

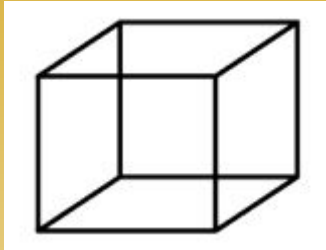
# ОБЪЁМНЫЕ ТЕЛА И МНОГОГРАННИКИ

Демонстрационный материал к уроку геометрии в 9 классе

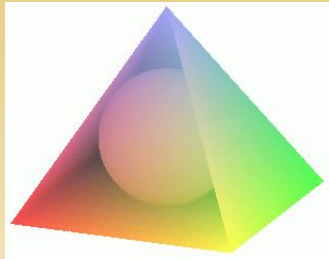


# Объёмные тела

- Оглянись вокруг себя, и ты всюду обнаружишь объёмные тела. Это такие геометрические фигуры, которые имеют три измерения: длину, ширину и высоту. Например, чтобы представить многоэтажный дом, достаточно сказать: "Этот дом длиной в три подъезда, шириной в два окна и высотой в шесть этажей".



- Известные тебе из начальной школы прямоугольный параллелепипед и куб полностью описываются тремя измерениями.



- Все окружающие нас предметы имеют три измерения, но далеко не у всех можно назвать длину, ширину и высоту. Например, для дерева мы можем указать только высоту, для верёвки – длину, для ямы – глубину. А для шара? Имеет ли он тоже три измерения?
- Мы говорим, что тело имеет три измерения (является объёмным), если в него можно поместить кубик или шарик.

# Многогранники

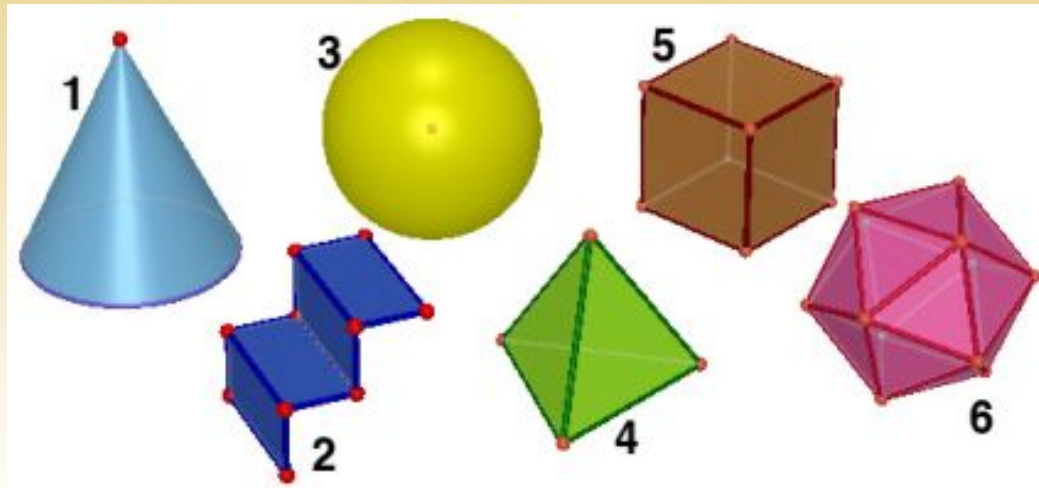
Тело, которое ограничено плоскими многоугольниками, называется **многогранником**.



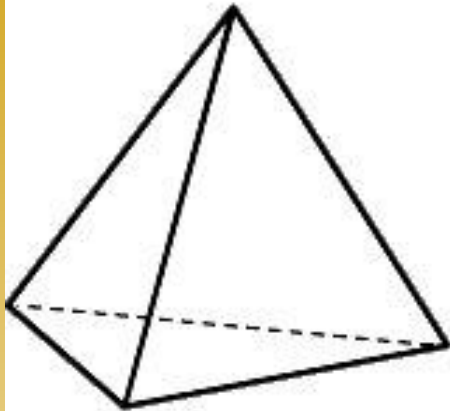
**Многоугольники**, образующие поверхность многогранника, называются **гранями**.

**Стороны** этих многоугольников — **рёбра** многогранников.

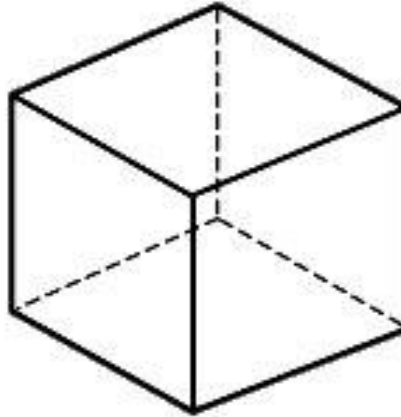
**Вершины** многоугольников — **вершины** многогранников.



