

МОУ «Средняя общеобразовательная школа с. Погорелка
Шадринский район Курганская область

ОБЪЕМ ТЕЛ

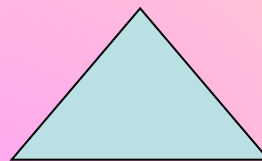
Учитель математики
первой квалификационной
категории Кошечев М.М.

ФИГУРЫ

- ПЛОСКИЕ
- ОБЪЕМНЫЕ

ПЛОСКИЕ ФИГУРЫ

- ТРЕУГОЛЬНИК



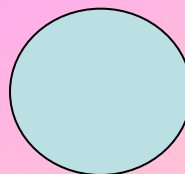
- КВАДРАТ



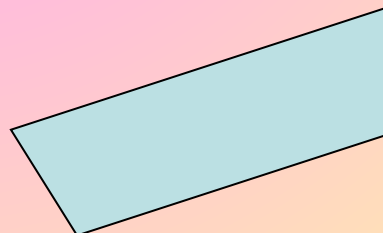
- ПРЯМОУГОЛЬНИК



- КРУГ

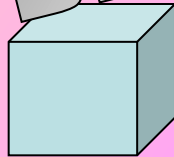


- ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК

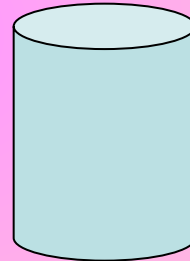


ОБЪЕМНЫЕ ФИГУРЫ

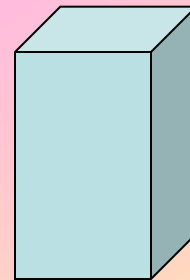
- КУБ



- ЦИЛИНДР



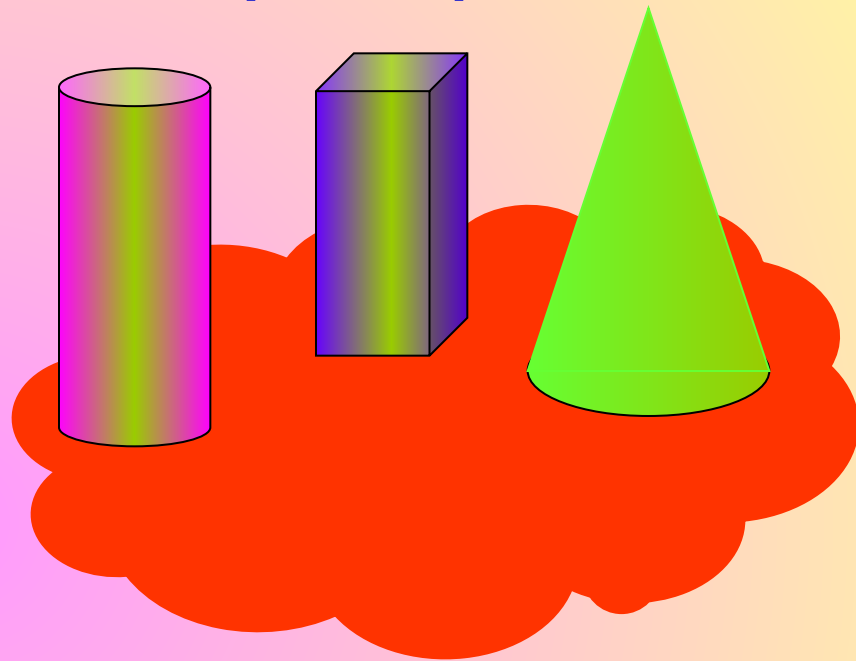
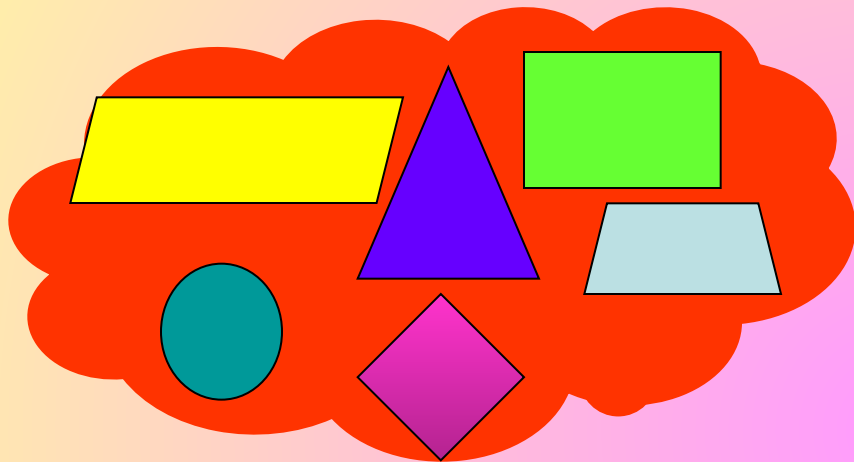
- ПАРАЛЛЕПИПЕД



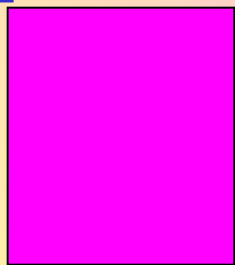
Что изучают

Планиметрия

Стереометрия



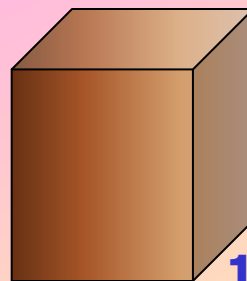
Единицы измерения
площади плоской
фигуры: см^2 ; дм^2 ;
 м^2



1 см

1 см

Единицы измерения объемов:
 см^3 ; дм^3 ; м^3 ...



