись вида  
 $a > b$  или  $a < b$   
называется  
неравенством.





Неравенства вида  $a \geq b$ ,  
 $a \leq b$  называется .....

Неравенства вида  $a > b$ ,  
 $a < b$  называется.....



1). Если  $a > b$ , то  $b < a$ .

2). Если  $a > b$ ,  $b > c$ , то  $a > c$ .

3). Если  $a > b$ ,  $c$ -любое число, то  $a + c > b + c$ .

4). Если  $a > b$ ,  $c > x$ , то  $a + c > b + x$ .

5). Если  $a > b$ ,  $c > 0$ , то  $ac > bc$ .

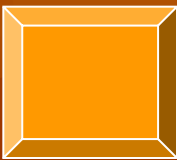
6). Если  $a > b$ ,  $c < 0$ , то  $ac < bc$ .

7). Если  $a > 0$ ,  $c > 0$ , то  $a^n > c^n$ .

8). Если  $a > 0$ ,  $c > 0$ ,  $a > c$ , то  $\sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{c}$ ;

1). Любой член неравенства можно переносить из одной части неравенства в другую, изменив его знак на противоположный, при этом знак неравенства не меняется.

2). Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же положительное число, при этом знак неравенства не изменится. Если это число отрицательное, то знак неравенства изменится на противоположное.



# НЕРАВЕНСТВА

```
graph TD; A[НЕРАВЕНСТВА] --> B[ЛИНЕЙНЫЕ]; A --> C[РАЦИОНАЛЬНЫЕ]; A --> D[ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ]; A --> E[КВАДРАТНЫЕ];
```

ЛИНЕЙНЫЕ

РАЦИОНАЛЬНЫЕ

ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ

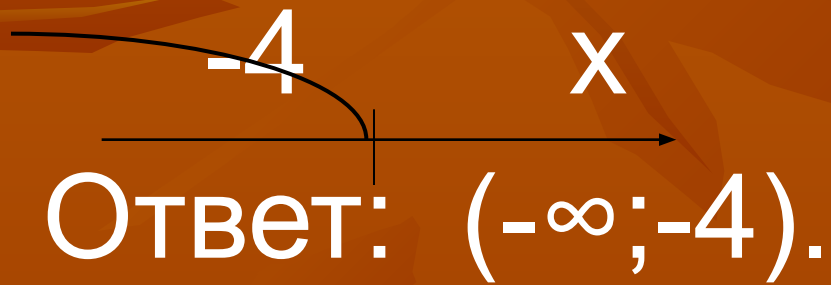
КВАДРАТНЫЕ



# I). Линейное неравенство.

1).  $x+4<0$ ;

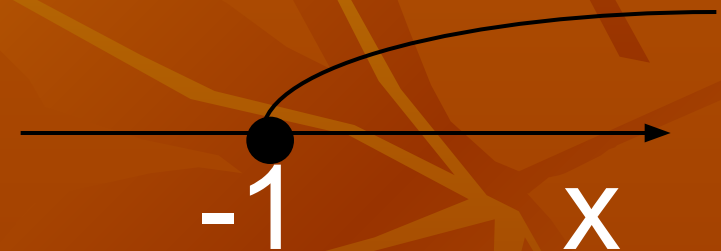
$x<-4$ ;



2).  $2x+4\geq 6$ ;

$2x\geq -2$ ;

$x\geq -1$ ;



Ответ:  $[-1; +\infty)$ .

# 1. Решить неравенства.

$$1). x+2 \geq 2,5x-1;$$

$$2). x- 0,25(x+4)+0,5(3x-1) > 3;$$

$$3). \frac{2x-8}{3} - \frac{3x-5}{2} \geq 4;$$

$$4). x^2+x < x(x-5)+2;$$

$$5). \frac{9x+2}{10} - \frac{10x-2}{9} \geq 2.$$

**2.**

**Найдите наименьшие целые числа, являющиеся решениями неравенств**

1.  $2(x-3)-1-3(x-2)-4(x+1)>0;$

2.  $0,2(2x+2)-0,5(x-1)<2.$

**3.**

**Найдите наименьшие натуральные числа, являющиеся решениями неравенства**

$3x-3<1,5x+4.$

# II). Квадратные неравенства.

Способы решения:

Графичес  
кий

С  
применение  
М  
систем  
неравенств

Метод  
интервало

В

# 1.1). Метод интервалов

(для решения квадратного уравнения)