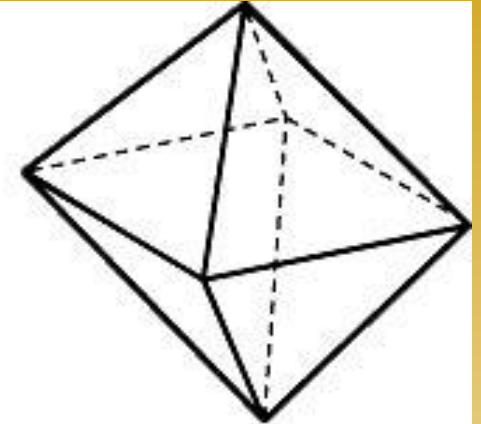
# Многогранники



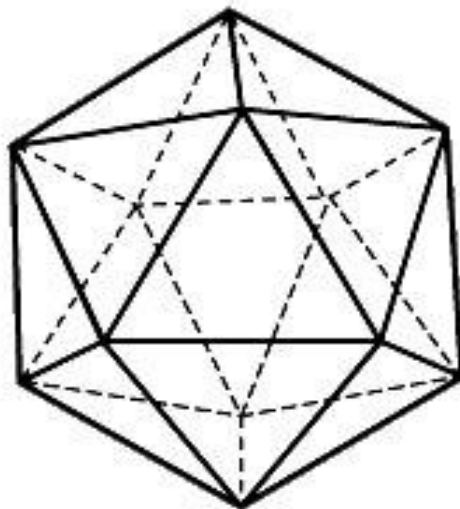
Тетраэдр



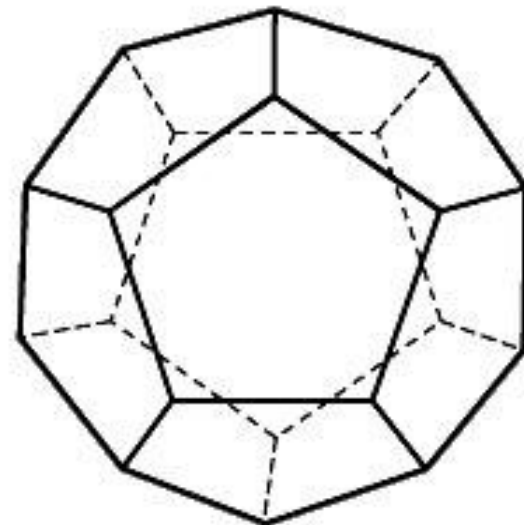
Куб



Октаэдр

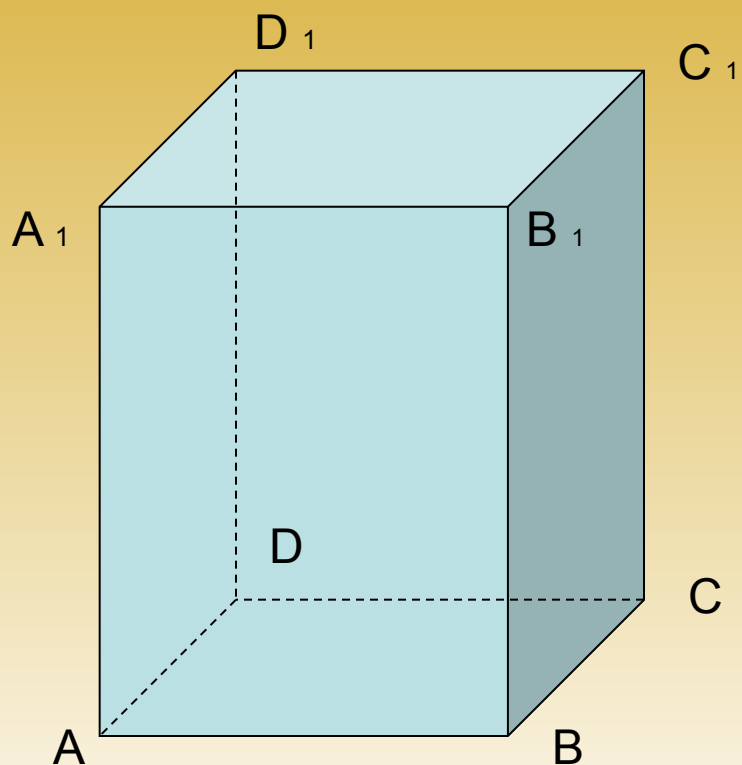


Икосаэдр



Додекаэдр

# Элементы многогранника



## Грани:

ABCD, AA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>B, AA<sub>1</sub>D<sub>1</sub>D,  
CC<sub>1</sub>B<sub>1</sub>B, CC<sub>1</sub>D<sub>1</sub>D, A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>

