

**Муниципальное образовательное
учреждение**

**“Средняя общеобразовательная школа №30”
г. Норильска**



ПРЕДСТАВЛЯЕТ

A large, multi-story building with a prominent entrance featuring a blue and purple facade. The building has many windows and a red base. A person is visible in the foreground on the left.

«Нетрадиционные способы решения квадратных уравнений»

исследовательская работа творческого характера и практической направленности.

Выполнили:

Марченко Руслана, Митякина Дарья, Капелько Евгений,
Халтурина Екатерина – учащиеся 9«А»класса,
члены школьного НОУ «Эрудит» МОУ «СОШ №30».

Научный руководитель:

Маковская Евгения Васильевна, учитель математики первой категории МОУ «СОШ №30», г. Норильск.

2008 год.

Цели и задачи работы.

- Целью нашей работы является:
- рассмотрение некоторых нестандартных способов решения квадратных уравнений на конкретных примерах, которые я сам подбирал, многие из них сам составлял, сам решал;
- составить алгоритм логической цепочки действий учащегося при решении квадратного уравнения.
- желание поделиться результатами своей работы со своими одноклассниками;
- возможность увидеть, как воспринимается материал, и каков процент учащихся будет пользоваться предложенными способами;
- и возможность практического применения материала, изложенного в работе на уроках математики.

Основная часть работы.

- Квадратные уравнения, которые решаются по свойству коэффициентов.
- Задачи, решаемые с помощью теоремы Виета.
- Решение квадратных уравнений способом замены переменной.

Свойства коэффициентов.

- Если коэффициенты квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) удовлетворяют условию $a + b + c = 0$, то корни такого квадратного уравнения равны: $X_1 = 1$, $X_2 = c/a$.
- Если же – такому условию: $a - b + c = 0$, то корни таковы: $X_1 = -1$, $X_2 = -c/a$.

Примеры. Случай1: $a + b + c = 0$.

- 1. $x^2+8x-9=0$.

- Решение: $a + b + c = 1 + 8 - 9 = 0 \rightarrow x_1 = 1, x_2 = -9/1 = -9$.

- Ответ: $x_1 = 1, x_2 = -9$.

- 2. $5x^2 - (m+5)x + m = 0$.

- Решение: $a + b + c = 5 - (m+5) + m = 5 - m - 5 + m = 0 \rightarrow$

- Ответ: $x_1 = 1, x_2 = m/5$.

Примеры. Случай2: $a - b + c = 0$.

- 1. $5x^2 - 9x - 14 = 0$.
- Решение: $a - b + c = 5 + 9 - 14 = 0 \rightarrow x_1 = -1, x_2 = 14/5$.
- **Ответ: $x_1 = -1, x_2 = 14/5$.**

- 2. $3x^2 + (3-n)x - n = 0$.
- Решение: $a - b + c = 3 - (3-n) - n = 3 - 3 + n - n = 0 \rightarrow$
 $x_1 = -1, x_2 = n/3$.
- **Ответ: $x_1 = -1, x_2 = n/3$.**

- 3. $(8-d)x^2 - dx - 8 = 0$.
- Решение: $a - b + c = (8-d) + d - 8 = 8 - d + d - 8 = 0 \rightarrow$
 $x_1 = -1, x_2 = 8/8-d$
- **Ответ: $x_1 = -1, x_2 = 8/8-d$.**

Раздел II. Оригинальные задачи с геометрическим смыслом, решаемые с помощью теоремы Виета.

- **Задача 1. 1).** Найдите площадь прямоугольника, длины сторон которого численно равны корням уравнения $\sqrt{2}x^2 - 17x + 3 = 0$.
- 1) $3\sqrt{2}$; 2) $1,5\sqrt{2}$; 3) 3; 4) $8,5\sqrt{2}$; 5) $17\sqrt{2}$.
- **Решение.** Площадь прямоугольника равна произведению длин его соседних сторон. По условию длины сторон данного прямоугольника численно равны корням данного уравнения. Значит, применив теорему Виета, по которой произведение корней квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ равно c/a , получим:
- S прямоугольника = $1,5\sqrt{2}$, то есть верным является второй вариант ответа. А именно: $1,5\sqrt{2}$.

