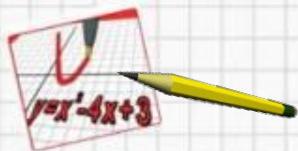
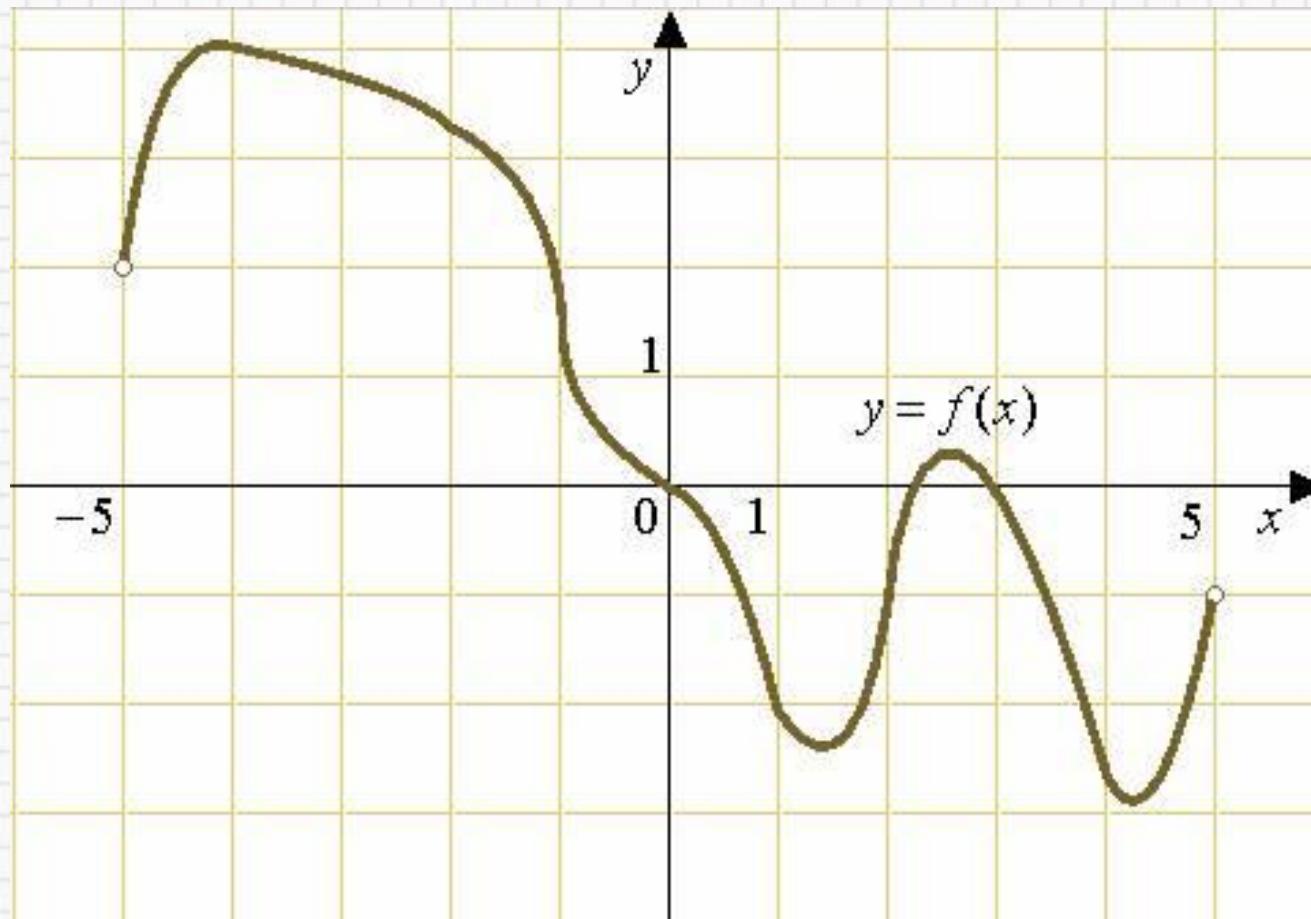


Область определения и область изменения функции. Ограничность функции.



