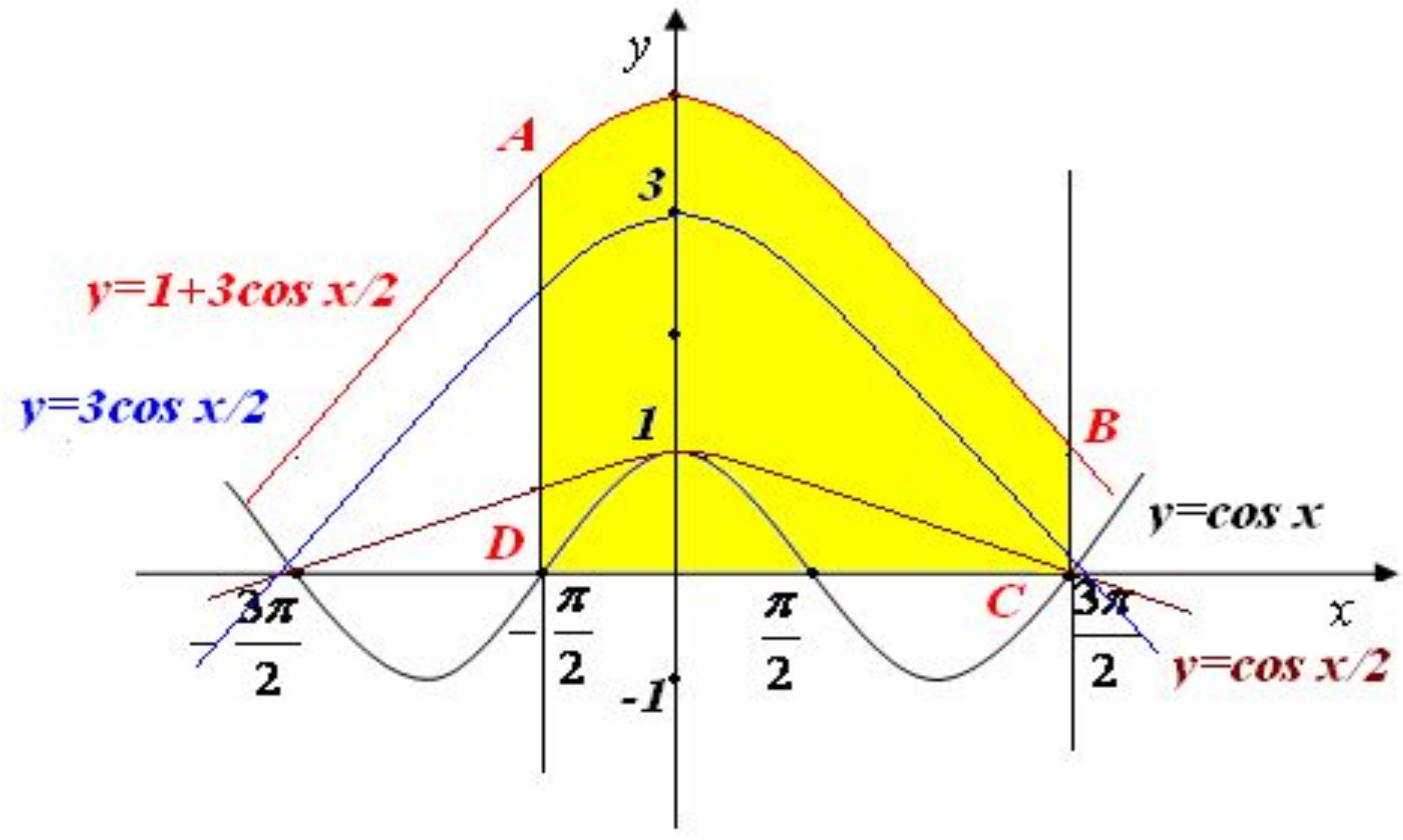
Тема урока:

# «Вычисление площадей плоских фигур с помощью определенного интеграла»

Учитель математики
Гурова Ольга Валериевна
ГБОУ СОШ № 1652

## Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиками функций

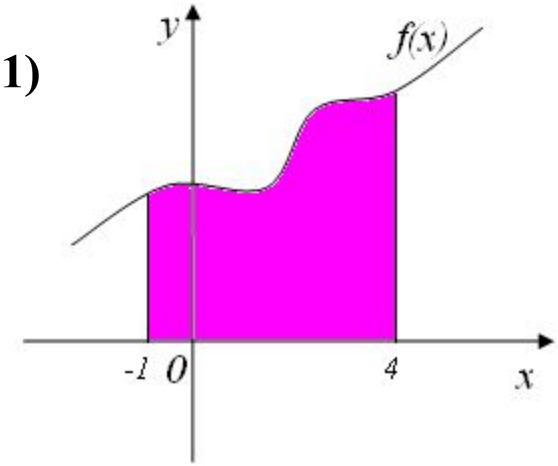
$$y = 1 + 3\cos\frac{x}{2} \qquad x = -\frac{\pi}{2} \qquad x = \frac{3\pi}{2} \qquad y = 0$$



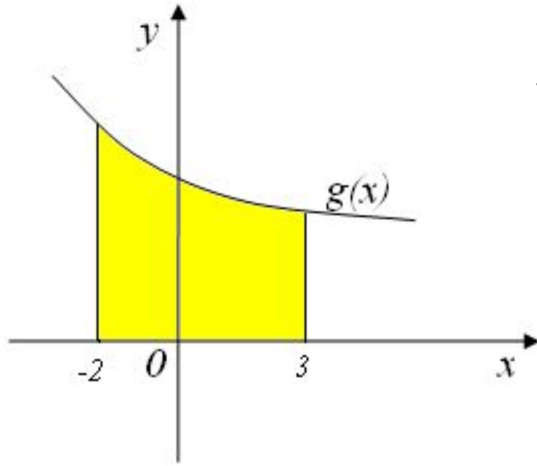
# Устная работа

## 1. Выразите с помощью интеграла площади фигур, изображенных на рисунках:

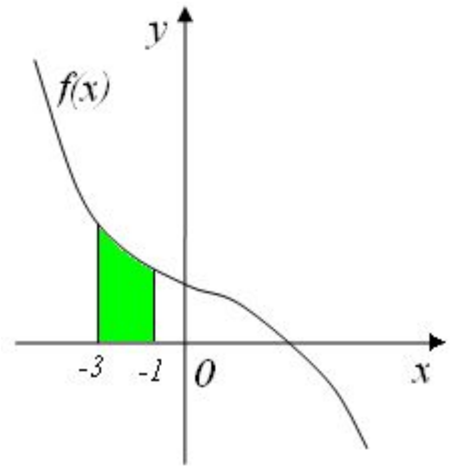
1)



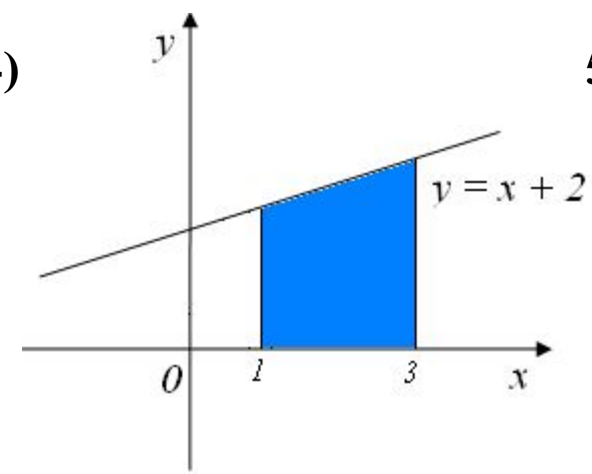

2)



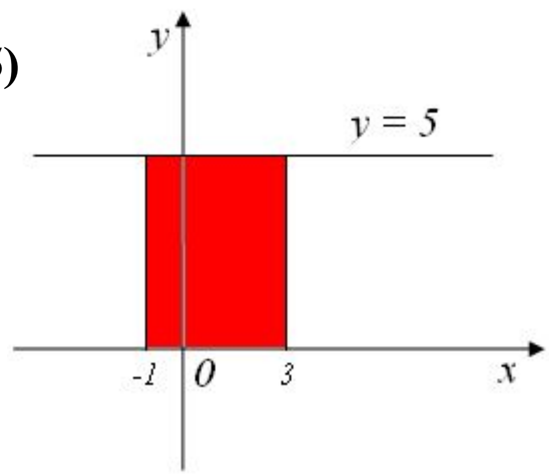

3)