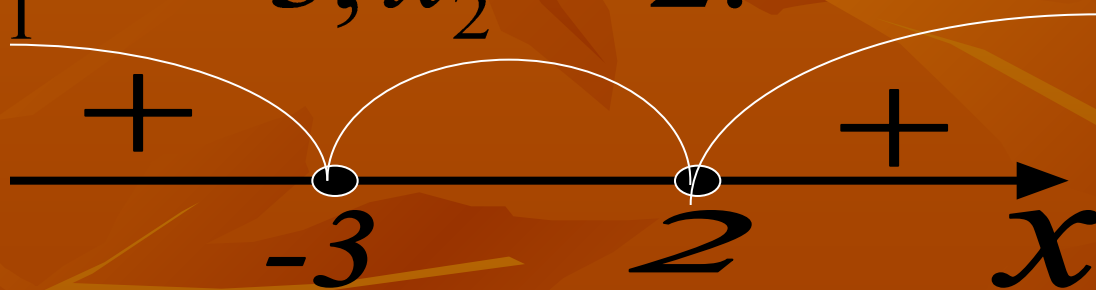
$$ax^2+bx+c>0$$

- 1). Разложим данный многочлен на множители, т.е. представим в виде  $a(x - \tilde{\sigma}_1)(x - \tilde{\sigma}_2) > 0$ .
- 2). корни многочлена нанести на числовую ось;
- 3). Определить знаки функции в каждом из промежутков;
- 4). Выбрать подходящие интервалы и записать ответ.

$$\tilde{\sigma}^2 + \tilde{\sigma} - 6 \leq 0$$

$$x^2 + x - 6 = 0; \quad (x-2)(x+3) = 0;$$

$$x_1 = -3; x_2 = 2.$$



*Ответ:*  $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$ .

# 1. Решение неравенства методом интервалов.

1).  $x(x+7) \geq 0$ ;

2).  $(x-1)(x+2) \leq 0$ ;

3).  $x - x^2 + 2 < 0$ ;

4).  $-x^2 - 5x + 6 > 0$ ;

5).  $x(x+2) < 15$ .

## Домашняя работа:

Сборник 1).стр. 109 № 128-131

Сборник 2).стр.111 №3.8-3.10; 3.22;3.37-3.4



## 1.2). Решение квадратных неравенств графически

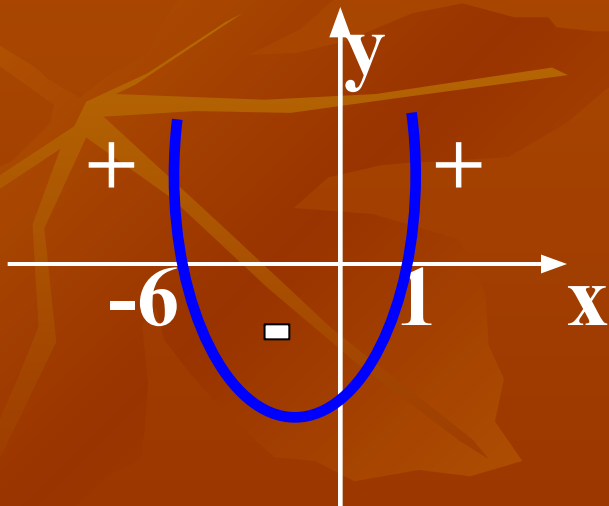
- 1). Определить направление ветвей параболы, по знаку первого коэффициента квадратичной функции.
- 2). Найти корни соответствующего квадратного уравнения;
- 3). Построить эскиз графика и по нему определить промежутки, на которых квадратичная функция принимает положительные или отрицательные значения.

# Пример:

$$x^2+5x-6 \leq 0$$

$y = x^2 + 5x - 6$  (квадратичная функция, график парабола,  $a=1$ , ветви направлены вверх)

$x^2 + 5x - 6 = 0$ ; корни этого уравнения: 1 и -6.



Ответ:  $[-6; 1]$ .

# • Решите графически неравенства:

1).  $x^2 - 3x < 0$ ;  $(0; 3)$

2).  $x^2 - 4x > 0$ ;  $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$

3).  $x^2 + 2x \geq 0$ ;  $(-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$

4).  $-2x^2 + x + 1 \leq 0$ ;  $(-\infty; -0,5] \cup [1; +\infty)$

Домашнее задание:

Сборник 1).стр. 115 №176-179.

