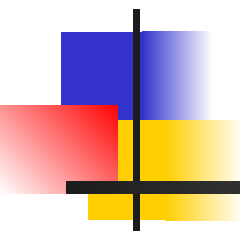


ОБЪЕМЫ НАКЛОННОЙ ПРИЗМЫ, ПИРАМИДЫ, КОНУСА



Геометрия 11 класс

**Р.О.Калошина
ГОО лицей №533**

Санкт-Петербург



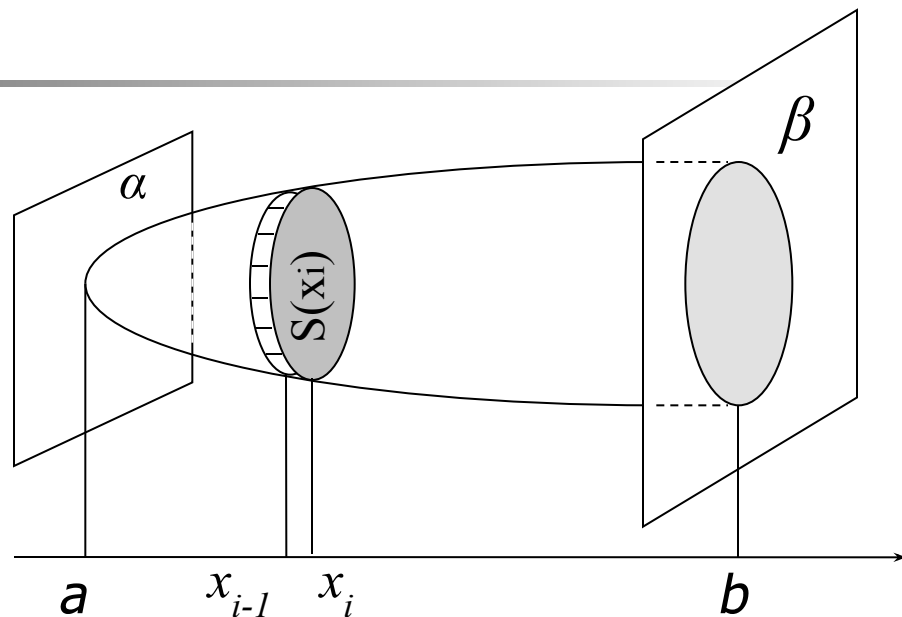
План урока

- Вычисление объемов тел с помощью определенного интеграла
- Объем наклонной призмы
- Объем пирамиды
- Объем усеченной пирамиды
- Объем конуса
- Объем усеченного конуса
- Вопросы для закрепления

Вычисление объемов тел

Приближенное значение объема тела равно **сумме объемов прямых призм**, основания которых равны площадям сечений тела, а высоты равны $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$

$$V \approx V_n = \sum_{i=1}^n S(x_i) \Delta x_i$$



Отрезок $[a; b]$ разбит на n частей



Вычисление объемов тел с помощью определенного интеграла

Основная формула

для вычисления объемов тел:

$$V = \lim_{n \rightarrow \infty} V_n = \int_a^b S(x) dx$$

Где $S(x)$ – непрерывная функция на отрезке $[a; b]$.