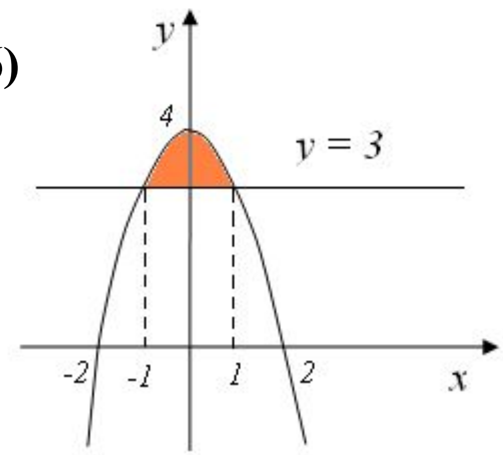

4)




5)




6)



## 2. Вычислите интегралы:

1). $\int_{2}^{5} x\,dx$

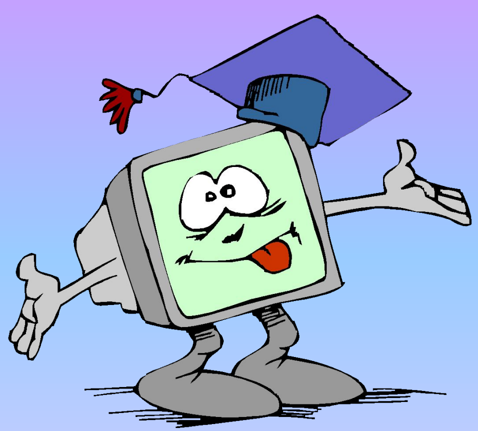
**10,5**

2). $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin x\,dx$

**1**

3). $\int_{0}^{4} x^{3}\,dx$

**64**



4). $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{0} \frac{1}{\cos^{2} x}\,dx$

**1**

# Немного истории

«Интеграл» придумал **Якоб Бернулли** (1690г.)

«восстанавливать» от латинского integro

«целый» от латинского integer

«Примитивная функция»,

от латинского

*primitivus* – начальный,

ввел

**Жозеф Луи Лагранж**

(1797г.)

# Интеграл в древности

Первым известным методом для расчёта интегралов является **метод исчерпания Евдокса** (*примерно* 370 до н. э.), который пытался найти площади и объёмы, разрывая их на бесконечное множество частей, для которых площадь или объём уже известен.

**Архимед**

**Евдокс Книдский**

Этот метод был подхвачен и развит **Архимедом**, и использовался для расчёта площадей парабол и приближенного расчёта площади круга.

# Исаак Ньютон (1643-1727)

Наиболее полное изложение дифференциального и интегрального исчислений содержится в **«Методе флюксий...»** (1670–1671, опубликовано в 1736).