1 см

1 см

1 см



Объем прямоугольного параллелепипеда

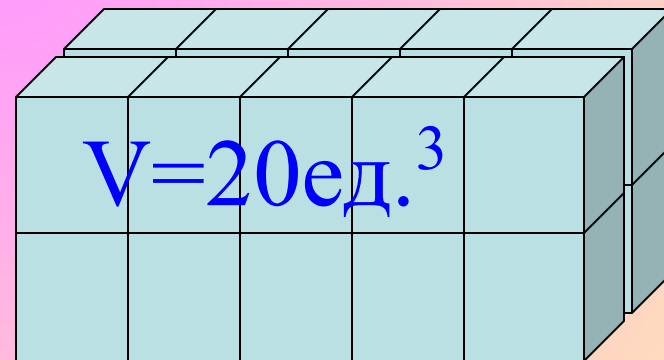


Цель урока:

- Усвоить понятие объёма пространственной фигуры;
- Запомнить основные свойства объёма;
- Узнать формулы объёма прямоугольного параллелепипеда и прямоугольной призмы.

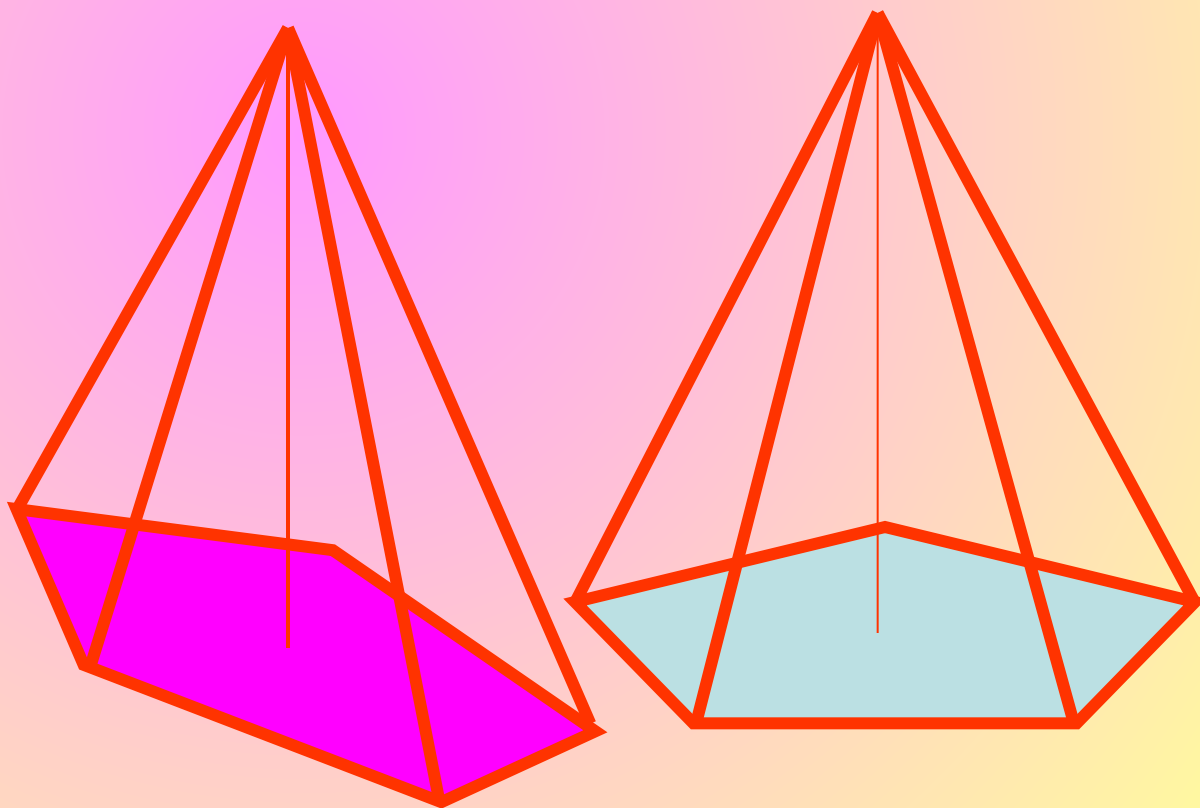
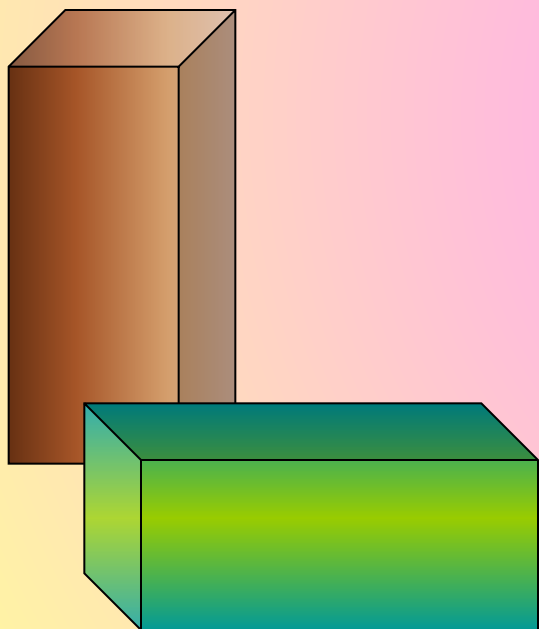
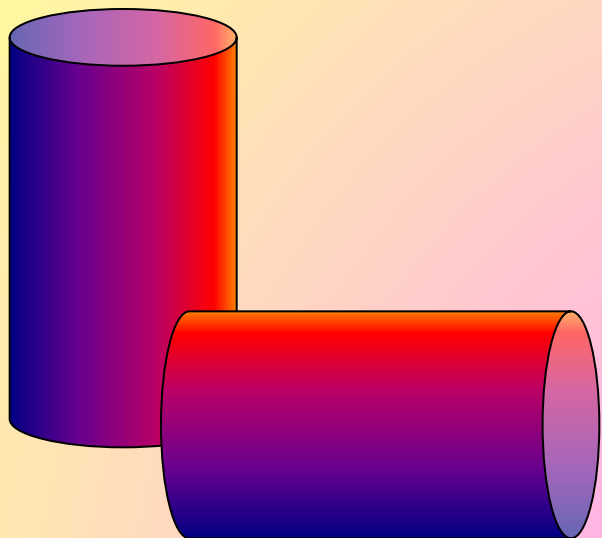


Чтобы найти объём многогранника, нужно разбить его на кубы с ребром, равным единице измерения.

