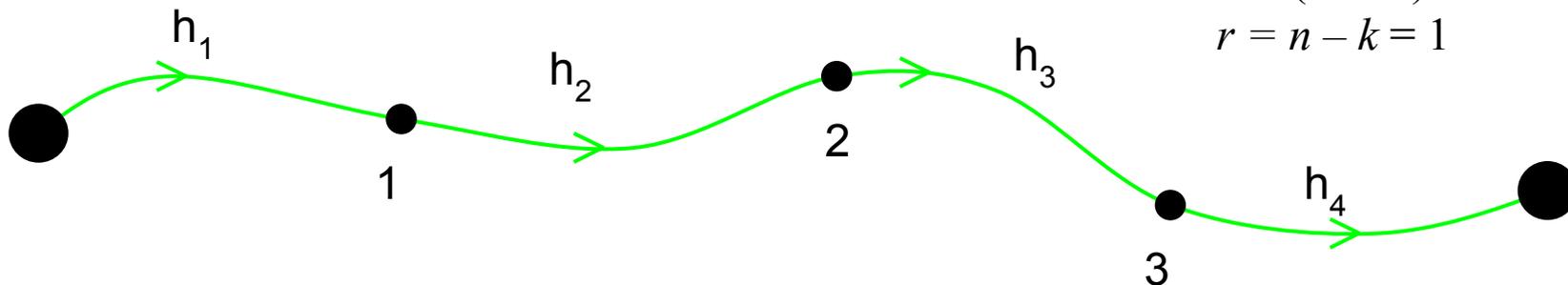


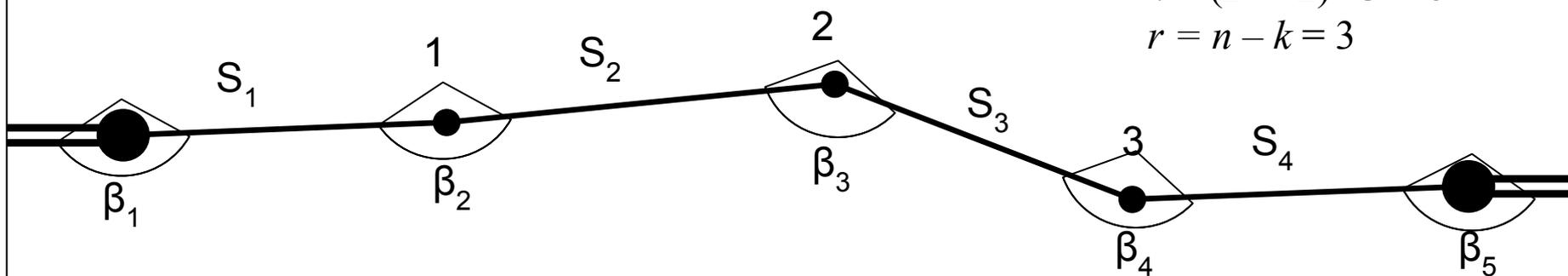
1. Общие положения уравнительных вычислений

Многократно измеренная величина.

Измерения в структурах.



$$\begin{aligned}n &= 4 \\k &= (D = 1) \cdot 3 = 3 \\r &= n - k = 1\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}n &= 4 + 5 = 9 \\k &= (D = 2) \cdot 3 = 6 \\r &= n - k = 3\end{aligned}$$

1. Общие положения уравнительных вычислений

Условия возникновения задачи обработки в структурах (геодезических построениях):

- Наличие избытка r ;
- Погрешности измерений Δ .

Наличие избытка – возникновение математических условий $r = n - k$.

Наличие избытка – неопределенность, оценка качества.

Избыток – погрешности – обработка.

Обработка: количество (уравнивание)
качество (оценка точности)

1. Общие положения уравнительных вычислений

Общая постановка задачи:

Измерено n величин y_i (их истинные значения Y_i).
Необходимых измерений надо k ($k < n$). Избыток
 $r = n - k$ – число строгих математических
условий вида

$$f_1(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) = 0$$

.....

$$f_r(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) = 0$$

Уравнения независимы. Называются
уравнениями математической связи.

1. Общие положения уравнительных вычислений

Замена Y_i на y_i дает

$$f_1(y_1, y_2, \dots, y_n) = W_1$$

.....

$$f_r(y_1, y_2, \dots, y_n) = W_r$$

- r невязок. Невязки не 0 т.к. измерения y_i с погрешностями.

Первое правило обработки – проверка качества измерений сравнением невязки с допуском. Не лучший вариант (не 100 %!).

1. Общие положения уравнительных вычислений

Главная задача обработки – устранение невязки (и от неё неопределенности).

Выполнение – введение в измерения поправок v_i .

