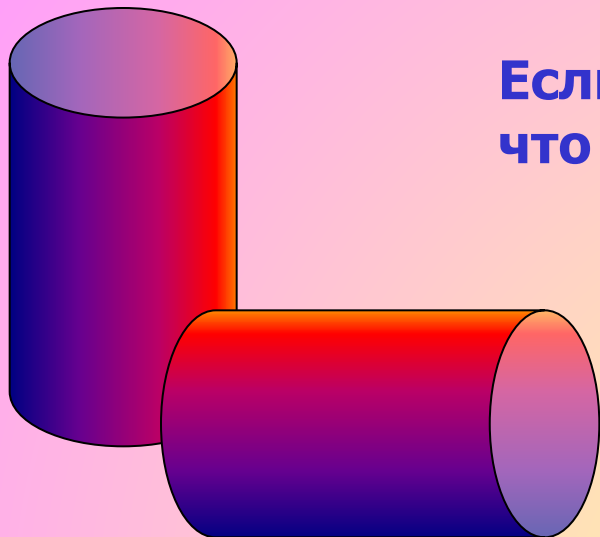


МОУ «Средняя общеобразовательная школа с. Погорелка
Шадринский район Курганская область

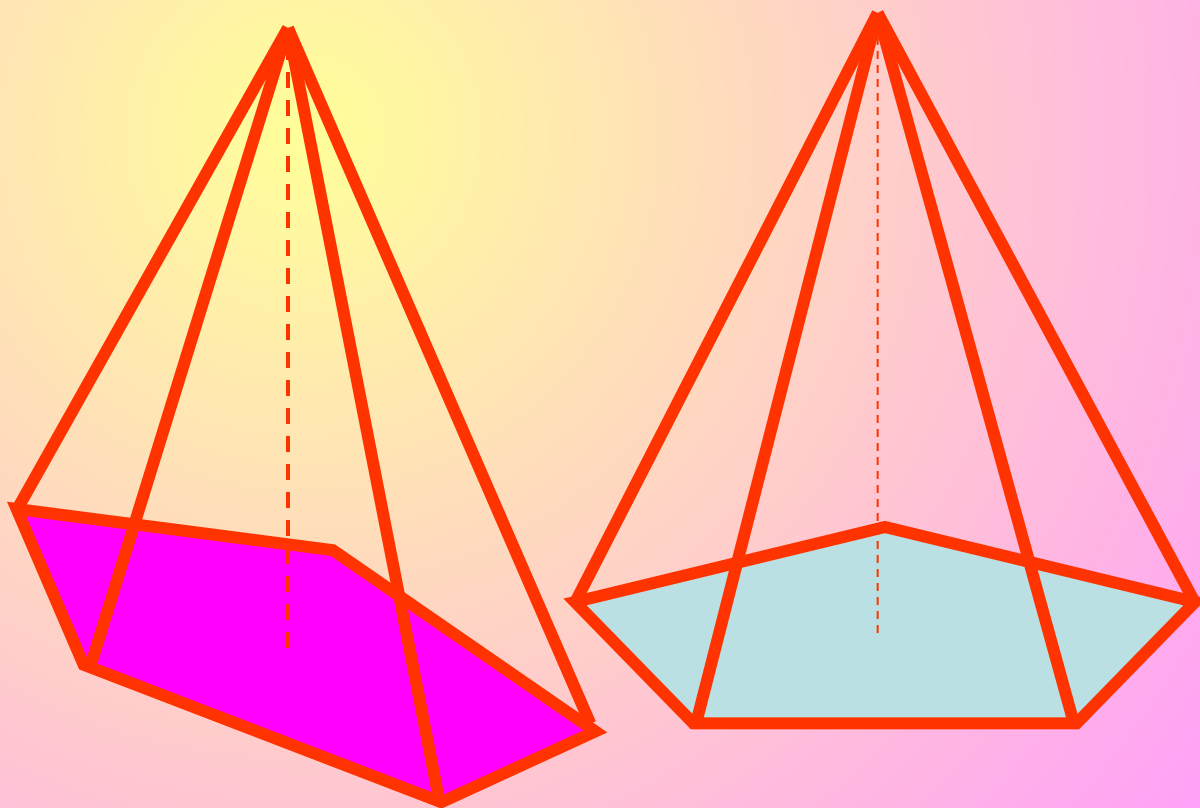
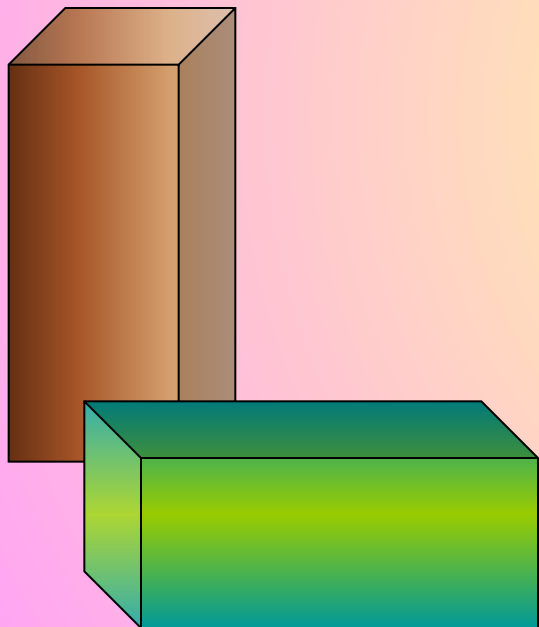
ОБЪЕМ ТЕЛ