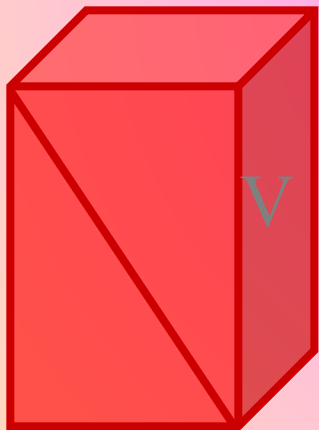


Равные тела имеют равные объемы

Если тела А, В, С имеют равные размеры,
то объемы этих тел – одинаковы.



Если тело разбить на части, являющиеся простыми телами, то объем тела равен объему его частей.



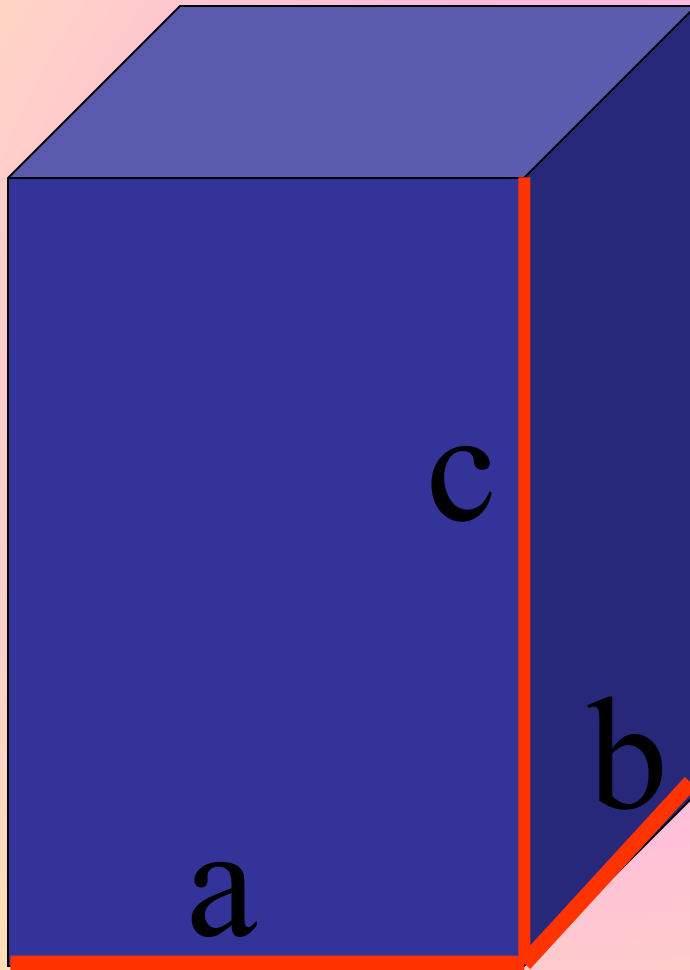
V

V_2

V_1

$$\mathbf{V = V_1 + V_2}$$

Напомним формулу объёма
прямоугольного параллелепипеда.



$$V=abc$$

Объем прямоугольного параллелепипеда

$1/10^n$

$$V = a * b * c$$

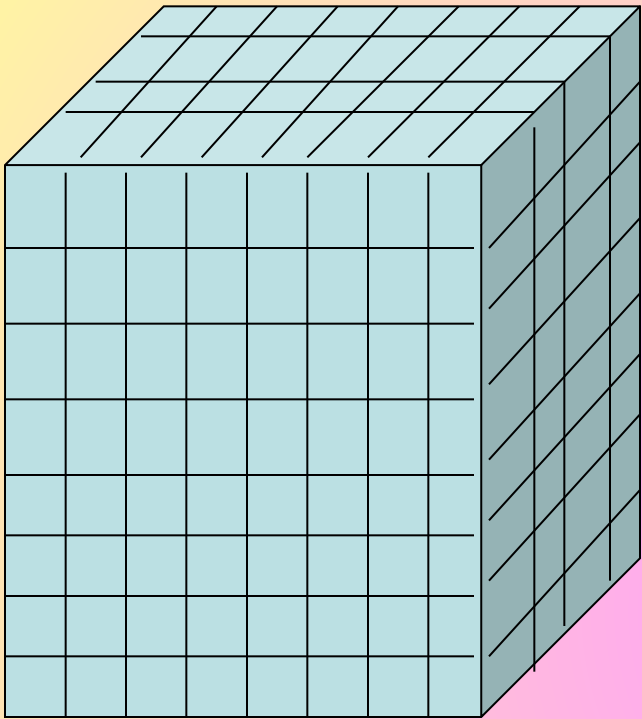
a, b, c -конечные десятичные дроби

Каждое ребро разбивается параллельными плоскостями, проведенными через точки деления ребер на равные части длиной $1/10^n$. объем каждого полученного кубика будет равен $1/10^{3n}$, т.к. длина ребер этого кубика $1/10^n$, то