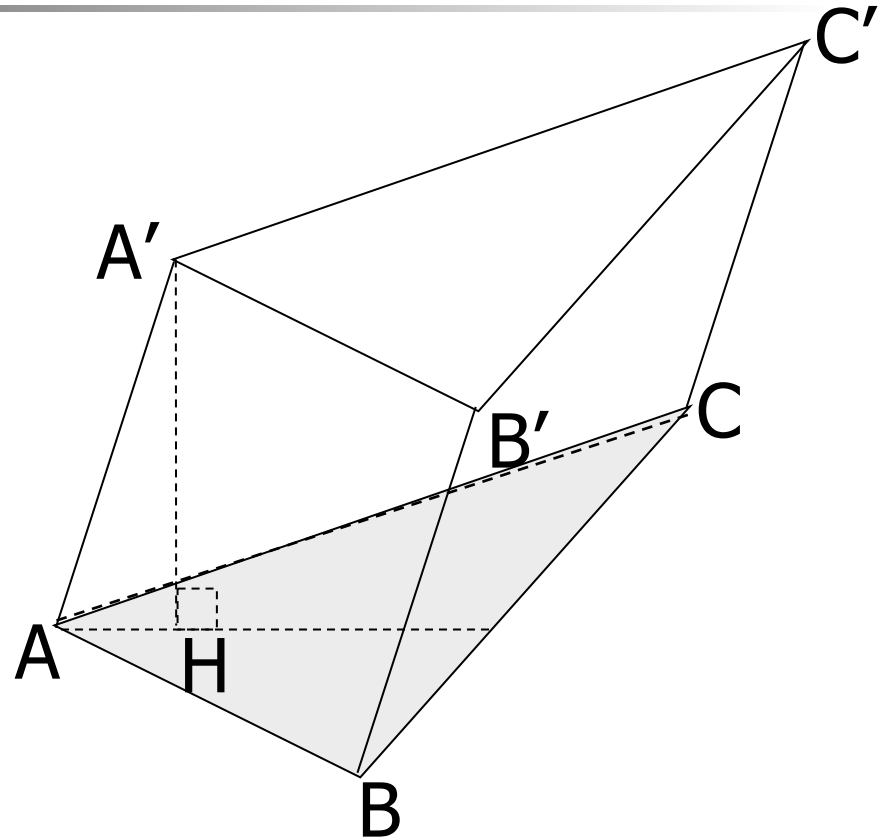
Объем наклонной призмы

Теорема: Объем наклонной призмы равен произведению площади основания на высоту *или* определенному интегралу от площади основания на промежутке от 0 до h

$$V = S \cdot h = \int_0^h S(x) dx$$

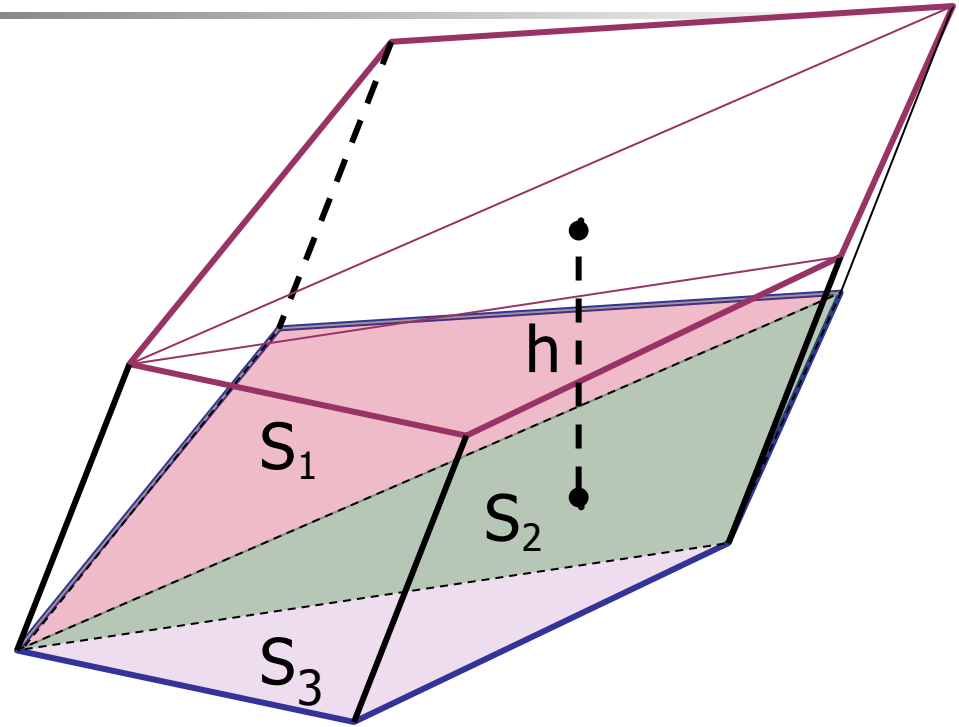
S – площадь основания

h – высота



Объем наклонной призмы

Объем произвольной призмы равен *сумме объемов треугольных призм*, которые получены путем разбиения основания на треугольники *или* произведению площади основания на высоту