- Укажите область определения функции



$$\begin{array}{|c|} \hline \text{V} \\ \hline \end{array}$$
$$y = x^3 - 4x + 3$$

Устно:

- *Даны элементарные функции:*

$$g(x) = \sqrt[5]{x}, \quad \phi(x) = \sin x, \quad f(x) = x^2.$$

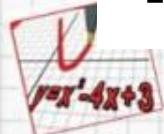
- *Задайте сложную функцию:*

$$\phi(g(x))$$

$$f(\phi(g(x)))$$

$$\sin(\sqrt[5]{x})$$

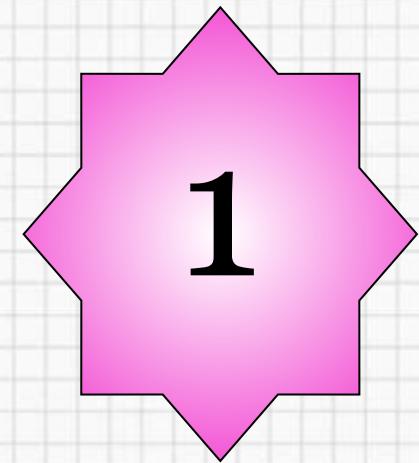
$$(\sin \sqrt[5]{x})^2$$



Устно:

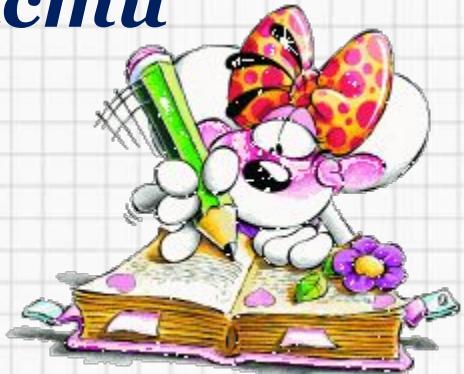
- Вычислите значение сложной функции:

$$f(x) = \sqrt[4]{\log_3(3 \operatorname{tg} x)} \text{ при } x = \frac{\pi}{4}.$$



Область определения функции

- *Область определения функции обозначают X или $D(f)$.*
- *Иногда , задавая функцию аналитически не указывают явно ее область определения.*
- *В таких случаях рассматривают функцию на ее **полной области определения**.*



Область определения функции

- *Полной областью определения функции, заданной аналитически называют множество всех действительных значений независимой переменной x , для каждого из которых функция принимает действительные значения.*
- *Полную область определения называют областью существования функции.*



Примеры:

- Найдите область определения функции: $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$

$$1 - x^2 \geq 0$$

$$x^2 - 1 \leq 0$$

$$(x - 1)(x + 1) \leq 0$$

$$-1 \leq x \leq 1$$

$$D(f) = [-1; 1]$$



Примеры:

- Найдите область определения

функции: $y = \sqrt{\log_2 \sin x}$

$$\log_2 \sin x \geq 0$$

$$\log_2 \sin x \geq \log_2 1$$

$$\sin x \geq 1 \quad , \text{т.к. } -1 \leq \sin x \leq 1, \\ \text{но}$$

$$\sin x = 1$$

$$D(y) = \left\{ \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \right\}$$



Область изменения(область значений) функции

- *Область изменения функции $f(x)$ называют множество всех чисел $f(x)$, соответствующих каждому x из области определения функции.*
- *Область изменения функции $f(x)$ обозначают U или $E(f)$.*



Примеры:

- Найдите область изменения функции:

$$y = \sqrt{1 - x^2} \quad D(f) = [-1;1]$$

Значит, $-1 \leq x \leq 1$

$$\begin{aligned} 0 &\leq x^2 \leq 1 \\ -1 &\leq -x^2 \leq 0 \end{aligned} \quad E(f) = [0;1]$$

$$0 \leq 1 - x^2 \leq 1$$

$$0 \leq \sqrt{1 - x^2} \leq 1$$



Примеры:

- Найдите область определения

функции: $y = \sqrt{\log_2 \sin x}$

$$D(y) = \left\{ \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$\sin x = 1$$