Переменные величины - **флюенты (первообразная или неопределенный интеграл)**

Скорость изменения флюент – **флюксии (производная)**

# Лейбниц Готфрид Вильгельм (1646-1716)

$\int ydx$ **- впервые использован Лейбницем в конце XVII века**

**Символ образовался из буквы S — сокращения слова *summa* (сумма)**

# Определенный интеграл

**И. Ньютон**

$$\int_b^a f(x)dx = F(a) - F(b)$$

где $F'(x) = f(x)$

**Г. Лейбниц**

$$\int_b^a f(x)dx = \sum_{i \in [a,b]} f(x_i)dx_i$$

**Формула Ньютона - Лейбница**

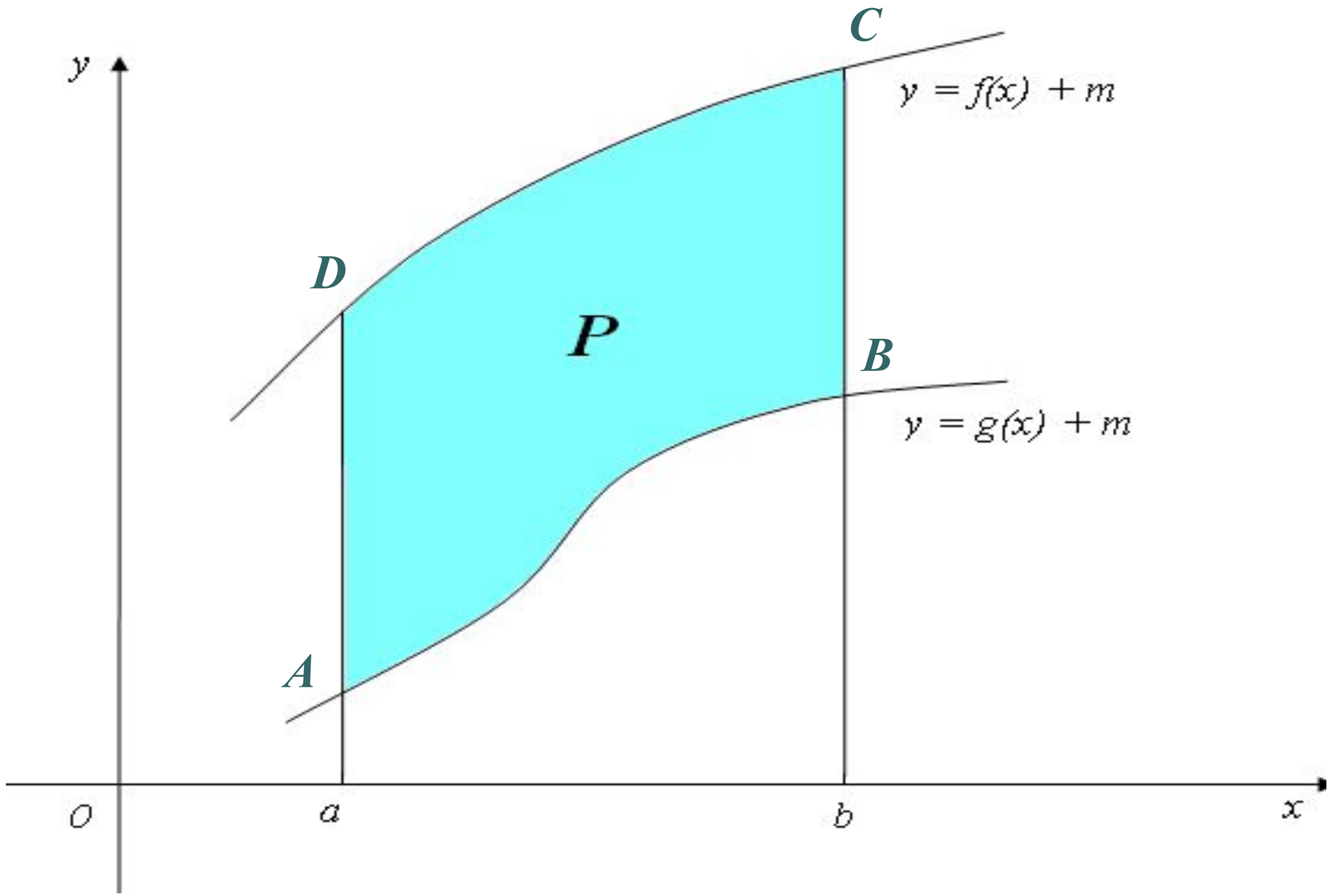
$$S = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

$y = f(x),\ y = g(x),\ x = a,\ x = b,\ f(x) > g(x)$

$$S = \int \left( f(x) - g(x) \right) dx$$

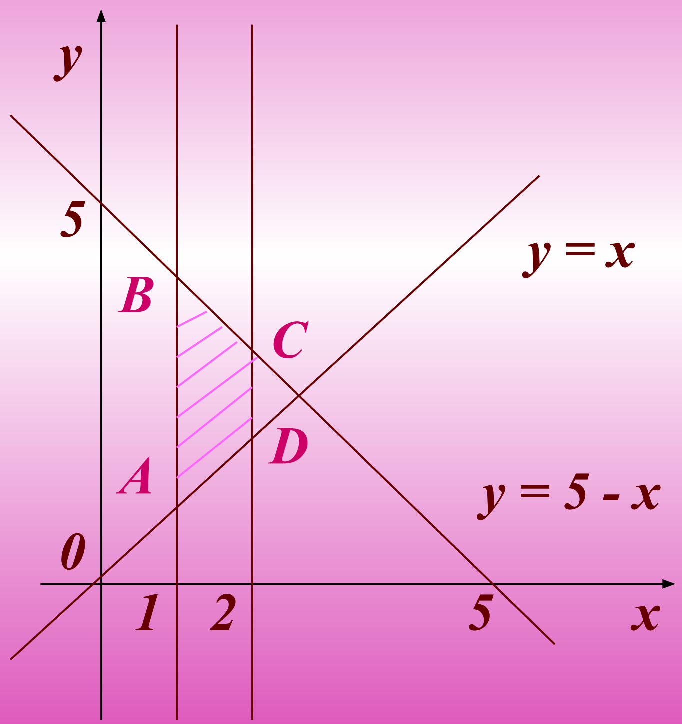
$$S_{ABCD} = S_{aDCb} - S_{aABb} = \int_a^b \left( f(x) + m \right) dx - \int_a^b \left( g(x) + m \right) dx =$$