Исправленные измерения

$$\hat{y}_i = y_i + v_i \rightarrow Y_i$$

Тогда уравнения связи будут

$$f_1(y_1 + v_1, y_2 + v_2, \dots, y_n + v_n) = 0$$

.....

$$f_r(y_1 + v_1, y_2 + v_2, \dots, y_n + v_n) = 0$$

Повышение точности после обработки.

1. Общие положения уравнительных вычислений

Просто задача не решается т.к. $r < n$ – недоопределенная система. Для решения привлекается дополнительная вероятностная информация:

Запишем вероятность появления вместе всех погрешностей Δ_i с НЗР вида

$$f(\Delta) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta^2}{\sigma^2} \right)}$$

$$P(\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta_1^2}{\sigma_1^2} + \dots + \frac{\Delta_n^2}{\sigma_n^2} \right)} \cdot \frac{d\Delta_1}{\sigma_1} \cdot \dots \cdot \frac{d\Delta_n}{\sigma_n}$$

1. Общие положения уравнительных вычислений

Наиболее вероятна та совокупность погрешностей для которой $P = \max - \left[\frac{\Delta^2}{\sigma^2} \right] = \min$

Замена Δ на ν дает дополнительное условие

$$\left[\frac{\Delta^2}{\sigma^2} \right] \approx \left[\frac{\nu^2}{\sigma^2} \right] = \left[\frac{\sigma_0^2}{\sigma^2} \cdot \nu^2 \right] = \left[p\nu^2 \right] = \hat{O} = \min$$

Условие позволяет получить наилучшую комбинацию поправок для уничтожения невязок. Это есть принцип МНК.

Учитывать $\nu = - \Delta$

1. Общие положения уравнительных вычислений

Очевидные достоинства МНК:

- ограничение крупных поправок;
- при равноточных измерениях поправки распределяются достаточно равномерно
- при неравноточных веса уменьшают поправки к более точным, увеличивают к менее точным.

Недостатки:

- зависимость от НЗР
- зависимость от нарушения т. Ляпунова

1. Общие положения уравнительных вычислений

Основные способы решения поставленной задачи обработки – сведение задачи оценивания к задаче поиска экстремума целевой функции Φ . Из методов поиска выделяют:

- метод безусловного поиска Эйлера;
- метод условного поиска Лагранжа.
- обобщённый способ

Эйлер – параметрический способ.

Лагранж – коррелатный способ.

1. Общие положения уравнительных вычислений

Постановка задачи при коррелятном способе оценивания:

r уравнений связи после замены истинных величин измеренными и введением поправок для устранения невязок будут

$$f_1(y_1 + v_1, y_2 + v_2, \dots, y_n + v_n) = 0$$

.....

$$f_r(y_1 + v_1, y_2 + v_2, \dots, y_n + v_n) = 0$$

Тогда сведение к минимизации будет такое

1. Общие положения уравнительных вычислений

$$\Phi = [pv^2] = \min$$

НО - при выполнении r принятых выше условий.

Условный экстремум - на основе функции

Лагранжа вида

$$\Phi(v_1, v_2, \dots, y_n) = [pv^2] + \lambda_1 \cdot f_1 + \dots + \lambda_k \cdot f_r$$

Решение задачи минимизации производится обычными, известными способами.

Оценивание-минимизация-поправки в измерения.

1. Общие положения уравнительных вычислений

Постановка задачи оценивания в параметрическом способе:

Выбирают k независимых параметров T_i через которые однозначно и легко можно выразить все измерения Y_i :

$$Y_i = f_i(T_1, T_2, \dots, T_k)$$

Замена истинных измерений на реальные дает

$$y_i + v_i = f_i(t_1, t_2, \dots, t_k)$$

t_i – уравненные (не истинные параметры)

1. Общие положения уравнительных вычислений

Теперь

$$v_i = f_i(t_1, t_2, \dots, t_k) - y_i$$

и сведение к безусловному экстремуму

$$\Phi = [pv^2] = [p(f(t_1, \dots, t_k) - x)^2] = \min$$

Находится достаточно просто.

В качестве параметров могут быть как измеренные так и другие величины, однозначно и просто позволяющие выразить измерения.

Прямой и косвенный подход.

Линейная, линеаризованная и нелинейная формы.

1. Общие положения уравнительных вычислений

При оценке качества (оценке точности) выделяют:

- оценку точности измерений до уравнивания,
- оценку точности измерений после уравнивания,
- оценку точности параметров,
- оценку точности функций от уравненных величин.

Задача может решаться на основе формулы ковариационной матрицы

$$K_x = MO((x - MO(x)) \cdot (x - MO(x))^T),$$

где x – величина для оценки точности, но чаще на основе ФТПП для функции F : $K_F = f K_Y f^T$