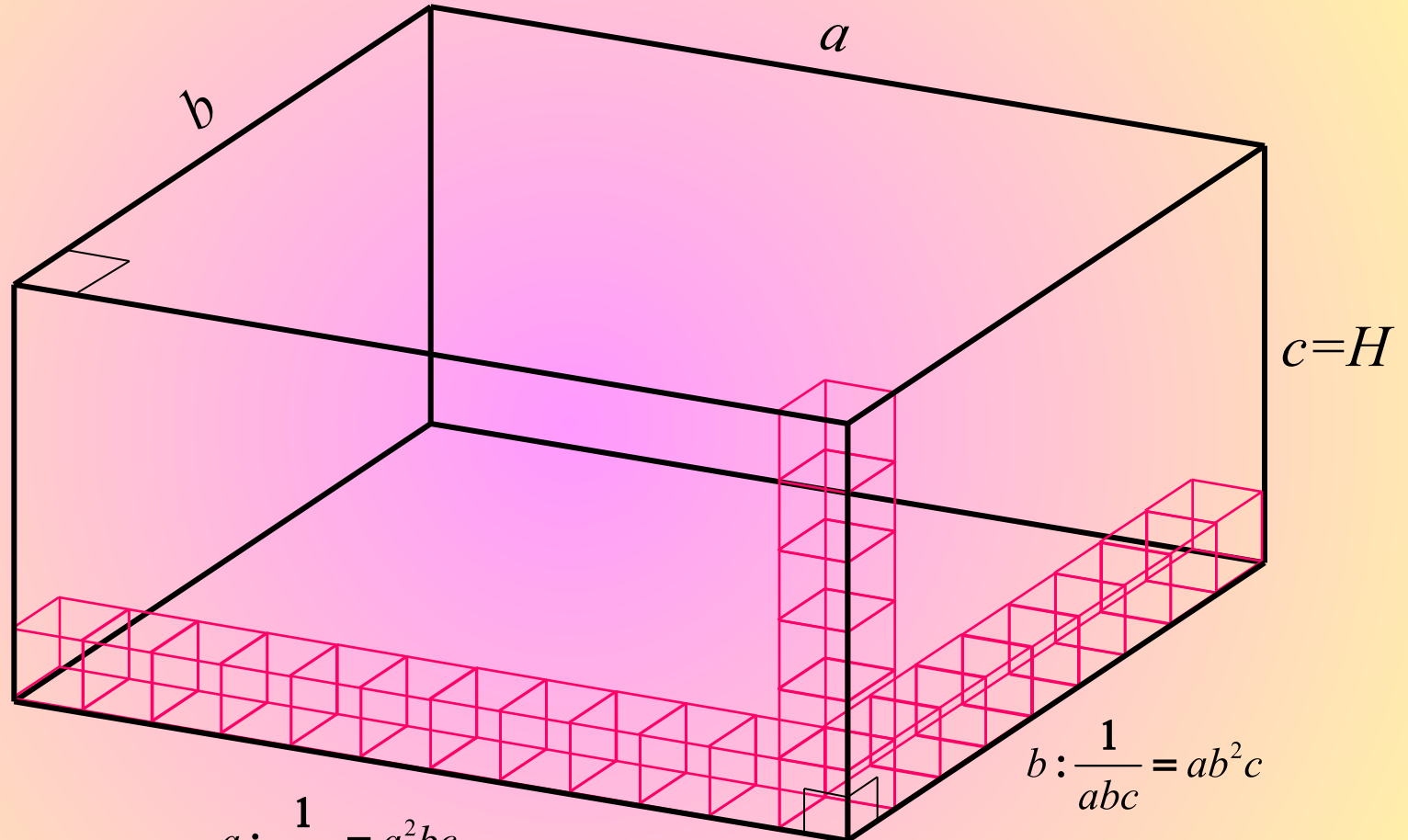
$$a * 10^{-n}; b * 10^{-n}; c * 10^{-n}$$

Т.к. $n \rightarrow +\infty$, то $V_n \rightarrow V = abc$

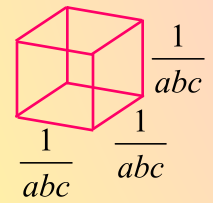
$$V = a * b * c * 10^{3n} * 1/10^{3n} = a * b * c$$



Самым естественным образом определяется объем прямоугольного параллелепипеда, как геометрического тела составленного из определенного количества единичных кубов. А значит, его объем определяется как сумма объемов этих единичных кубов.



