

# Объем конуса





**Работу выполнили  
Ученицы 11 класса  
МОУ «Тугустемирская  
СОШ»**

- ✓ **Кудряшова Наташа**
- ✓ **Дусаева Гульнара**



## Теорема

**Объем конуса равен одной  
трети произведения  
площади основания на  
высоту.**



# Доказательство

Рассмотрим конус с объемом  $V$ , радиусом  $R$ , высотой  $h$  и вершиной в точке  $O$ . Введем ось  $O_x$  так, как показано на рисунке 1 ( $OM$  – ось конуса). Произвольное сечение конуса плоскостью, перпендикулярной к оси  $O_x$ , является кругом с центром в точке  $M_1$  пересечения этой плоскости с осью  $O_x$ . Обозначим радиус этого круга через  $R_1$ , а площадь сечения через  $S(x)$ , где  $x$  – абсцисса точки  $M_1$ . из подобия прямоугольных треугольников  $OM_1A_1$  и  $OMA$  следует, что

$$\frac{OM_1}{OM} = \frac{R_1}{R}, \text{ или } \frac{x}{h} = \frac{R_1}{R},$$

Откуда  $R_1 = \frac{R}{h} x$ . Так как  $S(x) = \frac{\pi R^2}{h^2} x^2$ .

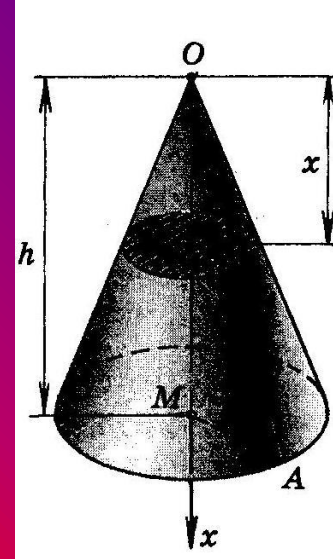
Применяя основную формулу для вычисления объемов тел при  $a = 0, b = h$ , получаем

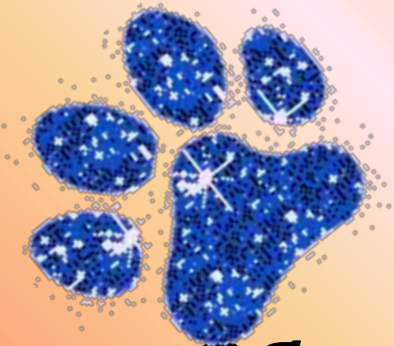
$$V = \int_0^h \frac{\pi R^2}{h^2} x^2 dx = \frac{\pi R^2}{h^2} \int_0^h x^2 dx = \frac{\pi R^2}{h^2} \frac{x^3}{3} \Big|_0^h = \frac{1}{3} \pi R^2 h.$$

Площадь  $S$  основания конуса равна  $\pi R^2$ ,  $S = \pi R^2$ , поэтому

$$V = \frac{1}{3} Sh.$$

Теорема доказана.

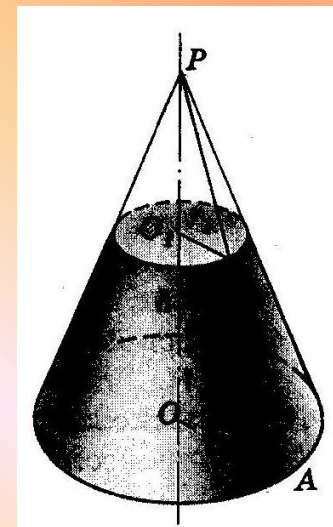




## Следствие

Объем  $V$  усеченного конуса, высота которого равна  $h$ , а площади оснований равны  $S$  и  $S_1$ , вычисляется по формуле:

$$V = \frac{1}{3} h (S + S_1 + \sqrt{S \cdot S_1}).$$



# Задачи для закрепления материала

**ЗАДАЧА 1:** 1) Цилиндр и конус имеют равные радиусы оснований и равные высоты. Объем конуса равен  $40 \text{ см}^3$ . Найдите объем цилиндра.

2) Боковые ребра правильной треугольной пирамиды составляют с основанием угол  $60^\circ$ . Найдите объем описанного около пирамиды конуса, если сторона основания пирамиды равна  $a$ .

**ЗАДАЧА 2:** В равнобедренном треугольнике  $ABC$ ,  $AC = CB = 25$ ,  $AB = 48$ . Треугольник вращается вокруг оси, проходящей через вершину  $B$  и перпендикулярной  $AB$ . Найдите объем тела вращения.