Учитель математики
первой квалификационной
категории Кощеев М.М.

Если тела А , В, С имеют равные размеры, то что можно сказать об объемах этих тел?

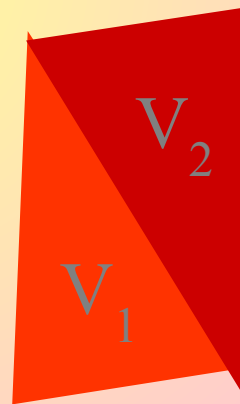
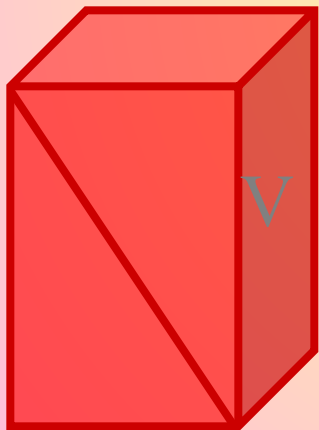


Равные тела имеют равные объемы



Как определить объем тела , если известен объем его частей.

Если тело разбито на части, являющиеся простыми телами, то объем тела равен объему его частей.



$$V=V_1+V_2$$



Объем наклонной призмы



Объем наклонной призмы

Объем наклонной призмы равен произведению площади основания на высоту

1. Треугольная призма

имеет S основания и высоту h .

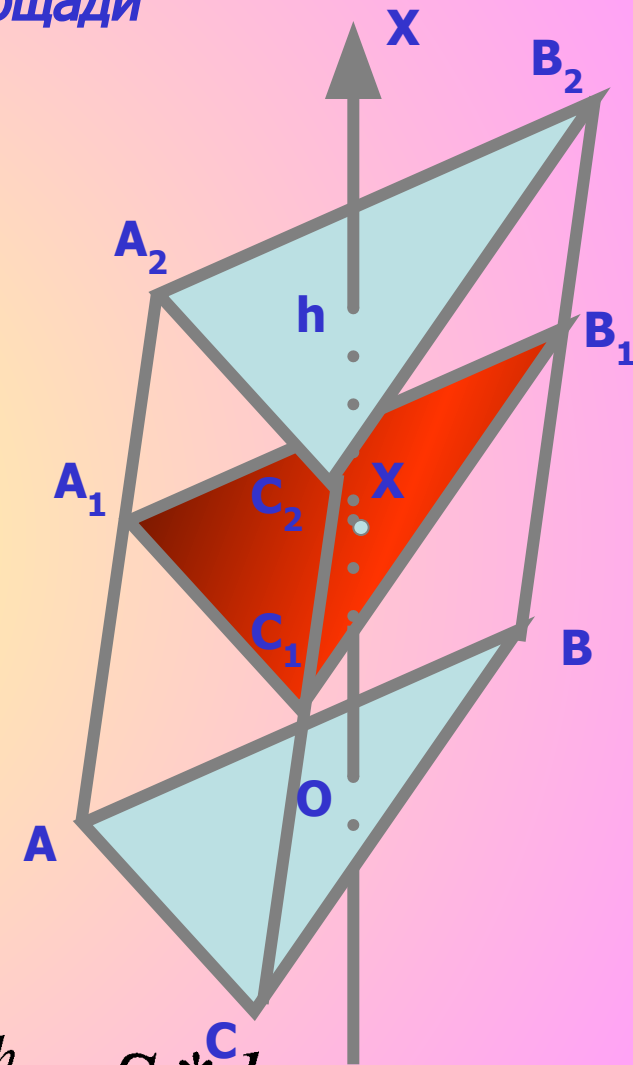
$O = OX \cap (ABC)$; $OX \perp (ABC)$; $(ABC) \parallel (A_1B_1C_1)$;