$$\log_2 \sin x = 0$$

$$\sqrt{\log_2 \sin x} = 0$$



$$E(y) = \{0\}$$



Ограничность функции

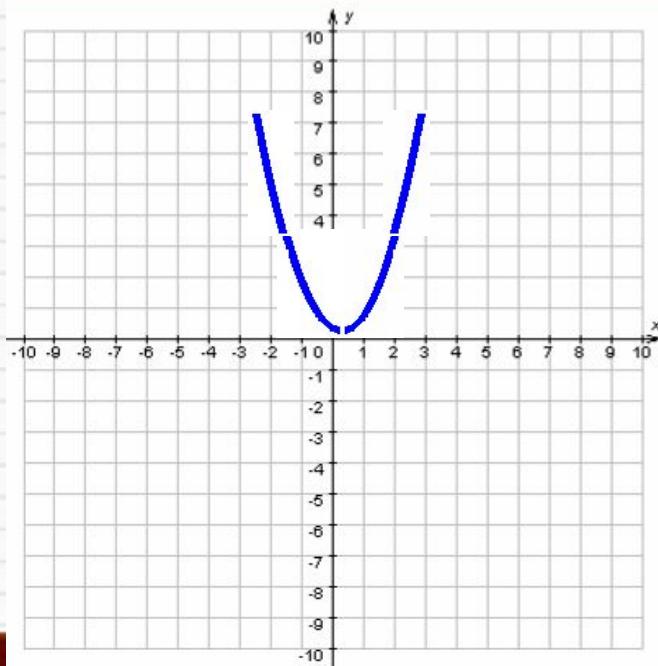
- Функцию $y=f(x)$, определенную на множестве X , называют ограниченной снизу на множестве X , если существует число A , такое, что $A \leq f(x)$ для любого x из множества X



Ограничность функции

Примеры:

- Функция $y = x^2$, определенная на множестве R , ограничена снизу, т.к. $x^2 \geq 0$, для любого действительного числа.



08.01.2017



Ограничность функции

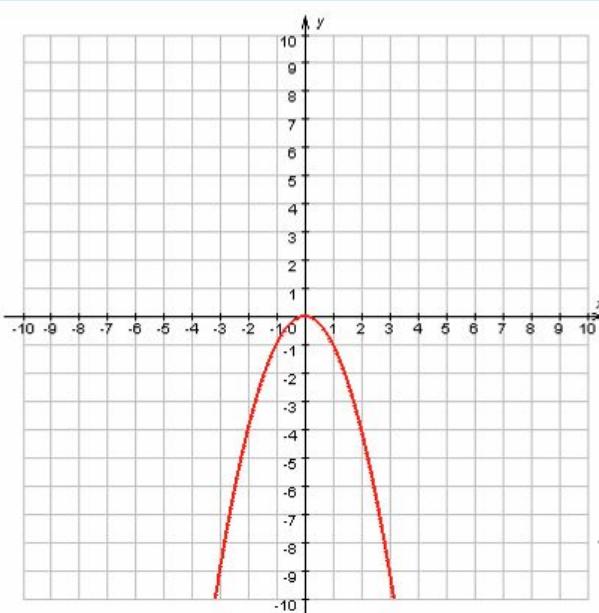
- Функцию $y=f(x)$, определенную на множестве X , называют ограниченной сверху на множестве X , если существует число B , такое, что $f(x) \leq B$ для любого x из множества X



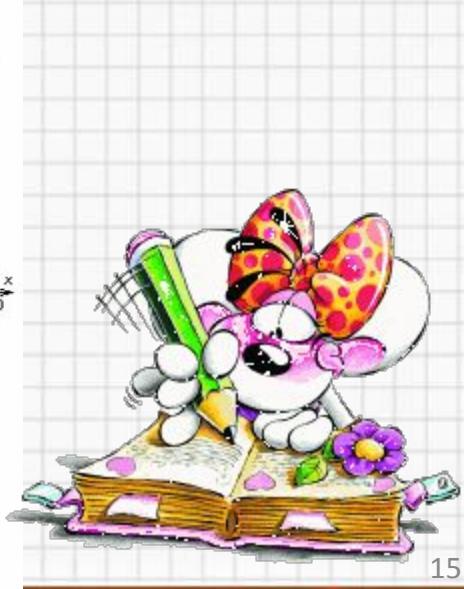
Ограничность функции

Примеры:

- Функция $y = -x^2$, определенная на множестве \mathbb{R} , ограничена сверху, т.к. $-x^2 \leq 0$, для любого действительного числа.



08.01.2017



15

Ограничность функции

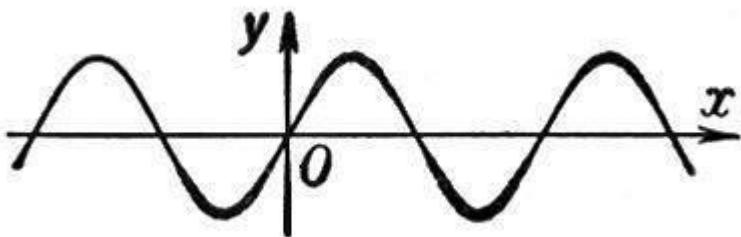
- Функцию $y=f(x)$, определенную на множестве X , называют ограниченной на множестве X , если существует число M , такое, что $|f(x)| \leq M$ для любого x из множества X



Ограничность функции

Примеры:

- Функция $y=\sin x$, определенная на множестве R , ограничена на всей области существования, т.к.
 $|\sin x| \leq 1$, для любого действительного числа.