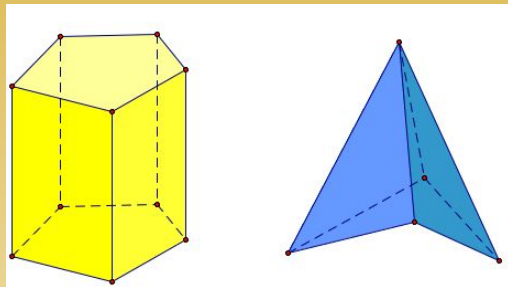
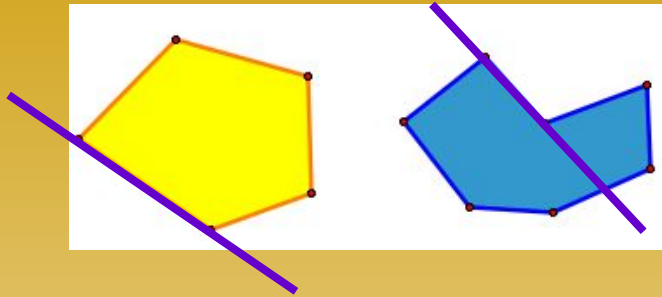
## Ребра:

AB, BC, CD, DA, AA<sub>1</sub>, BB<sub>1</sub>,  
CC<sub>1</sub>, DD<sub>1</sub>, A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>, B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>, C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>, D<sub>1</sub>A<sub>1</sub>

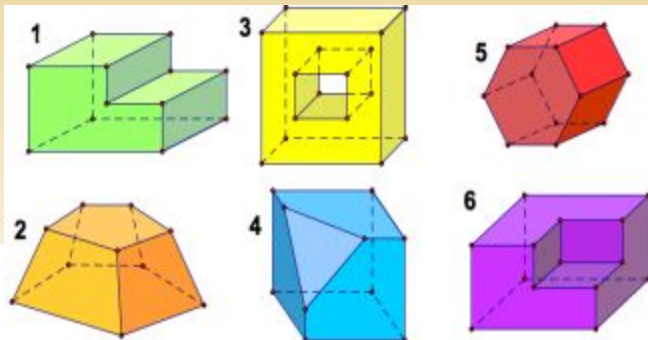
## Вершины:

A, B, C, D, A<sub>1</sub>, B<sub>1</sub>, C<sub>1</sub>, D<sub>1</sub>

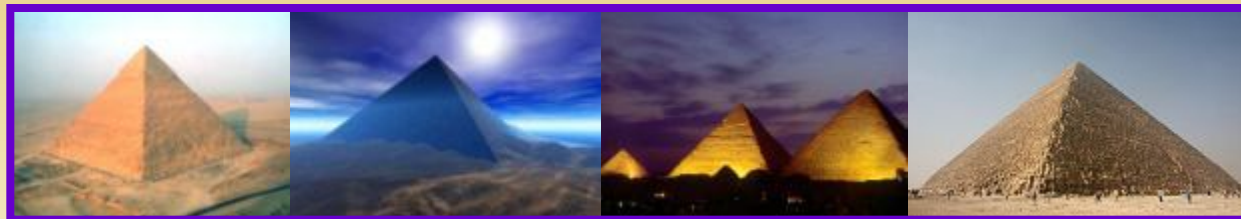
# Выпуклые и невыпуклые многоугольники



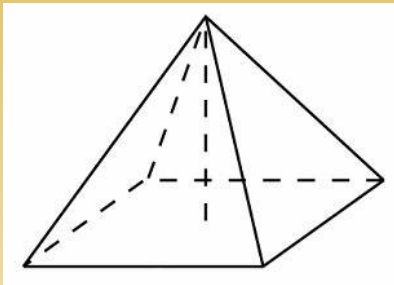
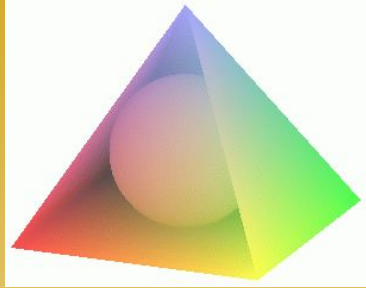
- Многоугольники, как мы уже знаем, бывают **выпуклые и невыпуклые**. Выпуклый многоугольник лежит **по одну сторону** от любой прямой, содержащей любую сторону многоугольника. А у **невыпуклого можно найти такую сторону, что содержащая её прямая "разрежет"** многоугольник на части.
- На рисунке жёлтый многоугольник — выпуклый, а голубой — невыпуклый.
- **Многогранники** тоже бывают **выпуклыми и невыпуклыми**. Выпуклый многогранник лежит по одну сторону от любой плоскости, содержащей любую его грань. А у невыпуклого многогранника можно отыскать такую грань, что проходящая через неё плоскость "разрежет" его на части.
- **Жёлтый многогранник** на рисунке — **выпуклый**. **Голубой многогранник** — **невыпуклый**.
- Под какими номерами на рисунке изображены выпуклые многогранники, а под какими — невыпуклые?