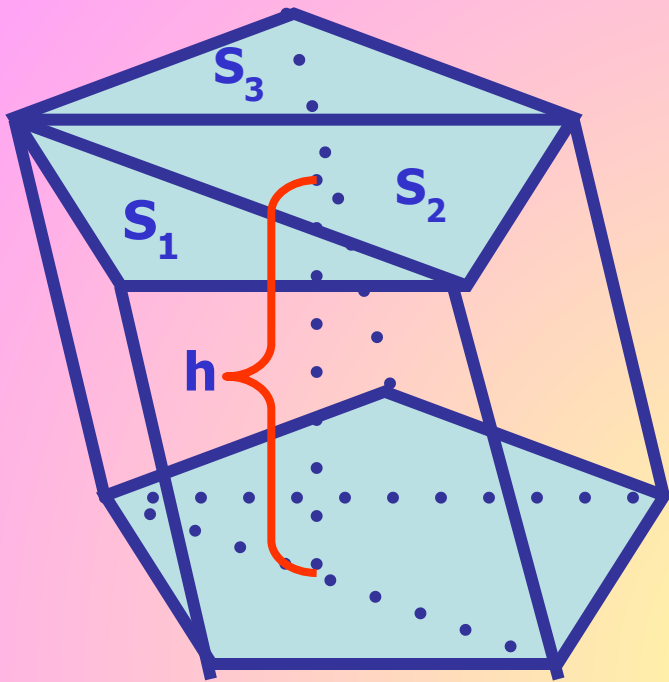
$(A_1B_1C_1)$ -плоскость сечения: $(A_1B_1C_1) \perp OX$

$S(x)$ -площадь сечения; $S = S(x)$, т.к.

$(ABC) \parallel (A_1B_1C_1)$ и
 $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ (AA_1C_1C -
параллелограмм $\rightarrow AC = A_1C_1, BC = B_1C_1,$
 $AB = A_1B_1$)

$$V = \int_0^h S(x) dx = \int_0^h S dx = S \int_0^h dx = Sx \Big|_0^h = S \cdot h$$





2. Наклонная призма с многоугольником в основании

$$\begin{aligned}V &= V_1 + V_2 + V_3 = \\ &= S_1 * h + S_2 * h + S_3 * h = \\ &= h(S_1 + S_2 + S_3) = S * h\end{aligned}$$

Объем наклонной призмы равен произведению бокового ребра на площадь перпендикулярного ребру сечения

№ 676 Найти объем наклонной призмы, у которой основанием является треугольник со сторонами 10см, 10см, 12см, а боковое ребро равное 8см, составляет с плоскостью основания угол 60°

Дано: $ABCA_1B_1C_1$ - наклонная прямая призма. $\angle B_1BK = 60^{\circ}$,
 $BC = 10\text{см}$, $AB = 10\text{см}$, $AC = 12\text{см}$, $BB_1 = 8\text{см}$.

Найти: $V_{\text{призмы}} = ?$

Решение: $V = S_{ABC} \cdot h$, $S_{\text{осн.}} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ - формула Герона
 $S_{\text{осн.}} = \sqrt{16 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 6} = 4 \cdot 2 \cdot 6 = 48 \text{ (см}^2\text{)}$