$a \times b \times c$
 $a, b, c \in \mathbf{R}_+$



$$V_{\text{л.куб}} = \frac{1}{a^3 b^3 c^3}$$

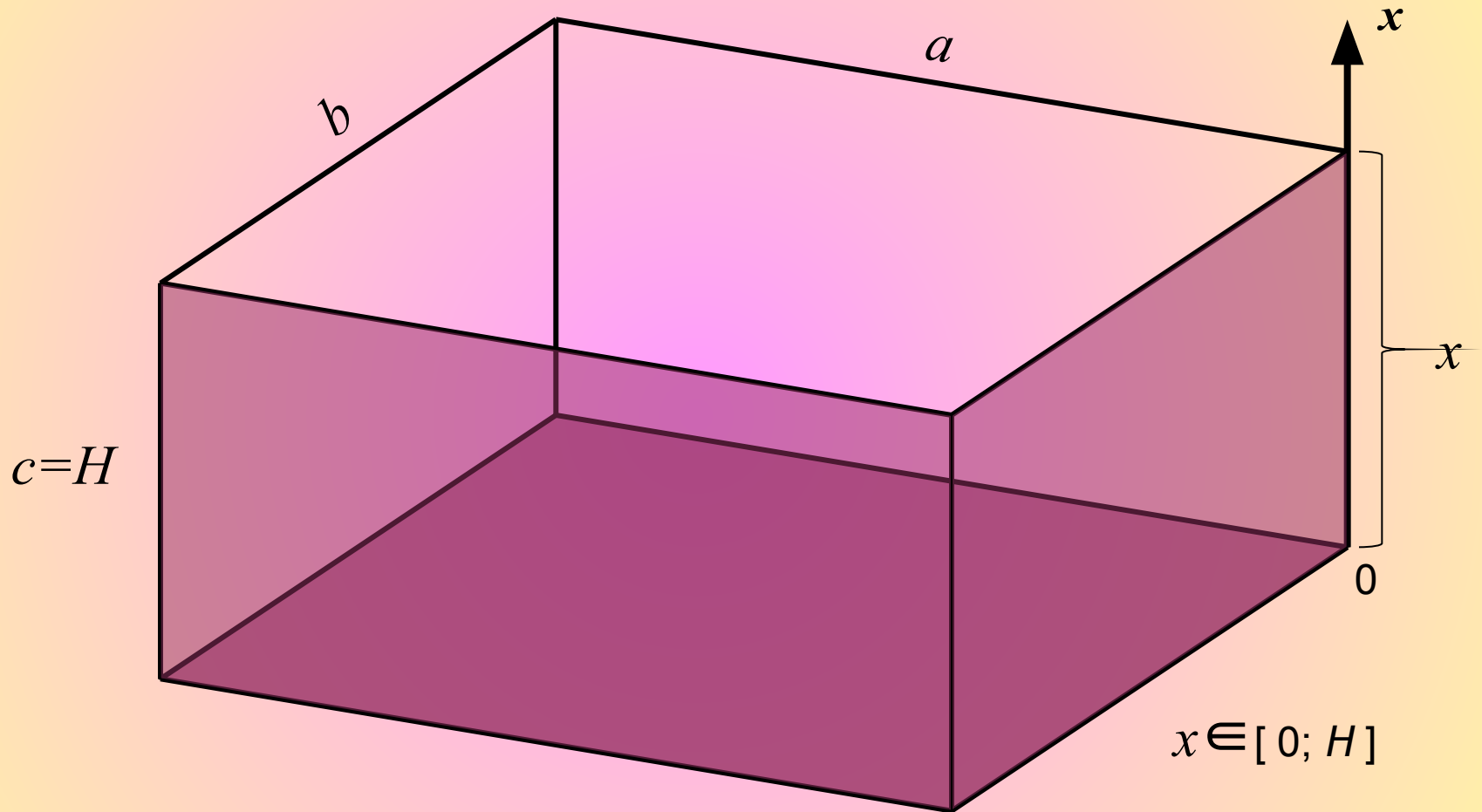
$$a : \frac{1}{abc} = a^2 bc$$

$$c : \frac{1}{abc} = abc^2$$

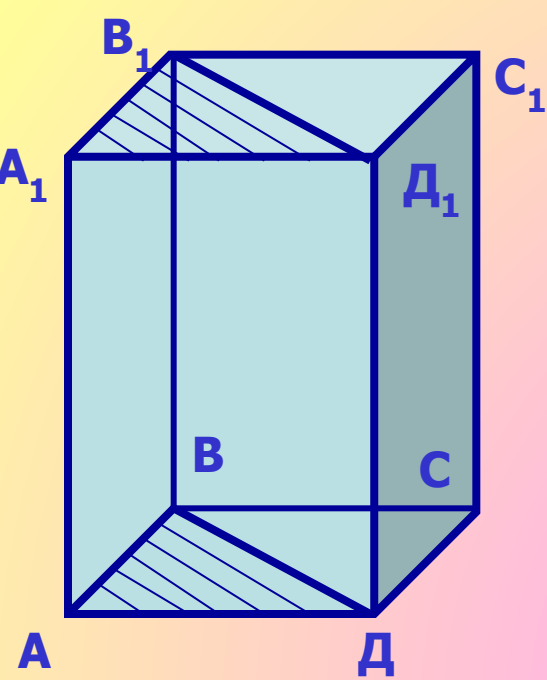
$$b : \frac{1}{abc} = ab^2 c$$

$$V = \frac{1}{a^3 b^3 c^3} \cdot a^2 bc \cdot ab^2 c \cdot abc^2 = abc = S_{\text{дн.}} \cdot H$$

Эту же формулу объема прямоугольного параллелепипеда можно получить пользуясь понятием бесконечной интегральной суммы. Объем прямоугольного параллелепипеда можно понимать как бесконечную сумму площадей основания, взятых вдоль его высоты.



$$V = \int_0^H S_{\text{осн.}} dx = S_{\text{осн.}} \int_0^H dx = S_{\text{осн.}} \cdot x \Big|_0^H = \boxed{S_{\text{осн.}} \cdot H}$$



Построим сечение прямоугольного параллелепипеда, проходящее через диагонали верхнего и нижнего оснований

Следствие 1:

Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту.

$$V = S_{\text{ос}} \cdot h, \text{ т.к. } S_{\text{ос}} = a \cdot b; h = c$$

Следствие 2:

Объем прямой призмы, основанием которой является прямоугольный треугольник равен произведению площади основания на высоту.

$$\text{Т.к. } \triangle ABD - 1/2 \square ABCD \rightarrow S_{ABD} = 1/2 S_{ABCD} \rightarrow V_{ABC} = 1/2 S_{ABCD} \cdot h = S_{ABD} \cdot h$$

:2

$V \equiv abc : 2$

$V = abc : 2$

$V = Sc$

$V = Sh$

Понятие объема.



Понятие объема в пространстве вводится аналогично понятию площади для фигур на плоскости.