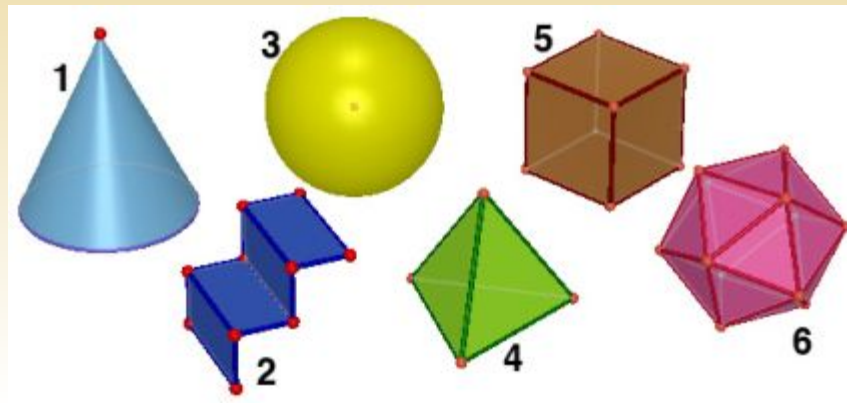
# ПИРАМИДА



# Многогранники. Пирамида.



- Многогранник справа имеет специальное название: **правильная четырёхугольная пирамида**. Именно такую форму имеет знаменитая пирамида Хеопса: в её основании лежит квадрат, а боковые грани — равные треугольники.
- **Сколько граней, рёбер и вершин у этого многогранника?**
- Некоторые из фигур на картинке являются многогранниками, а некоторые — нет. Под какими номерами изображены многогранники?





# Историческая справка



- **Египетские пирамиды** — величайшие архитектурные памятники Древнего Египта, среди которых одно из «семи чудес света» — пирамида Хеопса.

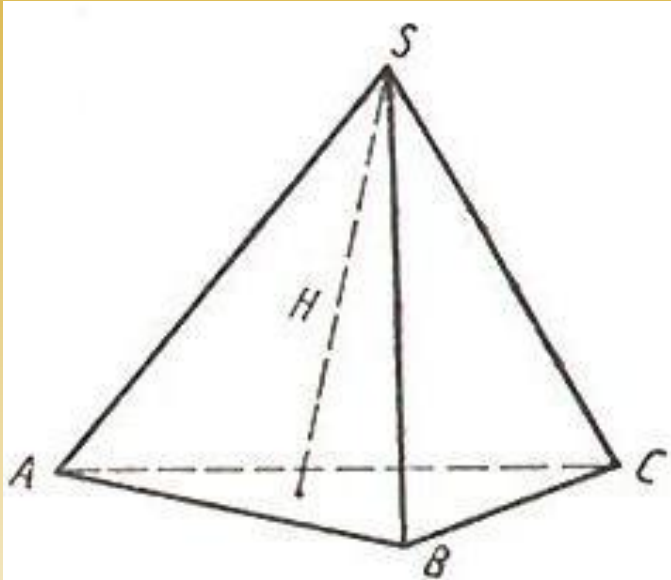
**Пирамиды** представляют собой огромные каменные сооружения **пирамидальной формы**, использовавшиеся в качестве гробниц для фараонов Древнего Египта. Слово «пирамида» — греческое.

По мнению одних исследователей, **большая куча пшеницы** и стала прообразом пирамиды. По мнению других учёных, это слово произошло от названия **поминального пирога** пирамидальной формы. Всего в Египте около 100 пирамид



# Пирамида

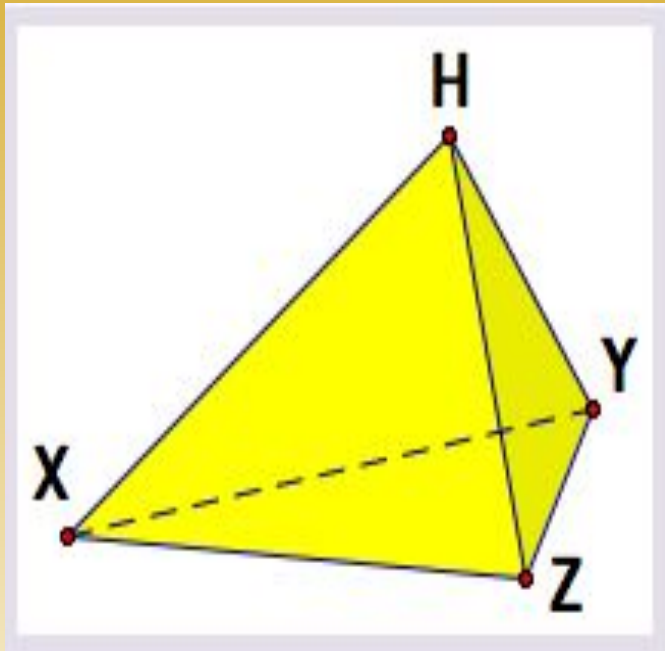
- Пирамида это многогранник, одна грань которого является **произвольным многоугольником** (треугольником, или четырёхугольником, или пятиугольником, или шестиугольником и т.д.), а остальные грани — **треугольники** с общей вершиной.