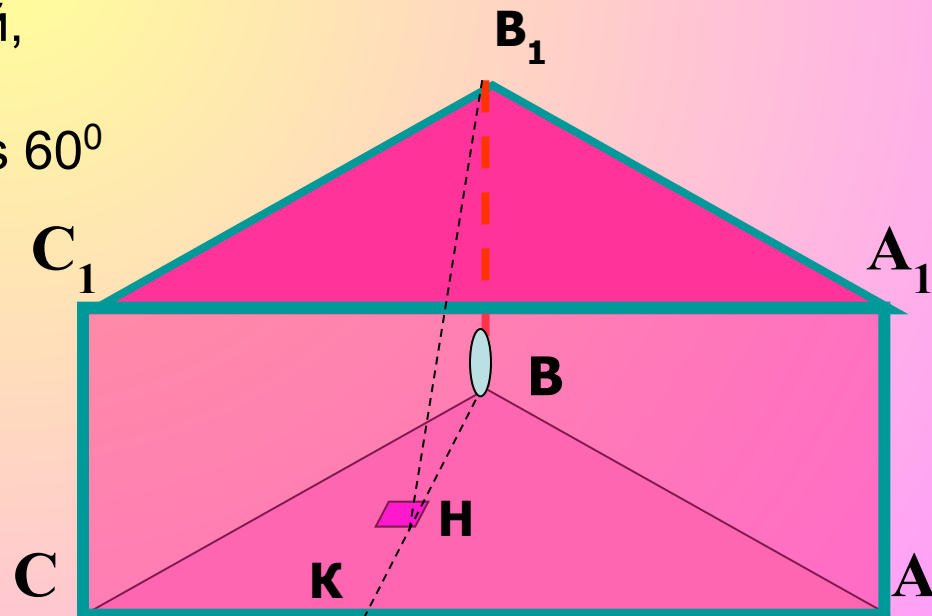
Треугольник BB_1H - прямоугольный,

так как B_1H - высота $B_1H = BB_1 \cdot \cos 60^{\circ}$

$$B_1H = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ (см)}$$

$$V = 4\sqrt{3} \cdot 48 = 192\sqrt{3} \text{ (см}^3\text{)}$$

Ответ: $V_{\text{пр.}} = 192\sqrt{3} \text{ (см}^3\text{)}$



№ 680 Основанием наклонной призмы является прямоугольный треугольник со сторонами **a** и **b**. Боковые ребра длины **c** составляет со смежными сторонами основания углы, равные **β** . Найти объем призмы? (стр 180)

Дано: $ABCDA_1B_1C_1D_1$ -призма, $ABCD$ -прямоугольник, $AB=a$, $AD=b$, $AA_1=c$,
 $\angle A_1AD = \angle A_1AB = \beta$

Найти: $V_{\text{призмы}} = ?$

Решение:

1. $\angle A_1AD = \angle A_1AB$ значит точка A_1 проецируется на биссектрису $\angle A$, $A_1O \perp (ABC)$, AO -биссектриса $\angle A$

2. Так как $A_1O \perp (ABC)$, $OM \perp AD$ (OM -проекция, A_1M -наклонная) отсюда следует, $A_1M \perp AD$

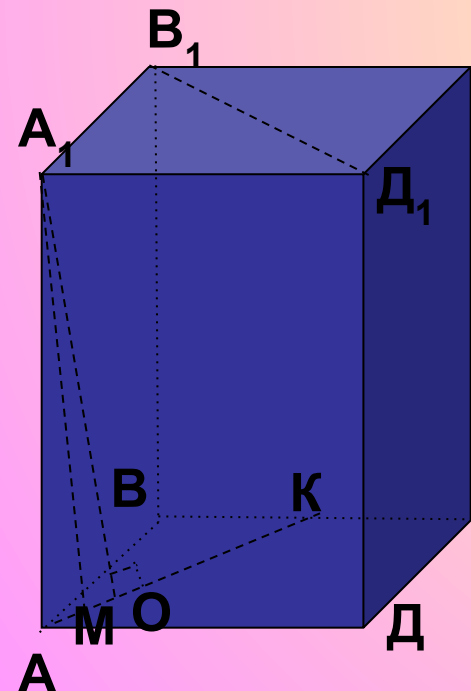
3. Треугольник AA_1M -прямоугольный, $AM = c \cdot \cos \beta$

4. Треугольник AOM -прямоугольный, $AO = \sqrt{2} \cdot AM$,
 $AO = \sqrt{2} \cdot c \cdot \cos \beta$

5. $A_1O = \sqrt{c^2 - 2c^2 \cdot \cos^2 \beta} = c \sqrt{1 - 2\cos^2 \beta} = c \sqrt{-\cos 2\beta}$.