Определение 1. *объемом тела* называется положительная величина, характеризующая часть пространства, занимаемую телом, и обладающая следующими свойствами:

равные тела имеют равные объемы; при параллельном переносе тела его объем не изменяется;

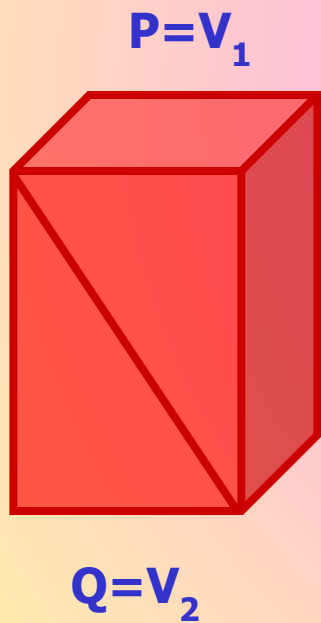
если тело разбить на части, являющиеся простыми телами, то объем тела равен объему его частей;

за единицу объема принят объем куба, ребро которого равно единице длины;

Определение 2. Тела с равными объемами называются *равновеликими*. Из свойства 2 следует, что если тело с объемом V_1 содержится внутри тела с объемом V_2 , то $V_1 < V_2$.

№647 б) Тело R состоит из тел P и Q, имеющих соответственно объемы V_1 , V_2 . Выразить объем V тела R через V_1 , V_2 если б) тела P и Q имеют общую часть, объем которой равен $1/3V_1$

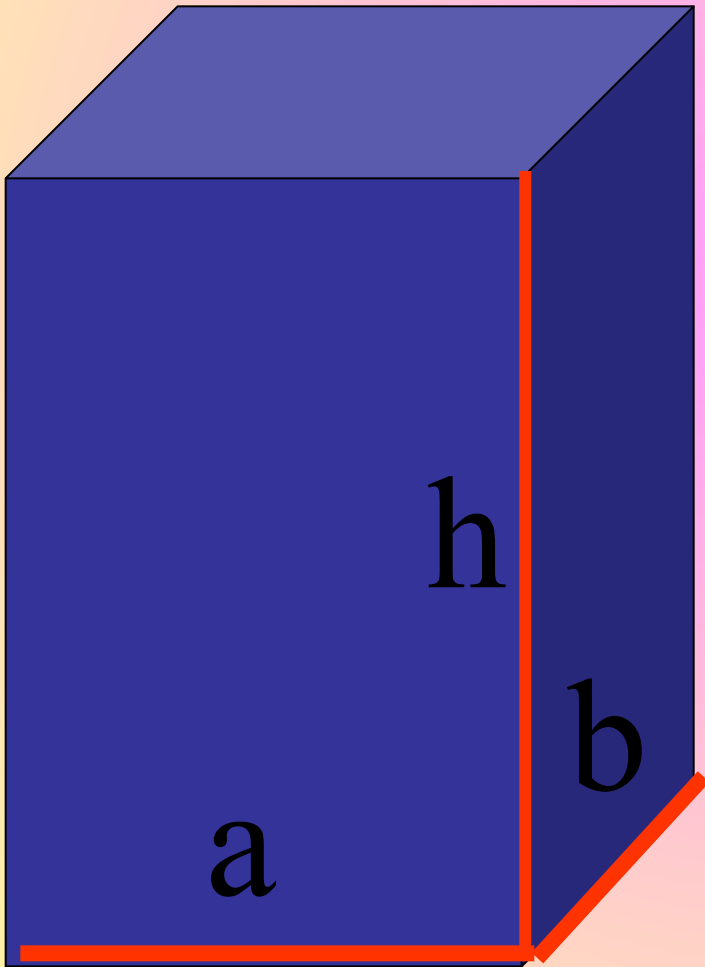
Решение:



$$V = V_1 + V_2 - 1/3V_1 = 2/3V_1 + V_2$$

⊥

№ 648 а), Найти объем прямоугольного параллелепипеда, стороны основания которого равны a и b , а высота равна h , если $a=11$, $b=12$, $h=15$



$$\begin{aligned} V &= abc = Sh = \\ &= 11 * 12 * 15 = \\ &= 1980 \text{ ед}^3. \end{aligned}$$

**№6496) Найдите объем куба $АВСДА_1В_1С_1Д_1$,
если $АС_1=3\sqrt{2}$**

Дано: $АВСДА_1В_1С_1Д_1$ – куб, $АС_1=3\sqrt{2}$

Найти: V - ?

Решение: Пусть ребро куба равно a , тогда
из треугольника $АДС$ $АС^2=a^2+a^2=2a^2$,

