

Учитель математики- Козеева Ольга Борисовна  
ГБОУ СОШ № 1004 г. Москва

# Комбинаторика и вероятность

Тип урока- обобщающий.

Цель урока:

Повторить и закрепить правила и формулы комбинаторики, понятие вероятности.  
Способствовать выработке навыков и умений при решении задач на нахождение вероятностей.  
Развивать логическое мышление учащихся.

## Диктант

Комбинаторика - это раздел математики, посвященный задачам выбора и расположения предметов из различных множеств

- ◆ Произведение натуральных чисел от 1 до  $n$  в математике называют факториалом числа  $n$  и обозначают  $n!$
- ◆ Перестановкой из  $n$  предметов называется любой способ нумерации этих предметов (способ расположения в ряд).
- ◆ Если есть  $n$  предметов, то число способов, которыми можно выбрать ровно  $k$  из них, называется числом сочетаний из  $n$  по  $k$  и обозначается  $C_k^n$
- ◆ Формула для нахождения числа сочетаний - 
$$C_k^n = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$
- ◆ Чтобы найти число комбинаций предметов двух типов, нужно число предметов первого типа умножить на число предметов второго типа

4-5 ошибок- оценка «3»

2-3 ошибки- оценка «4»

1 ошибка-оценка «5»

# Классическая вероятностная схема

- ◆ Для нахождения вероятности события  $A$  при проведении некоторого опыта следует:
  - ◆ 1. Найти число  $N$  всех возможных исходов данного опыта
  - ◆ 2. Принять предположение о равновероятности (равновозможности) всех этих исходов
  - ◆ 3. Найти количество  $N(A)$  тех исходов опыта, в которых наступает событие  $A$
  - ◆ 4. Найти частное  $N(A) / N$  ; оно и будет равно вероятности события  $A$

**№1.** В урне 3 белых и 9 черных шаров.

Из урны наугад вынимается 1 шар.

Какова вероятность того, что вынутый шар окажется черным?

**Решение:**

Количество всех возможных результатов  $n = 3 + 9 = 12$ .

Опытов, в результате которых может быть вынут черный шар  $m = 3$ .

$$P(A) = \frac{m}{n} \quad P(\text{ }) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

**Ответ:** 0,25

**№2.** Брошена игральная кость.

Какова вероятность событий: **a)**  $A$  - выпало 1 очко;  
**б)**  $B$  - выпало 2 очка?

Решение:

Количество всех возможных результатов  $n = 6$  (все грани).

**a)** Количество граней, на которых всего 1 очко  $m = 1$ :

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

**б)** Количество граней, на которых всего 2 очка  $m = 1$ :

$$P(B) = \frac{1}{6}$$

Ответ:  $\frac{1}{6}$  и  $\frac{1}{6}$

**№3.** Монета брошена 2 раза.

Какова вероятность события  $A$  - выпадет одновременно два герба?

**Решение.** Сколько всего возможно результатов опыта?

$ГГ, ГР, РГ, РР$

Таким образом, всего возможно результатов  $n = 4$ , нас интересующий результат возможен только один раз  $m = 1$ , поэтому

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

**Ответ: 0,25**

**№4.** Набирая номер телефона вы забыли последнюю цифру и набрали её наугад. Какова вероятность того, что набрана нужная вам цифра?

Решение.

Сколько всего цифр?  $n = 10$

Вы забыли только последнюю цифру, значит,  $m = 1$

Тогда, 
$$P(\quad) = \frac{m}{n} = \frac{1}{10} = 0,1.$$

**Ответ: 0,1**

**№5.** Из слова «*математика*» выбирается наугад одна буква. Какова вероятность того, что это будет буква «*м*»?

Решение

$n = 10$  – количество букв в слове, а  $m = 2$  – количество нужной нам буквы «*м*».

$$P( ) = \frac{m}{n} = \frac{2}{10} = 0,2.$$

**Ответ:** 0,2



**№6.** Из 500 мониторов, поступивших в продажу, в среднем 15 не работают.

Какова вероятность того, что случайно купленный монитор работает?

**Решение**

$$n = 500$$

$$m = 500 - 15 = 485$$

$$P(A) = \frac{m}{n} \quad P(A) = \frac{485}{500} = \frac{97}{100} = 0,97.$$

**Ответ: 0,97**

**№7.** Хорошо перетасуем колоду из 36 карт, случайно вынем 1 карту. Какова вероятность того, что вытянут туз?

$m = 4$  (4 туза в колоде)

$n = 36$  (карт в колоде)

$$P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$



**Ответ:**  $\frac{1}{9}$

**№8.** В лотерее 100 билетов, из них 5 выигрышных.  
Какова вероятность проигрыша?

$$m = 100 - 5$$

$$n = 100$$

$$P(A) = \frac{100 - 5}{100} = \frac{95}{100} = \frac{19}{20} = 0,95$$

**Ответ: 0,95**

**№9.** В лотерее 10 выигрышных билетов и 240 билетов без выигрыша. Какова вероятность выиграть в эту лотерею, купив один билет?

$$m = 10$$

$$n = 240 + 10$$

$$P(A) = \frac{10}{10 + 240} = \frac{10}{250} = \frac{1}{25} = 0,04$$

**Ответ: 0,04**

**№10.** В ящике лежат 8 красных, 2 синих, 20 зеленых карандашей. Вы наугад вынимаете карандаш. Какова вероятность того, что это зелёный карандаш? Не желтый карандаш?

