

Объем конуса





**Работу выполнили
Ученицы 11 класса
МОУ «Тугустемирская
СОШ»**

- ✓ **Кудряшова Наташа**
- ✓ **Дусаева Гульнара**



Теорема

Объем конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту.



Доказательство

Рассмотрим конус с объемом V , радиусом R , высотой h и вершиной в точке O . Введем ось O_x так, как показано на рисунке 1 (OM – ось конуса). Произвольное сечение конуса плоскостью, перпендикулярной к оси O_x , является кругом с центром в точке M_1 пересечения этой плоскости с осью O_x . Обозначим радиус этого круга через R_1 , а площадь сечения через $S(x)$, где x – абсцисса точки M_1 . из подобия прямоугольных треугольников OM_1A_1 и OMA следует, что

$$\frac{OM_1}{OM} = \frac{R_1}{R}, \text{ или } \frac{x}{h} = \frac{R_1}{R},$$

Откуда $R_1 = \frac{R}{h} x$. Так как $S(x) = \frac{\pi R^2}{h^2} x^2$.

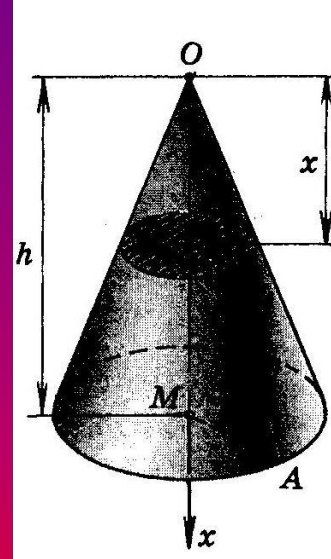
Применяя основную формулу для вычисления объемов тел при $a = 0, b = h$, получаем

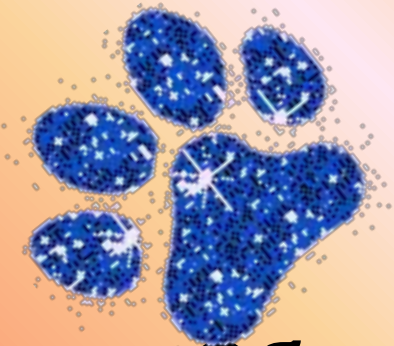
$$V = \int_0^h \frac{\pi R^2}{h^2} x^2 dx = \frac{\pi R^2}{h^2} \int_0^h x^2 dx = \frac{\pi R^2}{h^2} \frac{x^3}{3} \Big|_0^h = \frac{1}{3} \pi R^2 h.$$

Площадь S основания конуса равна πR^2 , $S = \pi R^2$, поэтому

$$V = \frac{1}{3} Sh.$$

Теорема доказана.

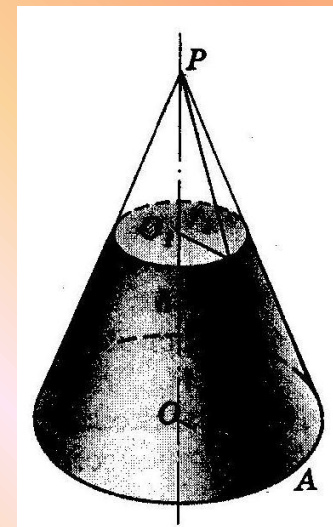




Следствие

Объем V усеченного конуса, высота которого равна h , а площади оснований равны S и S_1 , вычисляется по формуле:

$$V = \frac{1}{3} h (S + S_1 + \sqrt{S \cdot S_1}).$$



Задачи для закрепления материала

ЗАДАЧА 1: 1) Цилиндр и конус имеют равные радиусы оснований и равные высоты. Объем конуса равен 40 см^3 . Найдите объем цилиндра.

2) Боковые ребра правильной треугольной пирамиды составляют с основанием угол 60° . Найдите объем описанного около пирамиды конуса, если сторона основания пирамиды равна a .

ЗАДАЧА 2: В равнобедренном треугольнике ABC , $AC = CB = 25$, $AB = 48$. Треугольник вращается вокруг оси, проходящей через вершину B и перпендикулярной AB . Найдите объем тела вращения.