$$= \int_a^b \left( \left( f(x) + m \right) - \left( g(x) + m \right) \right) dx = \int_a^b \left( f(x) - g(x) \right) dx$$



Пример. **Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями**

$$y = x, \ y = 5 - x, \ x = 1, \ x = 2.$$




$$S_{ABCD} = \int_1^2 ((5 - x) - x)dx =$$

$$= \int_1^2 (5 - 2x)dx = \left(5x - x^2\right)\Big|_1^2 =$$

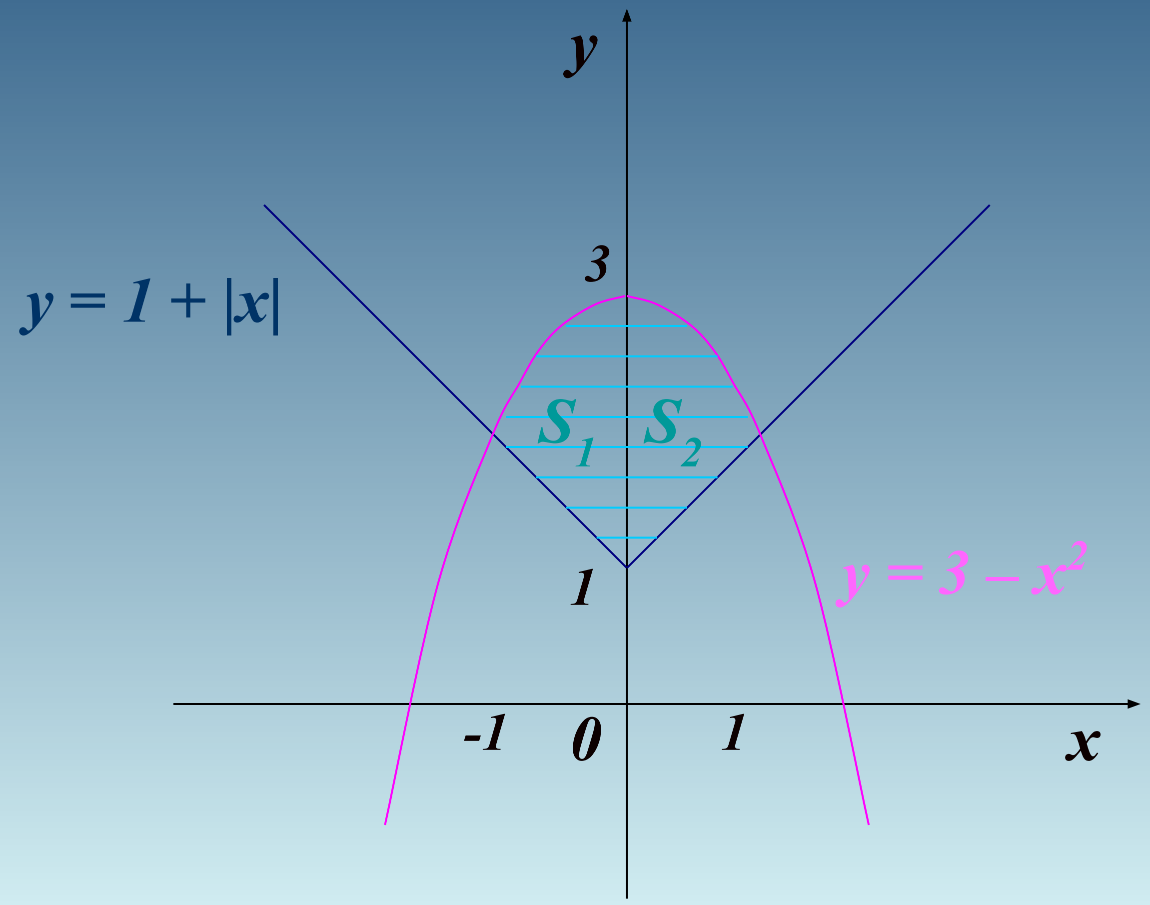
$$= \left(5 \cdot 2 - 2^2\right) - \left(5 \cdot 1 - 1^2\right) = 2$$