$$V = (S_1 + S_2 + S_3) \cdot h$$

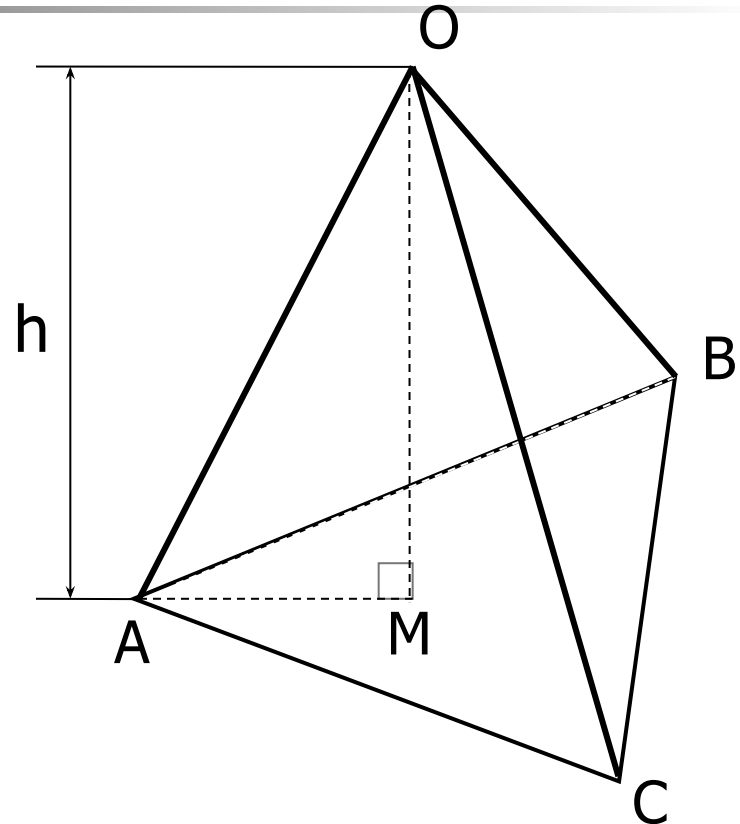
Объем пирамиды

Теорема: Объем
треугольной пирамиды
равен *одной трети*
произведения площади
основания на высоту

ИЛИ

определенному интегралу
от площади основания на
промежутке от 0 до h

$$S = \frac{1}{3} S \cdot h = \int_0^h S(x) dx$$



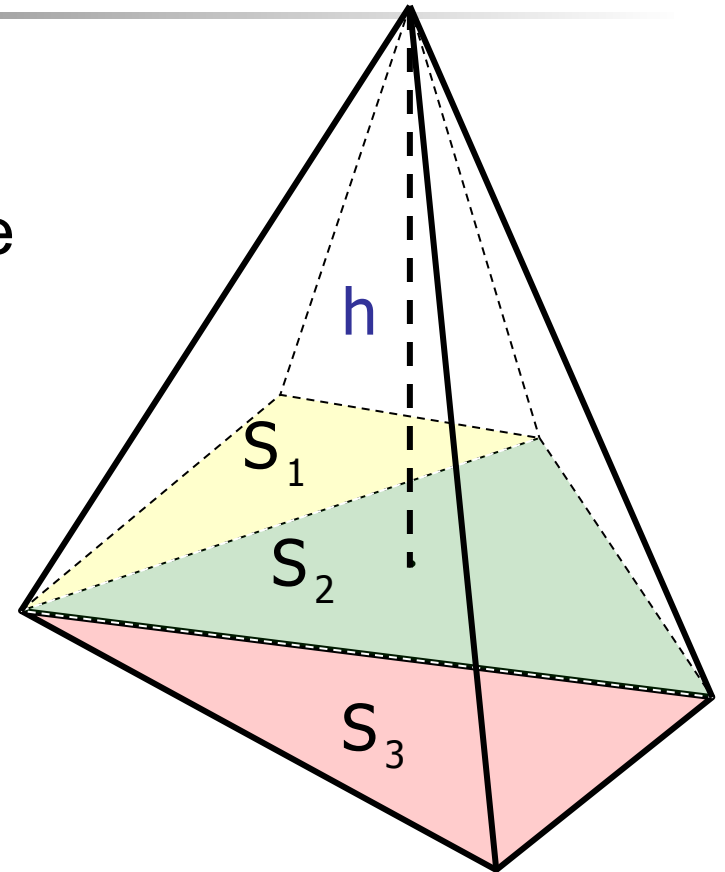
Объем пирамиды

Объем произвольной пирамиды равен **сумме объемов треугольных пирамид**, которые получены путем разбиения основания на треугольники

