Обобщение чисел

Комплексные числа. Возникновение.

$$Q = \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2.$$

Корни $y^3 + py + q = 0$

$$y_1 = \alpha + \beta,$$
$$y_{2,3} = -\frac{\alpha+\beta}{2} \pm i\frac{\alpha-\beta}{2}\sqrt{3},$$

где

$$\alpha = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{Q}},$$
$$\beta = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{Q}},$$

$$y^3 - 2y + 1 = 0$$

Алгебраическое определение

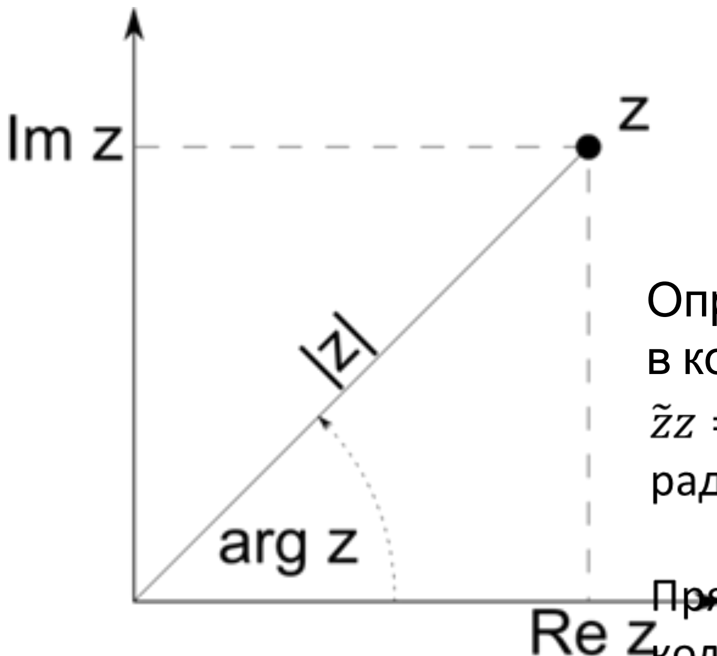
- $z = a + bi, \mathrm{i} * \mathrm{i} = -1,\ \mathrm{a}, \mathrm{b} \in \mathbb{R}$

$$mod(z) = \sqrt{a^2 + b^2} = |z|$$

$$\bar{Z} = a - bi,\ z^{-1} = \frac{a}{mod(z)} - \frac{b}{mod(z)}i$$

$$(a + bi)(c + di) = ac - bd + (bc + ad)i$$

Геометрия комплексных чисел



$$z = |z|(cos\varphi + isin\varphi), \varphi - \arg(z)$$

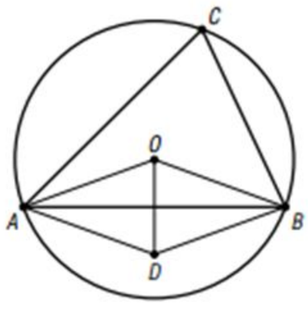
Определим простейшие планиметрические фигуры в комплексных числах.

$\tilde{z}z = R^2$-уравнение окружности с центром в нуле и радиусом R. Для произвольного центра соответственно:

$$(z - z_0)(\overline{z - z_0}) = R^2 = (z - z_0)(\bar{z} - \bar{z_0})$$

Прямая в комплексных числах задается, как критерий коллинеарности 3-х точек

Приложение комплексных чисел



Точка D – симметрична центру (O) описанной около треугольника окружности, докажем такое соотношение $CD^2 = R^2 + AC^2 + BC^2 - AB^2$. AOBD-ромб, значит d=a+b, $CD^2 = (d - c)(\bar{d} - \bar{c})$

CD2=(d−c)($\bar{d}$−$\bar{c}$)=(a+b−c)($\bar{a}$+$\bar{b}$−$\bar{c}$)=3R^2+ $\left(a\bar{b} + \bar{a}b\right) - (a\bar{c} + \bar{a}c) - \left(b\bar{c} + \bar{b}c\right) = R^2 + AC^2 + BC^2 - AB^2$