**A = {вынут зелёный карандаш}**

$$P(A) = \frac{20}{8 + 2 + 20} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

**B = {вынут не жёлтый карандаш}**

$$P(B) = \frac{8 + 2 + 20}{8 + 2 + 20} = 1$$

*Пример* Двое играют в эту игру. Они бросают два кубика.

Первый получает очко, если выпадет сумма 8. Второй получает очко, если выпадет сумма 9. Справедлива ли эта игра?

- ◆ Событие А: «при бросании двух кубиков выпало 8 очков»
  - ◆ Событие В: «при бросании двух кубиков выпало 9 очков»
- При бросании двух кубиков могут получиться следующие равновозможные результаты:

I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
1	1	2	1	3	1	4	1	5	1	6	1		
1	2	2	2	3	2	4	2	5	2	6	2		
1	3	2	3	3	3	4	3	5	3	6	3		
1	4	2	4	3	4	4	4	5	4	6	4		
1	5	2	5	3	5	4	5	5	5	6	5		
1	6	2	6	3	6	4	6	5	6	6	6		

$n = 36$ ;  $m = 5$ , тогда  $P(A) = 5/36$ ,  $P(B) = 4/36$

$$\frac{5}{36} \square \frac{4}{36} \quad , \text{ то } P(A) > P(B)$$

Так как 8 очков выпадает чаще, чем 9 очков, то данная игра не справедлива.

## Комбинаторика

**№1 Задача:** Сколькими способами можно разместить группу учеников 8 «А» класса, изучающих немецкий язык, если их количество 10 человек, а аудитория (кабинет) содержит 10 посадочных мест?

**Решение:** Число способов равно

$$P_{10} = 10! = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3628800.$$

**№2** Задача: Найти число равновозможных случаев распределения 5 билетов в театр среди 25 учащихся класса.

Решение.

$$C_n^m = C_{25}^5 = \frac{A_{25}^5}{P_5} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 5 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21 = 53130$$



## *Вариант I*

1. Лена сказала своей подруге, что для покупки обеда, мама дала ей \_\_\_\_\_  $\frac{10!}{8! \cdot 12!}$  сколько денег дала мама Лене?

Ответ: 7,5 р.

## *Вариант II*

1. Чтобы приобрести 8 тетрадей по математике ( в клетку) мама дала Серёже  $\left( \frac{8!}{3! \cdot 5!} - \frac{9!}{2! \cdot 7!} \right)$  руб. Сколько стоит 1 тетрадь, если все деньги были израсходованы.

Ответ: 2,5 руб.

## Вариант I

1. Число перестановок из  $n$  букв относится к числу перестановок из  $n+2$  букв, как 0,1 к 3. Найти  $n$ .

(Решение.  $\frac{P_n}{P_{n+2}} = \frac{0,1}{3}$ ;

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n \cdot (n+1) \cdot (n+2)} = \frac{1}{30}$$

Следует  $(n+1)(n+2)=30$

$$n_1=4, n=-7$$

$n \in \mathbb{N}$ , значит,  $n=4$ .)

## Вариант II

1. В конференции участвовало 25 человек. Каждый с каждым обменялись визитной карточкой. Сколько всего понадобится карточек?  
( $25 \cdot 24 = 600$ ).

# Домашняя работа

## Задача

Вороне где-то Бог послал кусочек сыра , брынзы, колбасы, сухарика и шоколада.

«На ель ворона взгромоздясь, позавтракать совсем уж было собралась, да призадумалась».

Какова вероятность того что она съест «бутерброд» из 2 кусочков обязательно содержащий колбасу?

# Ошибка Даламбера

Решение предложенное Даламбером :

1 Обе монеты упали на орла

2 Обе монеты упали на решку

3 Одна из монет орел , а вторая решка  
 $N=3$        $N(A)=2$        $P(A)=2/3$



Какова вероятность  
что подброшенные  
вверх 2 правильные  
монеты упадут на одну  
и ту же сторону?

# Правильное решение

Правильное решение имеет 4 варианта

1. Первая монета упала на орла , вторая тоже на орла
2. Первая монета упала на решку , вторая тоже на решку
3. Первая монета упала на орла , а вторая на решку
4. Первая монета упала на решку , а вторая на орла

$$N = 4 \quad N(A) = 2 \quad P(A) = 2/4$$