или

одной трети произведения площади основания на высоту

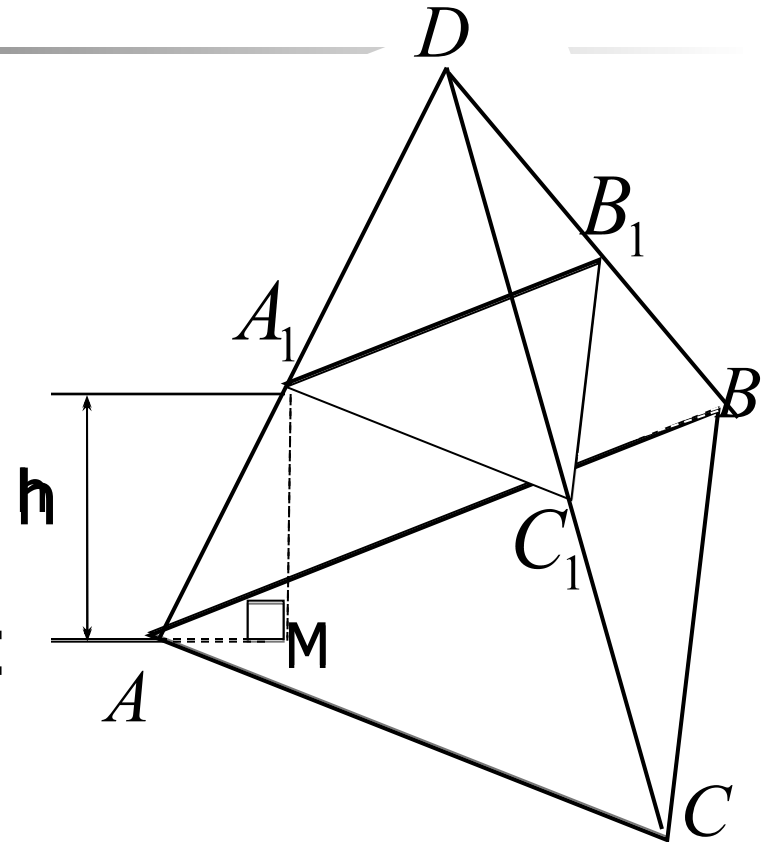
$$V = \frac{1}{3} (S_1 + S_2 + S_3) h$$



Объем усеченной пирамиды

Объем усеченной пирамиды, высота которого равна h , а площади оснований равны S и S_1 , вычисляется по формуле:

$$V = \frac{1}{3}h(S + S_1 + \sqrt{S \cdot S_1})$$

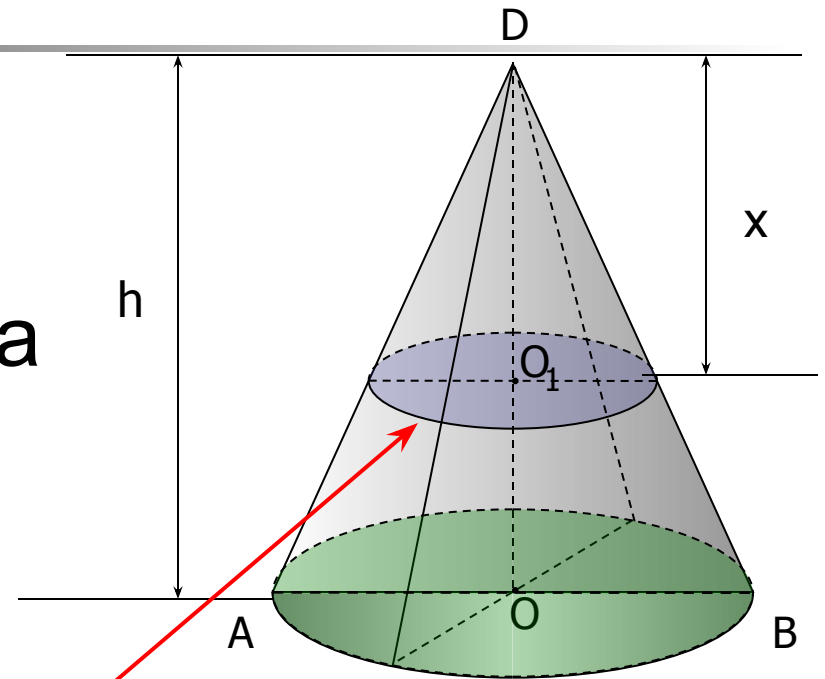


Объем конуса

Объем конуса равен
1/3 произведения
площади основания на
высоту.