6. $V = S_{\text{осн.}} \cdot h = a \cdot b \cdot c \sqrt{-\cos 2\beta}$

Ответ : $V = a \cdot b \cdot c \sqrt{-\cos 2\beta}$



Свойство объемов №1

Равные тела имеют равные объемы

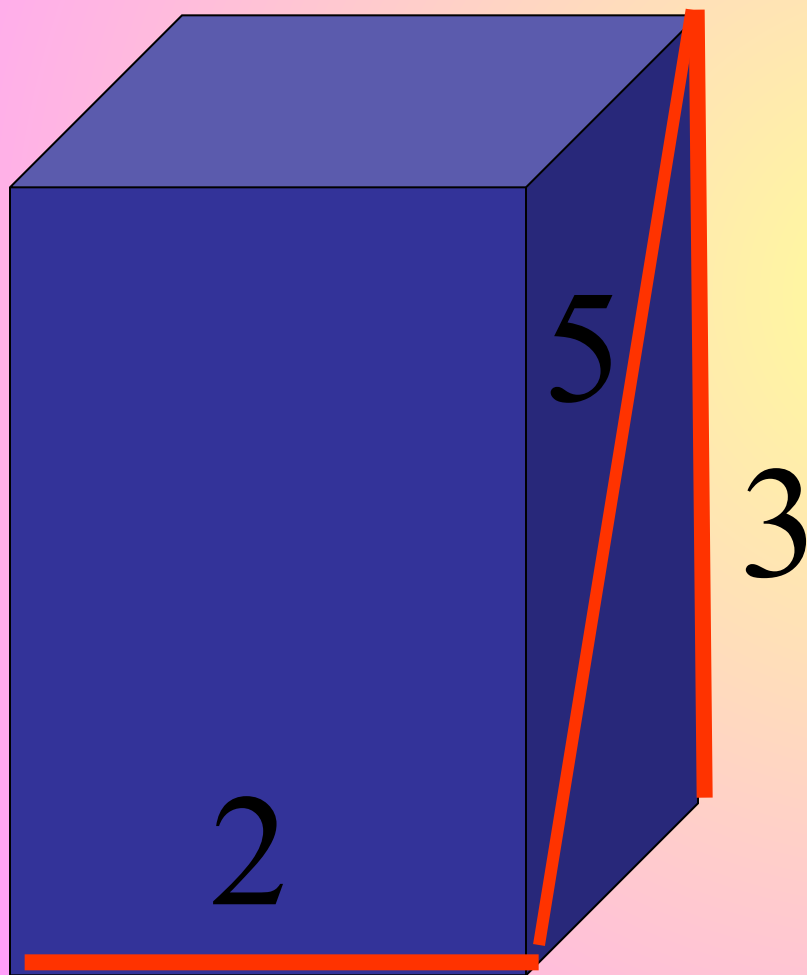
Свойство объемов №2

Если тело составлено из нескольких тел, то его объем равен сумме объемов этих тел.

Свойство объемов №3

Если одно тело содержит другое, то объем первого тела не меньше объема второго.

Реши задачу

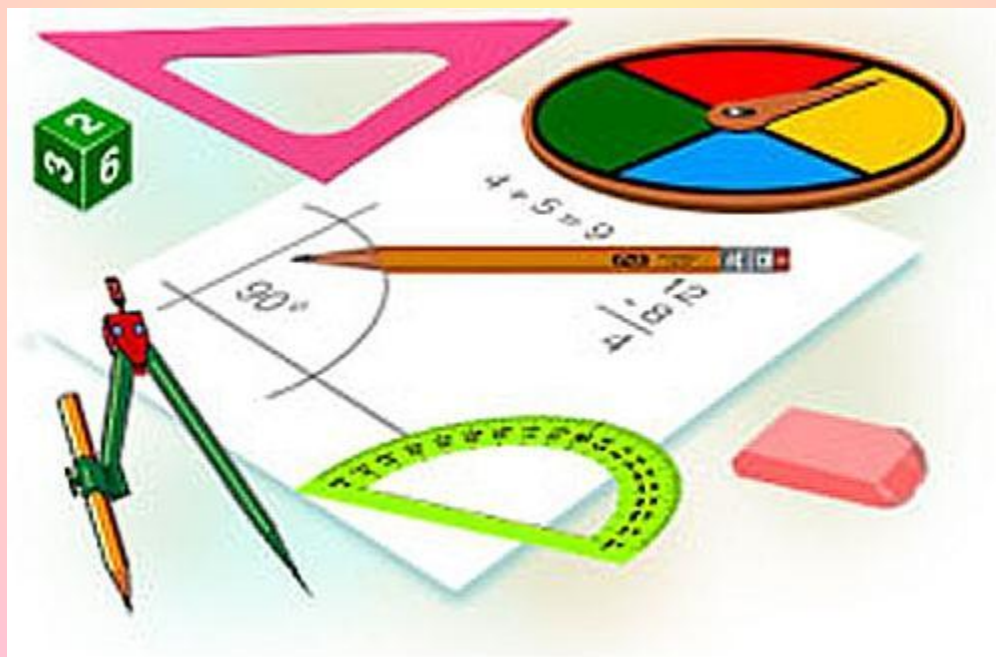


По рис.
Найти V тела

Ответ: 24
ед².

Домашнее задание

П. 68, № 681, 683, 682



Библиография

- ❖ Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев
«Геометрия, 10-11», М., Просвещение, 2007
- ❖ В.Я. Яровенко «Поурочные разработки по
геометрии», Москва, «ВАКО», 2006



УЧЕНИКОВИ!