$С_1$ Рассмотрим треугольник $АСС_1$, найдем $АС_1$

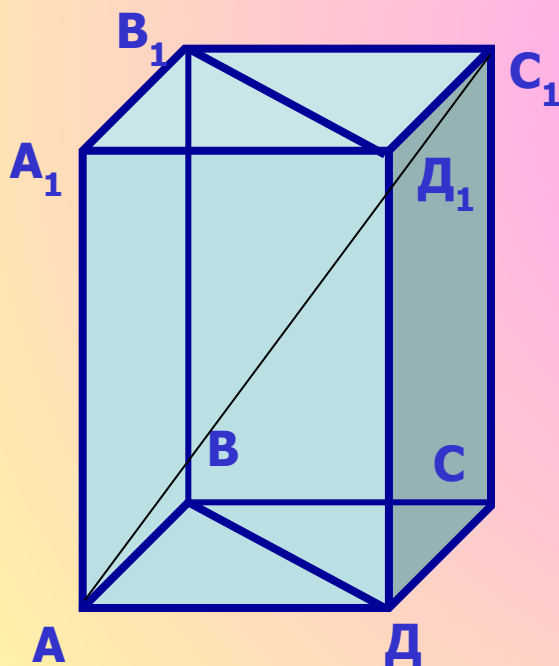
$АС_1^2=3a^2$, выразим a

$$a=АС_1/\sqrt{3} = 3\sqrt{2}/\sqrt{3}=\sqrt{6}$$

$$V=(\sqrt{6})^3=6\sqrt{6} \text{ (см}^3\text{)}$$

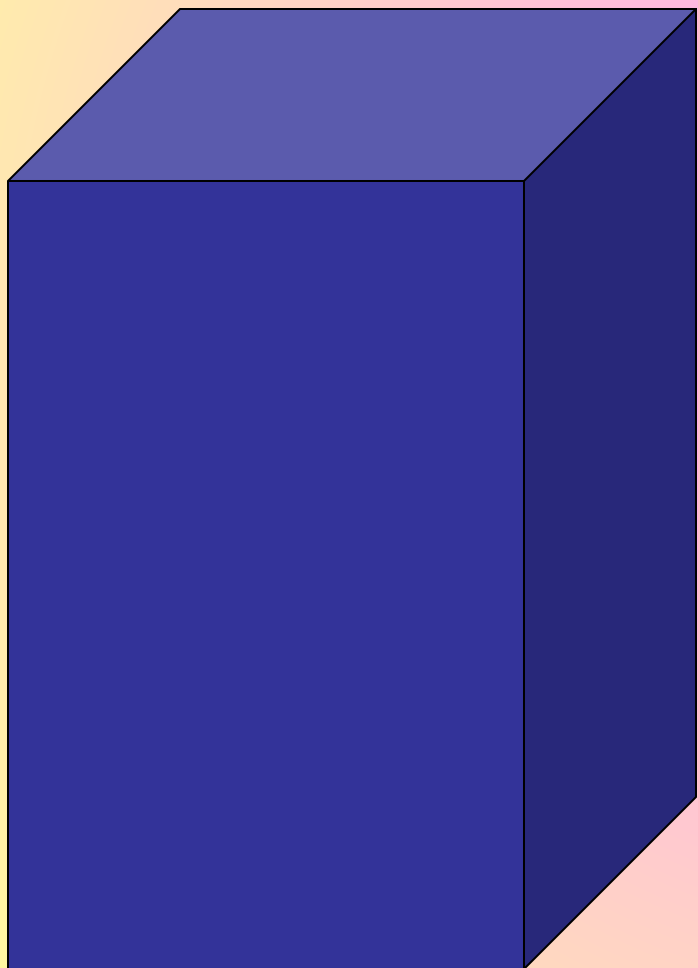
Ответ: $V=6\sqrt{6} \text{ (см}^3\text{)}$

⊥



№ 651 Кирпич имеет форму прямоугольного параллелепипеда с измерениями 25см, 12см и 6,5см. Плотность кирпича равна 1,8г/см³.

Найти его массу.



Решение:

Найдем объем тела

$$V=25*12*6,5= 1950 \text{ (см}^3\text{)}$$

Связь плотности тела с его массой и объемом

$$P= m / V \quad m= P*V$$

$$m= 1,8*1950=3,51\text{(кг).}$$

Ответ : m =3,51кг.



№ 658 Найдите объем прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$, если $\angle BAC = 90^\circ$, $BC = 37$ см, $AB = 35$ см, $AA_1 = 1,1$ дм

Дано: $ABCA_1B_1C_1$ - прямая
призма. $\angle BAC = 90^\circ$ $BC = 37$ см,
 $AB = 35$ см, $AA_1 = 1,1$ дм

Найти: V - ?

Решение: $V = S_{ABC} \cdot AA_1$ (по следствию 2)

$$S_{ABC} = 1/2 BA \cdot AC \cdot \cos A = 1/2 BA \cdot AC$$

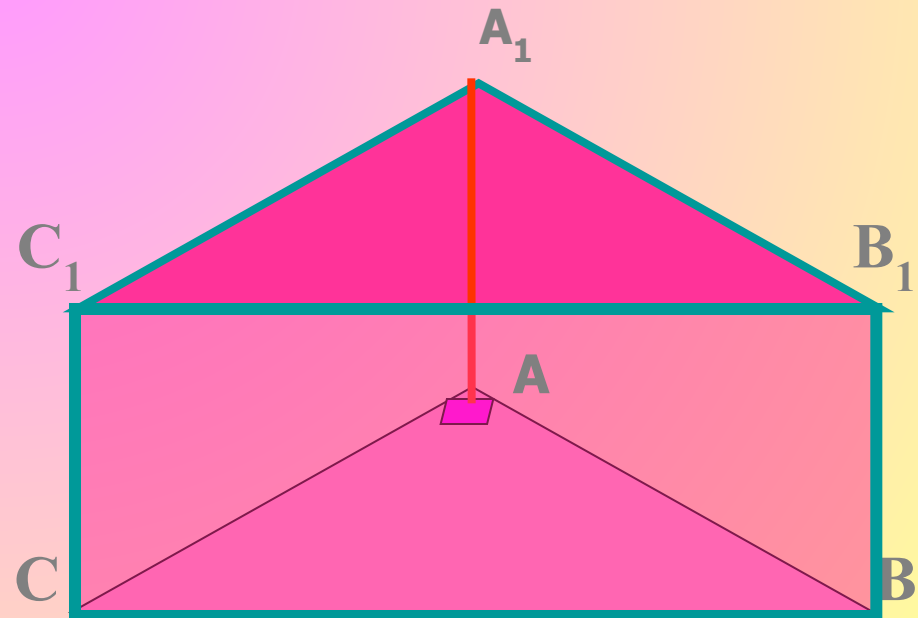
$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} \quad AC = 12 \text{ см.}$$