$$V = \frac{1}{3} Sh$$

$$S(x) = \pi R_1^2 = \frac{\pi R^2}{h^2} x^2$$

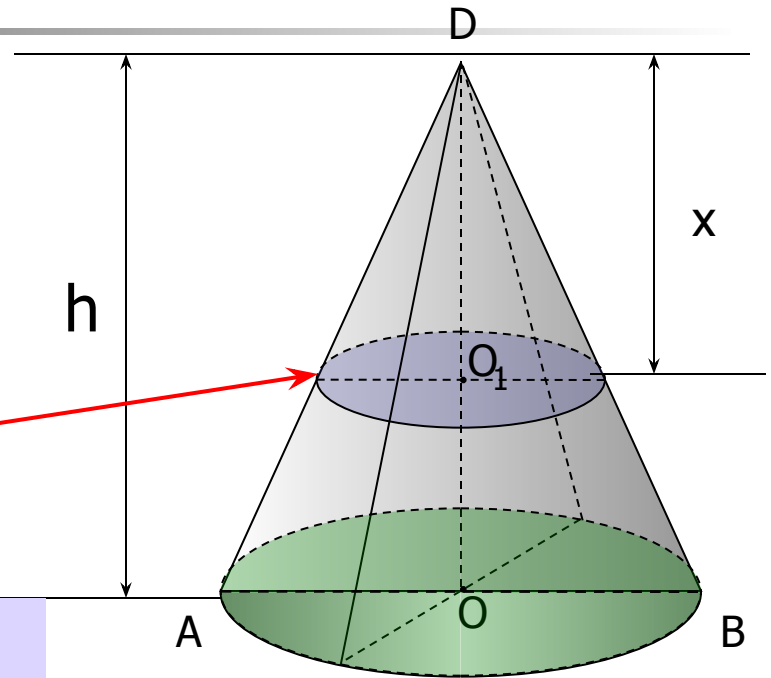


Объем конуса

Объем конуса равен

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

$S(x)$



По основной формуле объема тела:

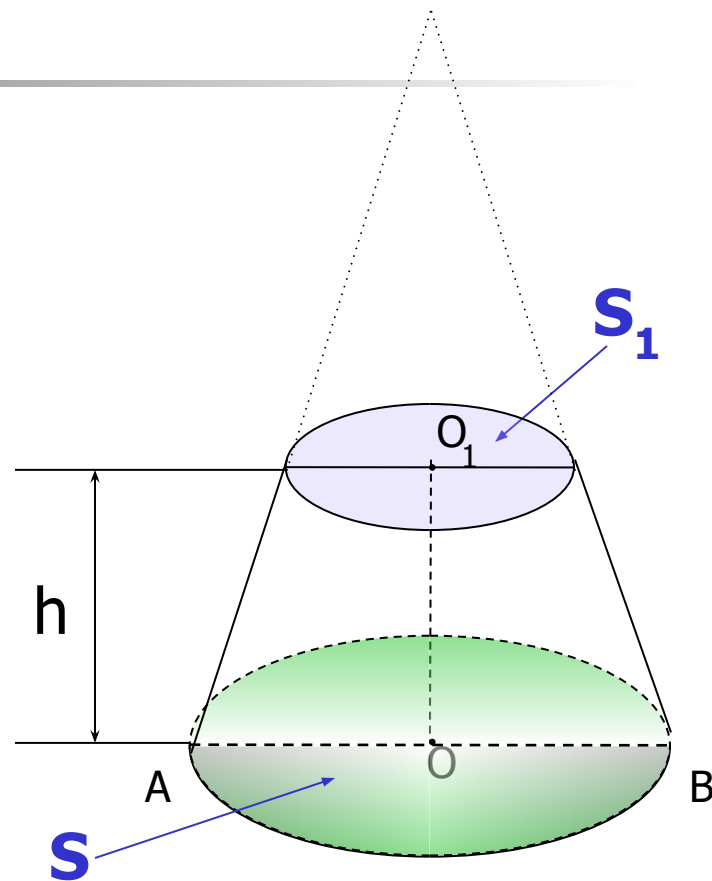
$$V = \int_0^h S(x) dx = \int_0^h \frac{\pi R^2}{h^2} x^2 dx = \frac{\pi R^2}{h^2} \frac{x^3}{3} \Big|_0^h = \frac{\pi R^2 h}{3}$$

Объем усеченного конуса

Объем усеченного конуса вычисляется по формуле:

$$V = \frac{1}{3} h (S + S_1 + \sqrt{S \cdot S_1})$$

Где h – высота конуса,
 S и S_1 – площади оснований



Вопросы для закрепления

- Чему равно приближенное значение объема тела?
- Чему равен объем наклонной призмы?
- Чему равен объем произвольной пирамиды?
- Чему равен объем усеченной пирамиды?
- Чему равен объем конуса?
- Чему равен объем усеченного конуса?