При этом, одна его грань — произвольный многоугольник — называется **основанием**, а остальные грани — треугольники с общей вершиной — называются **боковыми гранями**. Стороны боковых граней называются **боковыми рёбрами**. Общая вершина боковых граней называется **вершиной пирамиды**.

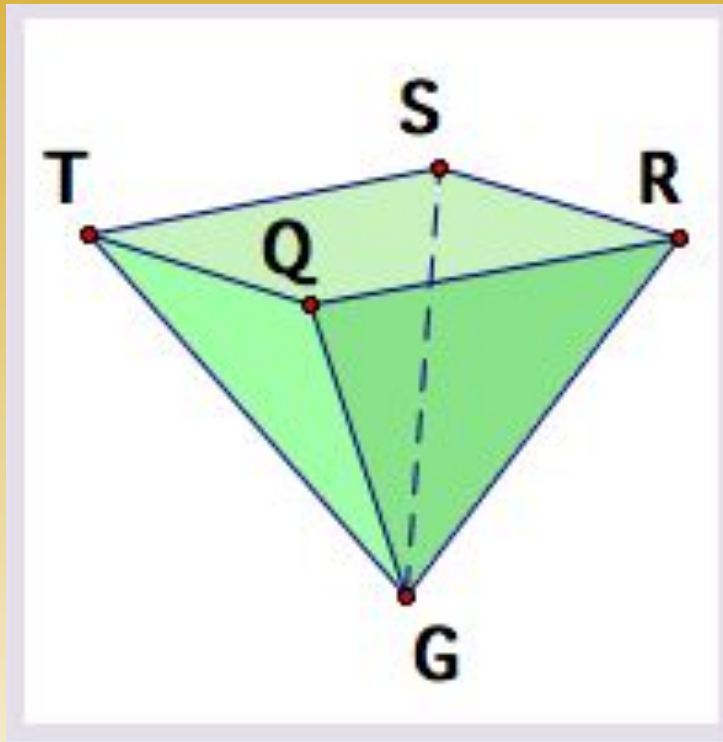


# Треугольная пирамида



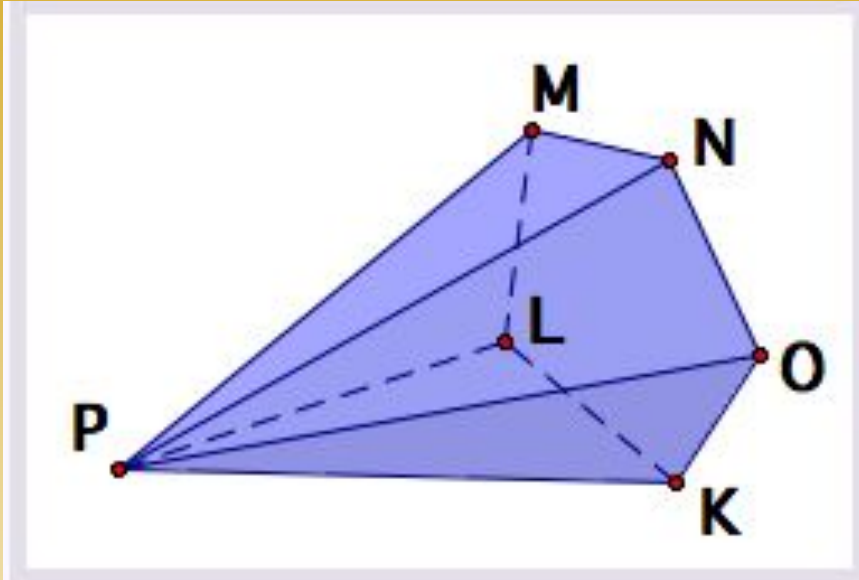
- $HXYZ$  — треугольная пирамида.
- У неё **четыре грани** (один треугольник в основании и три треугольника — боковые грани), **шесть рёбер** и **четыре вершины**.
- В качестве основания можно рассматривать любую его грань, например, треугольник  $XYZ$ . Тогда точка  $H$  будет вершиной пирамиды.
- **Треугольники**  $HYN$ ,  $YZH$  и  $ZXH$  — **боковые грани** пирамиды. **Отрезки**  $XH$ ,  $YH$  и  $ZH$  — **боковые рёбра** пирамиды.