Наименьшее и наибольшее значение функции

- *Про функцию $y=f(x)$ говорят, что она принимает на множестве X , **наименьшее значение** в точке x_0 , если*

$x_0 \in X$ и $f(x_0) \leq f(x)$ для всех $x \in X$

- *Про функцию $y=f(x)$ говорят, что она принимает на множестве X , **наибольшее значение** в точке x_0 , если*

$x_0 \in X$ и $f(x_0) \geq f(x)$ для всех $x \in X$



Примеры:

- Функция $y = x^2$, определенная на множестве R , принимает наименьшее значение $y=0$ при $x=0$. наибольшего значения нет, не ограничена сверху.



Примеры:

- *Функция $y=2^x$, определенная на множестве R , не принимает наименьшего значения, ограничена снизу числом 0.*



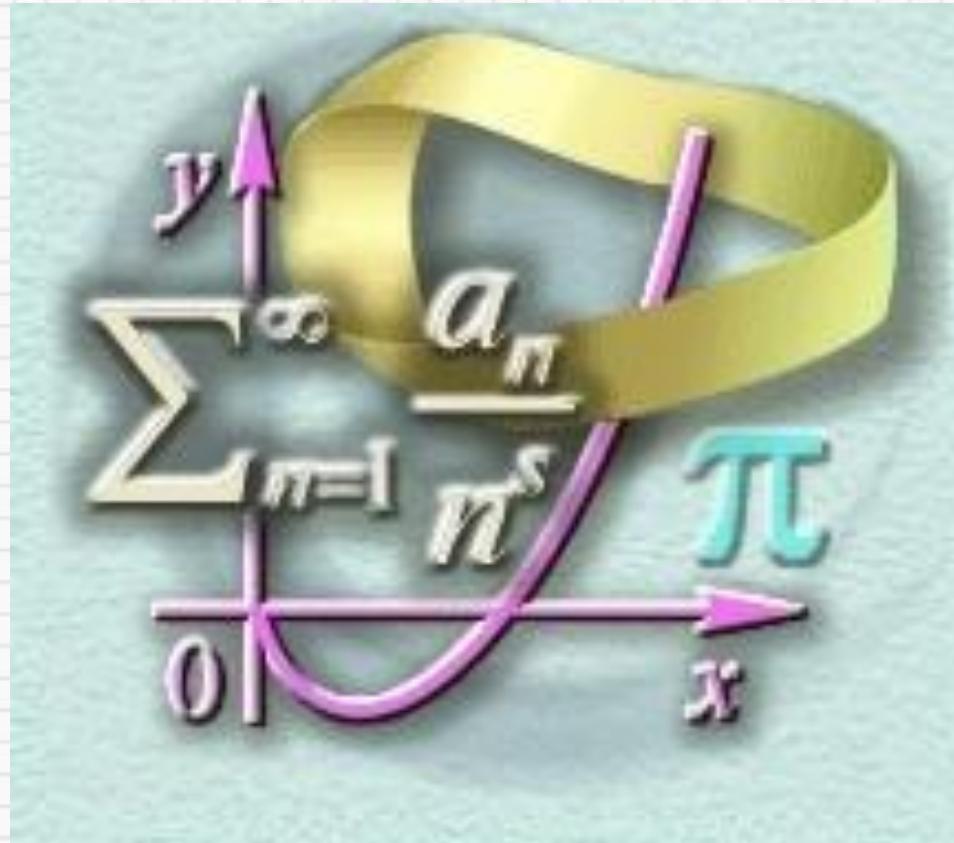
Примеры:

- *Функция $y = \log_2 x$, определенная на множестве R_+ , не принимает ни наименьшего ни наибольшего значения.*



Упражнения:

- Стр. 7
- №1.8(г-е)
- №1.9(г-е)
- №1.10(а-г)
- №1.14(а-в)



Домашнее задание:

- Стр. 7
- №1.8(а-в)
- №1.10(д-з)
- №1.12(в)
- №1.14(г-е)