$$\mathit{Ответ}: 2$$

Задание1. **Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями**

$y = 3 - x^2,$

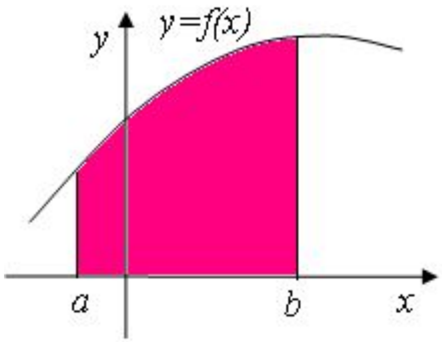
$y = 1 + |x|$




$$S = S_1 + S_2$$

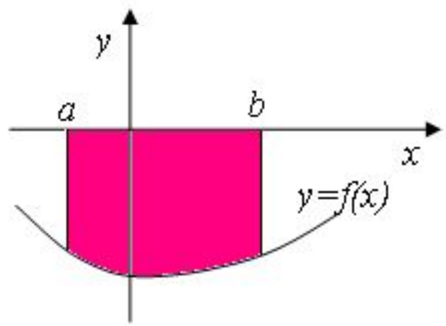
# Задание 2. С помощью определенного интеграла записывают формулы для вычисления площадей фигур, заштрихованных на рисунках

1)



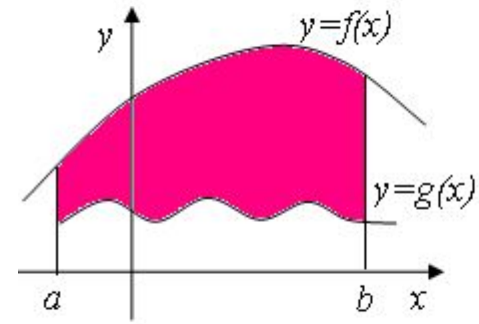

$$S=\int_a^b f(x)dx$$

2)



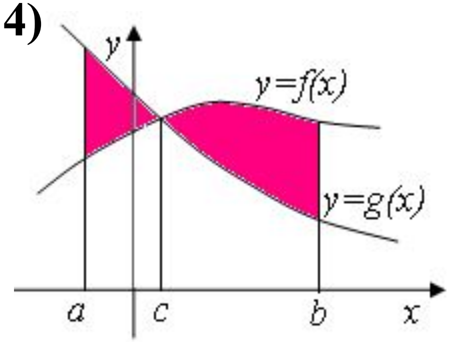

$$S=\left|\int_a^b f(x)dx\right|$$

3)



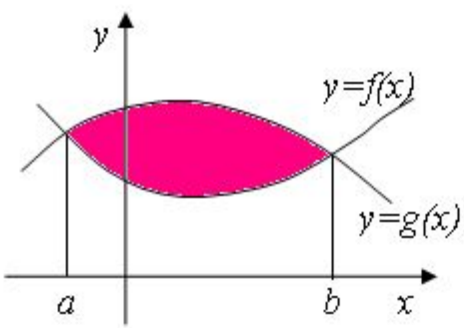

$$S=\int_a^b \big(f(x)-g(x)\big)dx$$

4)



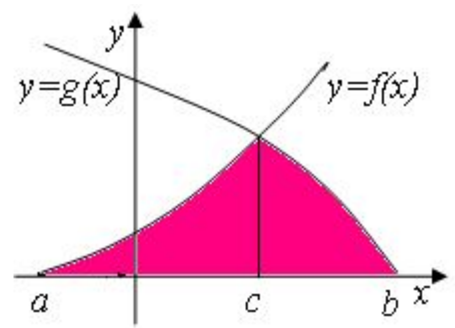

$$S=\int_a^c \big(g(x)-f(x)\big)dx+\int_c^b \big(f(x)-g(x)\big)dx$$

5)




$$S=\int_a^b \big(g(x)-f(x)\big)dx$$

6)