Задача 2.

- Найдите периметр параллелограмма, длины сторон которого численно равны корням уравнения
- $\sqrt{6}x^2 - 12x + 3 = 0$.
- 1) $2\sqrt{6}$; 2) 24; 3) $4\sqrt{6}$; 4) $\sqrt{6}$; 5) 6 .
- Решение. Полупериметр, p , параллелограмма - это сумма длин двух его соседних сторон. По условию длины сторон данного параллелограмма численно равны корням данного уравнения. Значит, по теореме Виета, их сумма равна $X_1 + X_2 = 2\sqrt{6}$.
- Но $X_1 + X_2 = p$, следовательно, $P = 2p = 2 \cdot 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$.
- Значит, верным есть третий вариант ответа, то есть: $4\sqrt{6}$.

Раздел III. Решение квадратного уравнения способом замены переменной.

- 1). Решить уравнение:
- $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) = 24$.
- **Решение:** Умножим первый двучлен на четвёртый, затем второй на третий и сделаем замену переменной, получим:
- $(x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) = 24$,
- Пусть $x^2 + 5x = y$, тогда
- $(y + 4)(y + 6) = 24$,
- $y^2 + 10y + 24 = 24$,
- $y^2 + 10y = 0$,
- $y(y + 10) = 0 \rightarrow y = 0$ или $y + 10 = 0$
- $y = -10$.
- Вернёмся к переменной x , получим два уравнения:
- $x^2 + 5x = 0$ и $x^2 + 5x = -10$.
- $x(x + 5) = 0$ $x^2 + 5x + 10 = 0$.
- $x = 0$ или $x + 5 = 0$ $D = 25 - 40 < 0$ уравнение не имеет действительных корней
- $x = -5$. **Ответ: $X_1 = 0$. $X_2 = -5$.**

Разложение квадратного трёхчлена на множители способом замены переменной

- 2) Представить выражение $x(x + 1)(x + 2)(x + 3) - 15$ в виде произведения двух многочленов.
- Решение: $x(x + 1)(x + 2)(x + 3) - 15 =$
- $= x(x + 3)(x + 1)(x + 2) - 15 =$
- $= (x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) - 15.$
- Пусть $x^2 + 3x = t$, тогда получим: $(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) - 15 = t(t + 2) - 15 = t^2 + 2t - 15.$
- Найдём теперь корни полученного квадратного трёхчлена. Для этого решим квадратное уравнение:
- $t^2 + 2t - 15 = 0.$
- По теореме Виета
- $t_1 = -5, t_2 = 3.$
- Значит, $t^2 + 2t - 15 = (t + 5)(t - 3).$
- Вернёмся к переменной x , получим
- ответ на вопрос задачи: $x(x + 1)(x + 2)(x + 3) - 15 = (x^2 + 3x + 5)(x^2 + 3x - 3).$

Алгоритм решения квадратного уравнения

- 1. Проверить каким является квадратное уравнение полным или неполным.
- 2. Если уравнение неполное, то решаем, применяя свойства коэффициентов или правила нахождения корня уравнения, определив какому из трех случаев ($ax^2=0$, $ax^2+bx=0$ или $ax^2+c=0$) соответствует данное уравнение.
- 3. Если уравнение полное, то решаем
 - а) либо по свойствам коэффициентов,
 - либо по теореме Виета,
 - в) либо применяя формулу дискриминанта и формулы корней квадратного уравнения.
- Если квадратное уравнение задано в неявном виде, например, биквадратное или в таком виде как в разделе III, то придётся применить способ замены переменной.

Заключение.

Надеемся, что наша работа не останется незамеченной всеми, кто любит математику, любит решать задачи разных уровней.

Выражаем признательность нашему преподавателю математики и научному руководителю Евгении Васильевне Маковской за помощь, оказанную нам при выполнении данной работы и за те ценные указания, которые мы получали от неё в процессе работы.

- **Нам также очень хотелось бы, чтобы наша работа послужила учащимся при подготовке к урокам и, в перспективе, к экзаменам, а также преподавателям при подготовке к урокам.**

Спасибо за внимание!

=)