работы №47,45,42,17,12

(задание №5)

Сборник 2).стр. 116 № 4.4,4.5, 4.11.

работы №6, задание 13.

**III). Рациональные неравенства вида**  
**решают *методом интервалов*.**

$$\frac{P(x)}{Q(x)}$$

- 1) Раскладывают на линейные множители числитель  $P(x)$  и знаменатель  $Q(x)$ . Если это удастся, то дальше поступают так.
- 2) На числовую ось наносят корни всех линейных множителей. На каждом из промежутков, на которые эти точки разбивают ось, дробь  $P(x)/Q(x)$  сохраняет знак
- 3) Определяют знак дроби на каждом промежутке.
- 4) Записывают ответ.

Сборник 1).стр. 109 №132

Сборник 2). Стр. 112-113 № 3.20, 3.21,  
3.39-3.42



# Системы неравенств.

- 1). Содержащие линейные неравенства.
- 2). Содержащие квадратное(рациональное) неравенство и линейное неравенство.
- 3). Содержащие квадратные неравенства.
- 4). Двойное неравенство, которое решается с помощью систем.
- 5). Неравенства с модулем



$$1). \begin{cases} 5x+1>6 \\ 2x-4<3 \end{cases} ; \begin{cases} 5x>5 \\ 2x<7 \end{cases} ; \begin{cases} x>1 \\ x<3,5. \end{cases}$$



Ответ: (1;3,5).

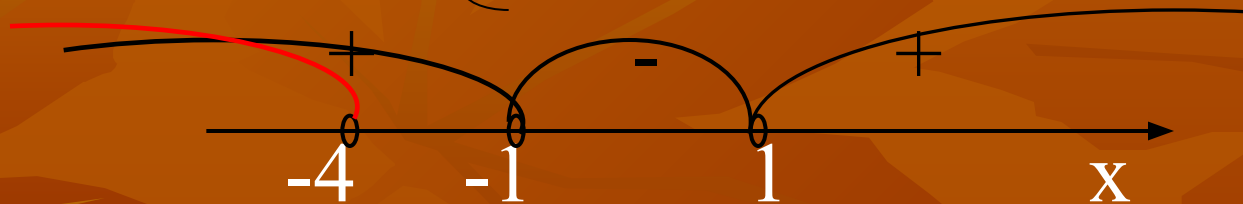
Задания:

Сборник 1). Стр. 111 №139-142

стр. 170-172 № 711-766

Сборник 2).стр. 110 № 3.4-3.7

$$2) \begin{cases} x^2 - 1 > 0 \\ x + 4 < 0; \end{cases} \quad \begin{cases} (x-1)(x+1) > 0 \\ x < -4; \end{cases}$$



Ответ:  $(-\infty; -4)$ .

Задания:

Сборник 1).стр. 111 № 143-145

Сборник 2). Стр. 112-113 №3.24, 3.25

$$3) \begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ x^2 - 3x + 5 < 0. \end{cases}$$

Решаем каждое квадратное неравенство в отдельности. Изображаем решения на числовой прямой и смотрим пересечения этих решений. Записываем ответ.

Задания:

Сборник 1). Стр. 111 № 146-147

Сборник 2). стр. 113, 115 № 3.27, 3.29,  
3.47, 3.48

$$4). -12 < x-1 < 1$$

$$\begin{cases} x-1 < 1 \\ x-1 > -12; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 2 \\ x > -11. \end{cases}$$

Ответ: (-11;2).

Задания:

Сборник 1).стр. 109 № 126-127, 134,  
стр. 172 №783-790

Сборник 2). Стр. 111 №3.9

$$5). |3x-2| < 10$$

$$\begin{cases} 3x-2 > -10 \\ 3x-2 < 10; \end{cases} \begin{cases} x > -2\frac{2}{3} \\ x < 4. \end{cases}$$

$$\text{ОТВЕТ: } \left( -2\frac{2}{3}; 4 \right).$$

# Литература.

1). Кузнецова Л.В.

«Сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре» «Дрофа», 2007 год

2). Кузнецова Л.В.

«Сборник заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 классе» «Просвещение», 2010 год

3). Лысенко Ф.Ф. «Алгебра 9 класс тематические тесты для подготовки к ГИА 2010» «Легион –М» 2009 год

4). Лысенко Ф.Ф. «Подготовка к итоговой аттестации 2010» 2009 год