# Четырёхугольная пирамида



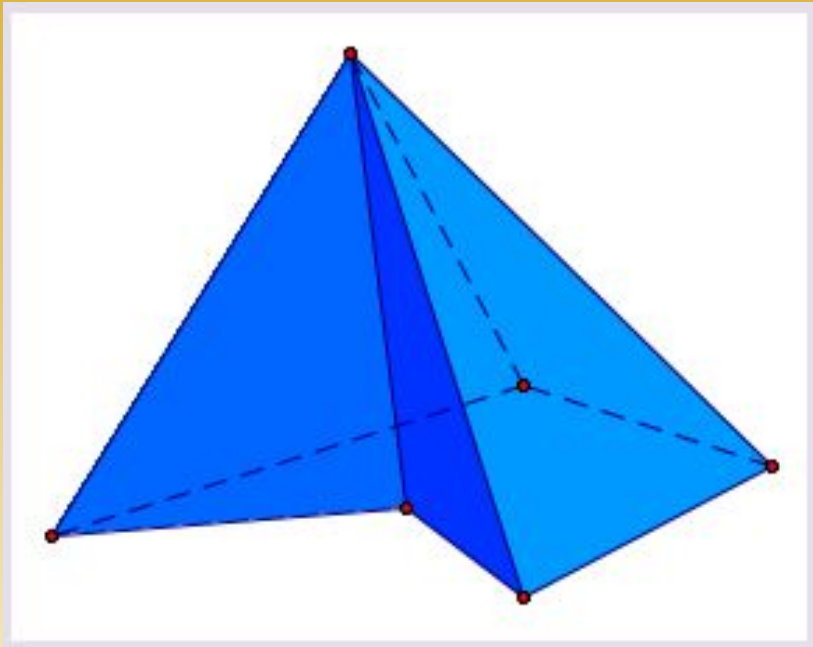
- GRSTQ — **четырёхугольная пирамида**.
- У неё **пять граней** (четырёхугольник RSTQ в основании и четыре боковых грани — треугольники GRS, GST, GTQ и GQR), **восемь рёбер** (отрезки RS, ST, TQ и QR — рёбра в основании, отрезки GR, GS, GT и GQ — боковые рёбра) и **пять вершин**. Точка G — **вершина пирамиды**.

# Пятиугольная пирамида



- PKLMNO — пятиугольная пирамида.
- У неё **шесть граней**: в основании лежит пятиугольник KLMNO, а треугольники PKL, PLM, PMN, PNO и POK — боковые грани.
- Эта пирамида имеет **десять рёбер**: отрезки KL, LM, MN, NO и OK — рёбра в основании, отрезки PK, PL, PM, PN и PO — боковые рёбра) и **шесть вершин** (точки P, K, L, M, N и O). Точка P — **вершина пирамиды**.

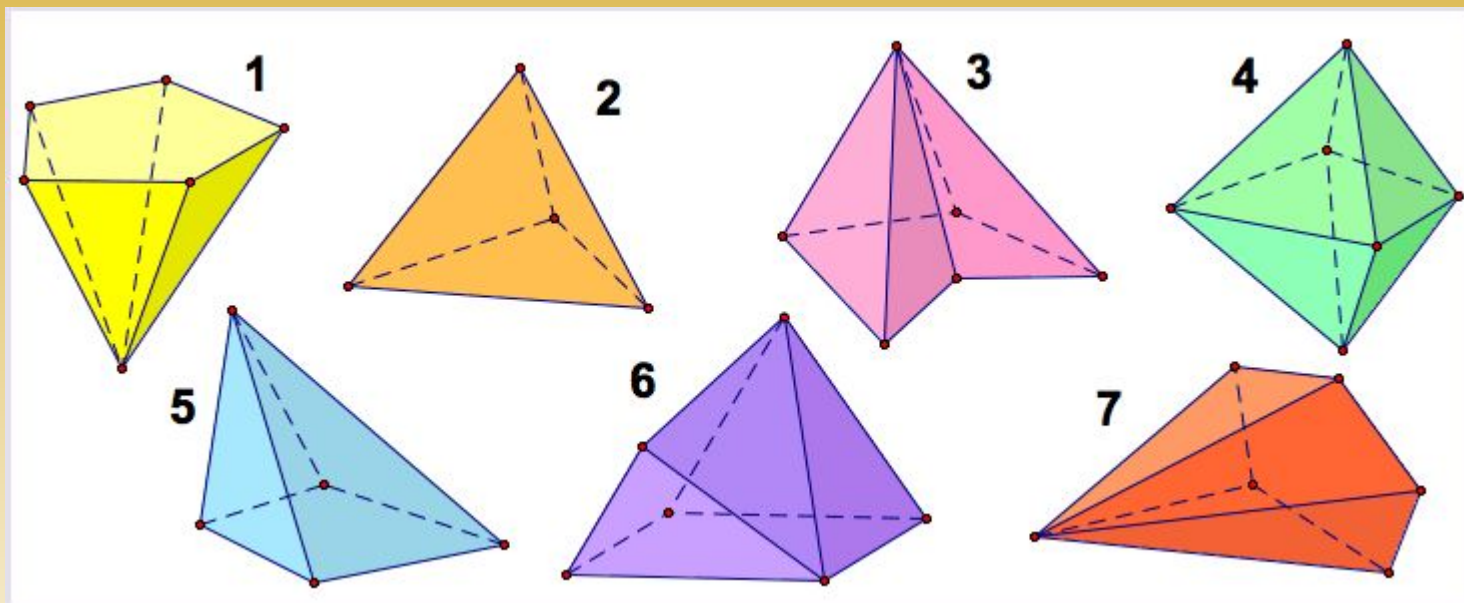
# Невыпуклая пирамида



- На рисунке слева расположена **невыпуклая** пятиугольная пирамида.
- В её основании лежит **невыпуклый пятиугольник**. Все пирамиды на рисунках выше являются выпуклыми.