$$S=\int_a^c f(x)dx+\int_c^b g(x)dx$$

# Подберите из данных формул для вычисления площади фигуры ту, которая подходит к одному из шести чертежей.

$$S_1 = \int_{-2}^{7}\left(\left(4-(x-1)^2\right)-\left((x+2)^2+2\right)\right)dx$$ **5**

$$S_2 = \int_{-2}^{8}\left(5-(x-6)^2+\sin x\right)dx$$ **3**

$$S_3 = \int_{-2}^{6}\left(7-(x-5)^2\right)dx$$ **1**

$$S_4 = \int_{-3}^{4}-\frac{4}{x-3}dx+\int_{4}^{8}\left(\frac{1}{x-5}+3\right)dx$$ **6**

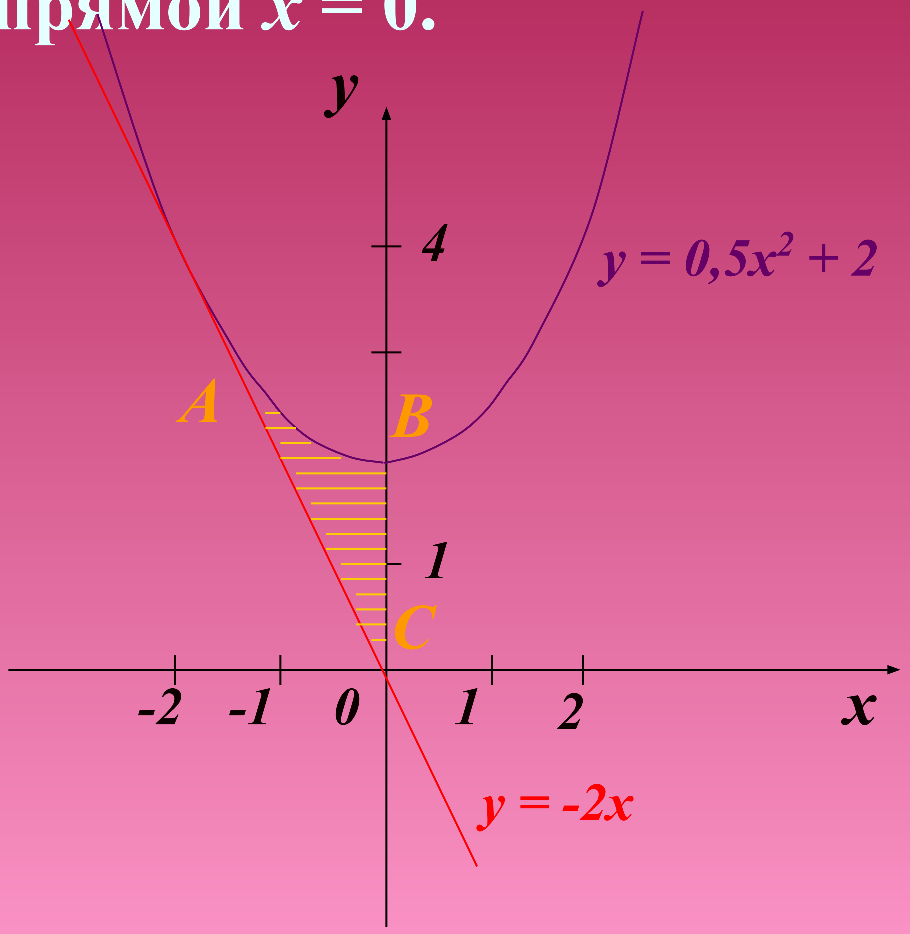
$$S_5 = \left|\int_{-1}^{3}\left(x^2-4\right)dx\right|$$ **2**

$$S_6 = \int_{-3}^{1}\left(\frac{1}{x+4}-\left((x-2)^2+5\right)\right)dx+\int_{1}^{6}\left((x-2)^2+5-\frac{1}{x+4}\right)dx$$ **4**

Задание 3. **Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = 0{,}5x^2 + 2$, касательной к этому графику в точке с абсциссой $x = -2$ и прямой $x = 0$.**

**Решение:**

1. Составим уравнение касательной.
2. Построим графики функций.
3. Найдем площадь фигуры.



# Итоги урока

# СПАСИБО ЗА УРОК!

**Домашнее задание:**

1. ***п.4 стр.228 - 230;***
2. ***№ 1025(в, г), № 1037(в, г), № 1038(в, г)***