$$S_{ABC} = 1/2 \cdot 35 \cdot 12 = 210 (\text{см}^2)$$

$$V = S_{ABC} \cdot AA_1$$

$$V = 210 \cdot 1,1 = 2310 (\text{см}^3)$$

Ответ: $V = 2310 (\text{см}^3)$



Свойство объемов №1

Равные тела имеют равные объемы

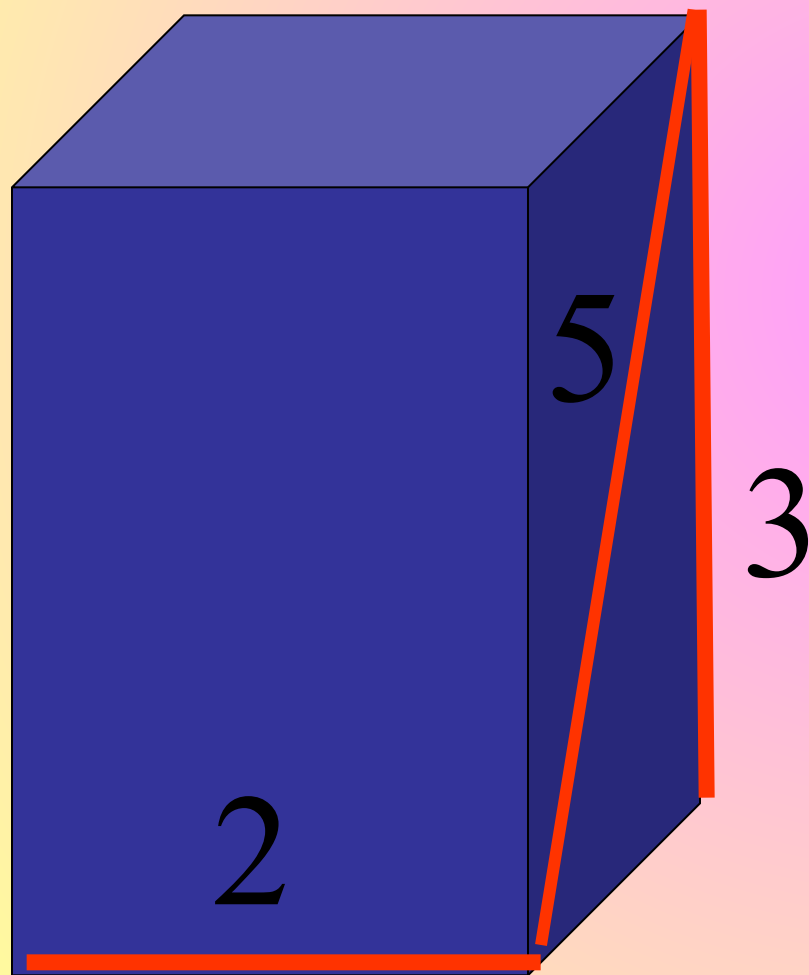
Свойство объемов №2

Если тело составлено из нескольких тел, то его объем равен сумме объемов этих тел.

Свойство объемов №3

Если одно тело содержит другое, то объем первого тела не меньше объема второго.

Реши задачу

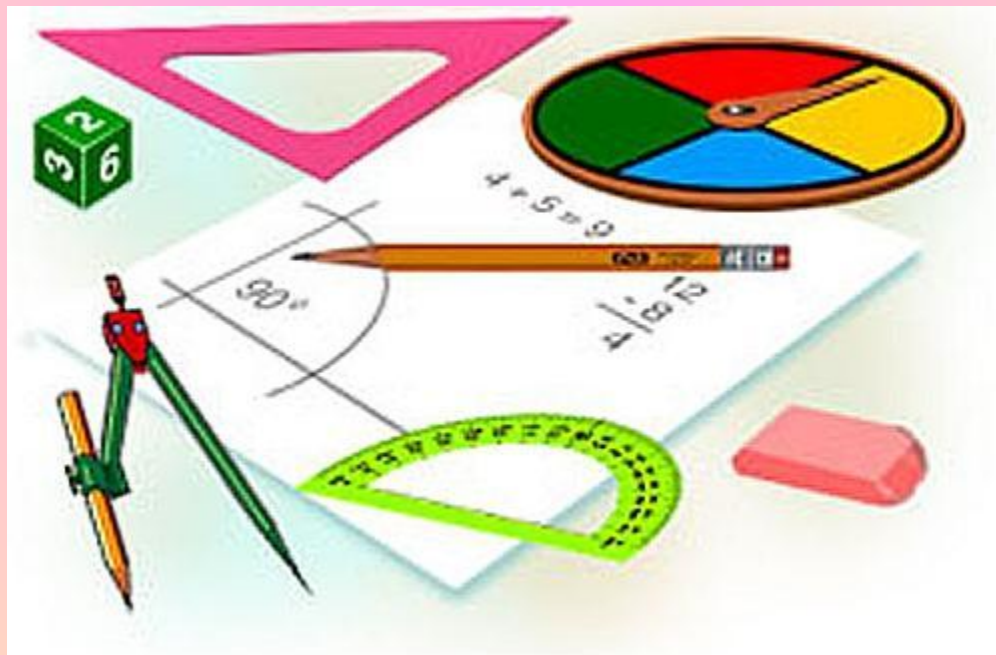


По рис.
Найти V тела

Ответ: 24
ед².

Домашнее задание

П. 74, 75, № 656, 658, 648, 649



Библиография

- ❖ Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев
«Геометрия, 10-11», М., Просвещение, 2007
- ❖ В.Я. Яровенко «Поурочные разработки по
геометрии», Москва, «ВАКО», 2006



УЧЕНИКОВИ!