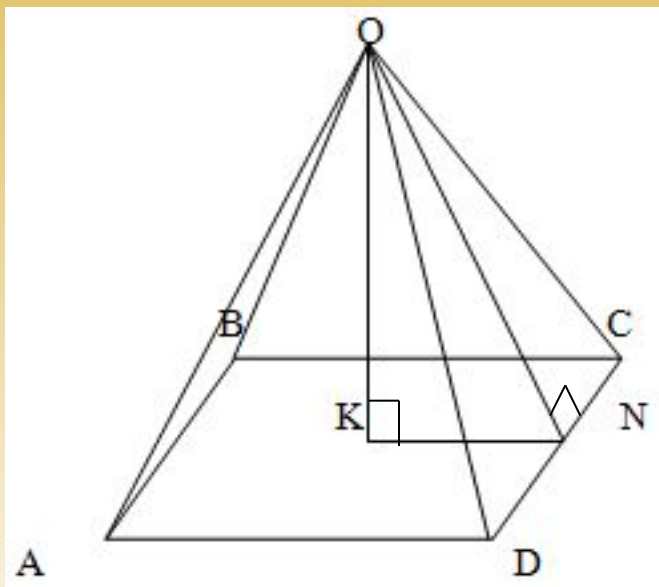
Некоторые из многогранников на рисунке являются пирамидами, а некоторые — нет.

Под какими номерами изображены пирамиды?

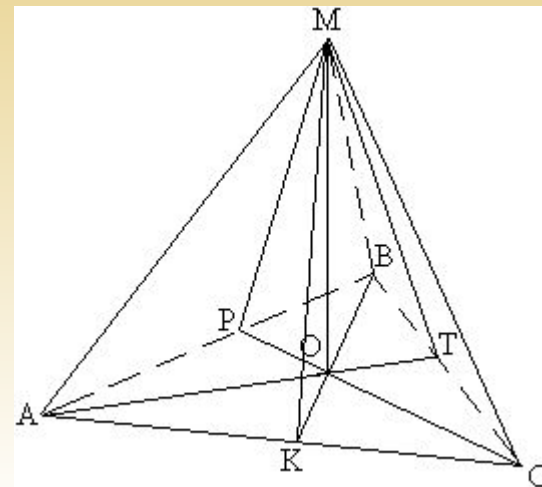


# Правильная пирамида

- Пирамида называется **правильной**, если ее основание – **правильный многоугольник**

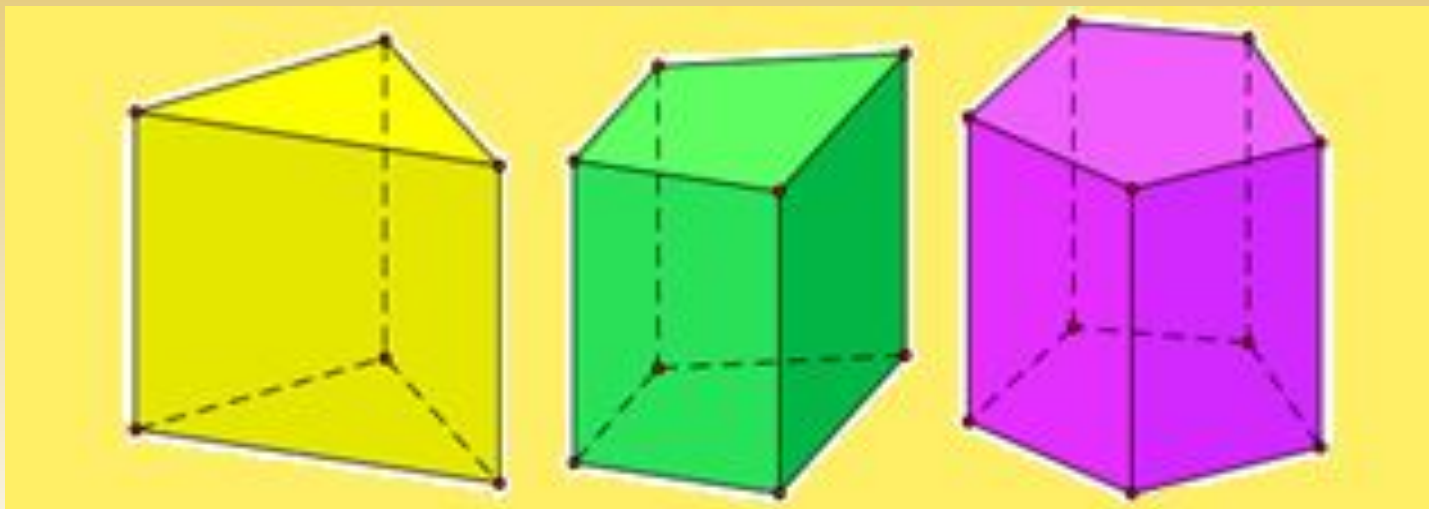


$OK$  – высота пирамиды  
 $ON$  – апофема



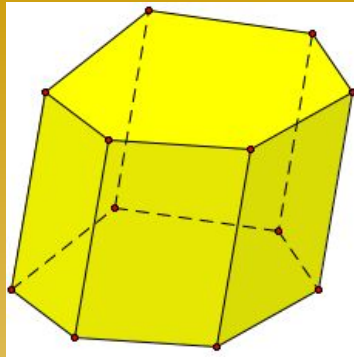


# ***ПРИЗМА***



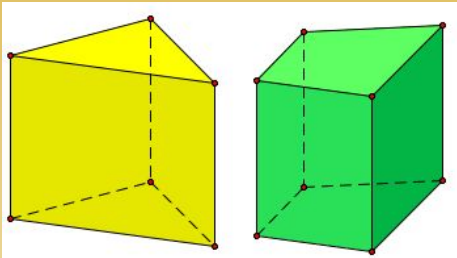
# ПРИЗМА -

- это многогранник, состоящий из двух равных многоугольников (основания призмы) и параллелограммов (боковые грани призмы).



Наклонная шестиугольная призма

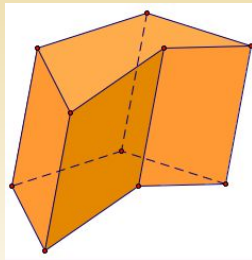
Например, на рисунке справа расположена **шестиугольная призма**: в её основаниях — два равных шестиугольника, боковые грани — шесть параллелограммов.



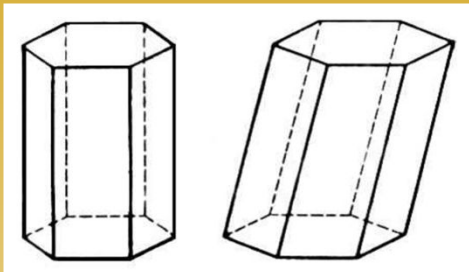
Прямая призма

Если все боковые грани призмы не просто параллелограммы, а прямоугольники, то такой многогранник называется **прямой призмой**. У прямой призмы боковые рёбра **перпендикулярны основанию**.

Призма на рисунке слева является **невыпуклой**. Её основания — невыпуклые пятиугольники. В отличие от неё все призмы на рисунках выше являются выпуклыми.



# Площадь поверхности призмы и площадь боковой поверхности призмы.

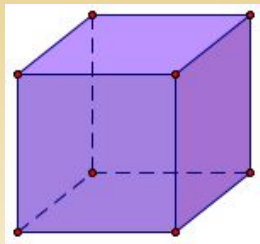
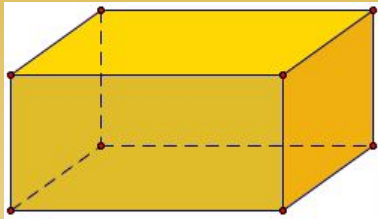
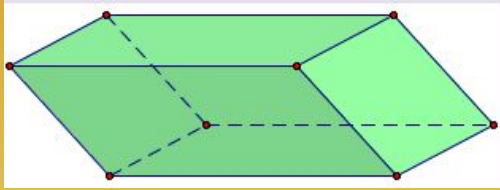


- *Поверхность* многогранника состоит из конечного числа многоугольников (граней). Площадь поверхности многогранника есть сумма площадей всех его граней.

- Площадь поверхности призм ( $S_{пр}$ ) равна сумме площадей ее боковых граней (площади боковой поверхности  $S_{бок}$ ) и площадей двух оснований ( $2S_{осн}$ ) - равных многоугольников:  
 $S_{пов} = S_{бок} + 2S_{осн}$ .

$$S_{пов} = S_{бок} + 2S_{осн}$$

# Параллелепипед и куб



- **Параллелепипед** тоже является **призмой**, в основании которой лежит параллелограмм. Противоположащие грани параллелепипеда равны.
- Если все грани параллелепипеда не просто параллелограммы, а **прямоугольники**, то такой многогранник называется **прямоугольным параллелепипедом**. Такую форму обычно имеют коробки, комнаты, книги.
- Если все **грани параллелепипеда** — **равные квадраты**, то такое тело называется **кубом**. Все двенадцать рёбер куба — равные отрезки.