

ГОУ СПО «Мариинский лесотехнический техникум»

**Авторы: Левинский Михаил  
Колобовников Михаил, гр. ЭП -  
21**



ОБЪЁМЫ И ПЛОЩАДИ  
ПОВЕРХНОСТЕЙ  
ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

# Содержание

## ■ Призма:

- прямая и наклонная;
- прямоугольный параллелепипед.

## ■ Пирамида:

- пирамида;
- площадь пирамиды
- усеченная пирамида
- площадь усечённой пирамиды

## ■ Цилиндр

## ■ Конус :

- конус;
- усеченный конус.

## ■ Сфера, шар, части шара:

- шар;
- шаровой сегмент;
- шаровой пояс;
- шаровой сектор

## Объёмы геометрических тел:

Объём призмы

Объём пирамиды

Объём усечённой пирамиды

Объём цилиндра

Объём конуса

Объём усечённого конуса

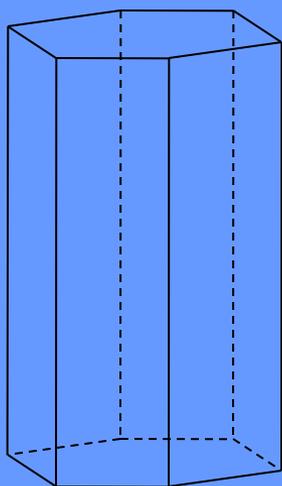
Объём шара

Объём шарового сегмента

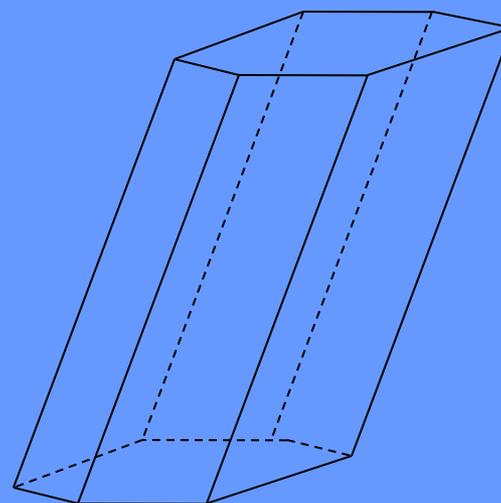
Объём шарового слоя

Объём шарового сектора

# Призма



Прямая



Наклонная



Содержание



# Свойства правильной призмы

- I Боковые грани равны между собой
- II Двугранные углы при них равны между собой
- III Любая точка оси призмы равноудалена от всех вершин любого из оснований призмы
- IV Любая точка оси равноудалена от всех граней призмы



# Площадь поверхности призмы

Площадь боковой поверхности призмы  
равна произведению периметру сечения,  
перпендикулярного боковым рёбрам призмы  
на длину бокового ребра

$$S_{\text{бок}} = P_{\text{сеч}} \cdot l$$

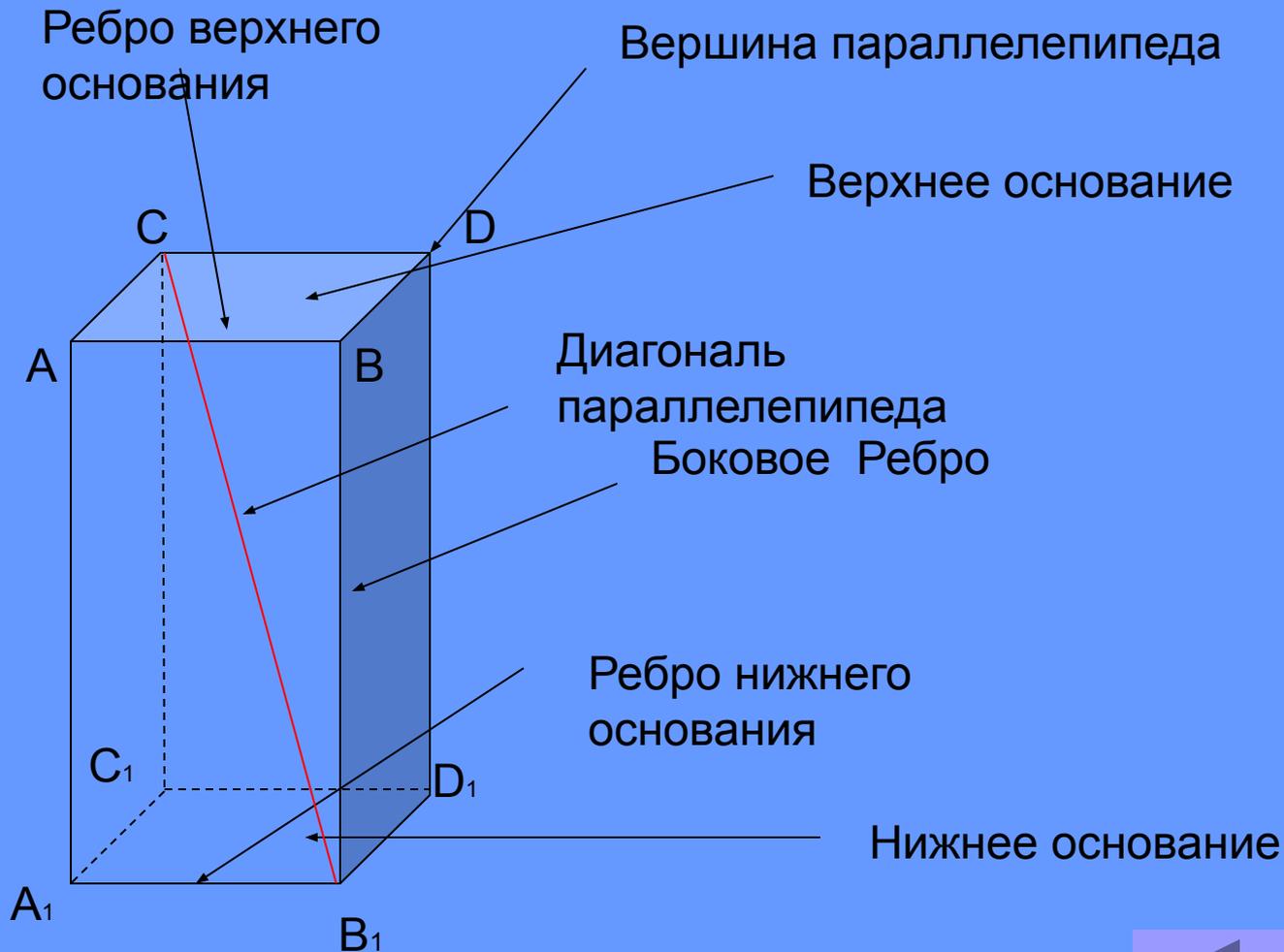


Площадь полной поверхности призмы  
равна сумме площадей боковой поверхности и  
площадям оснований

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}$$



# Параллелепипед

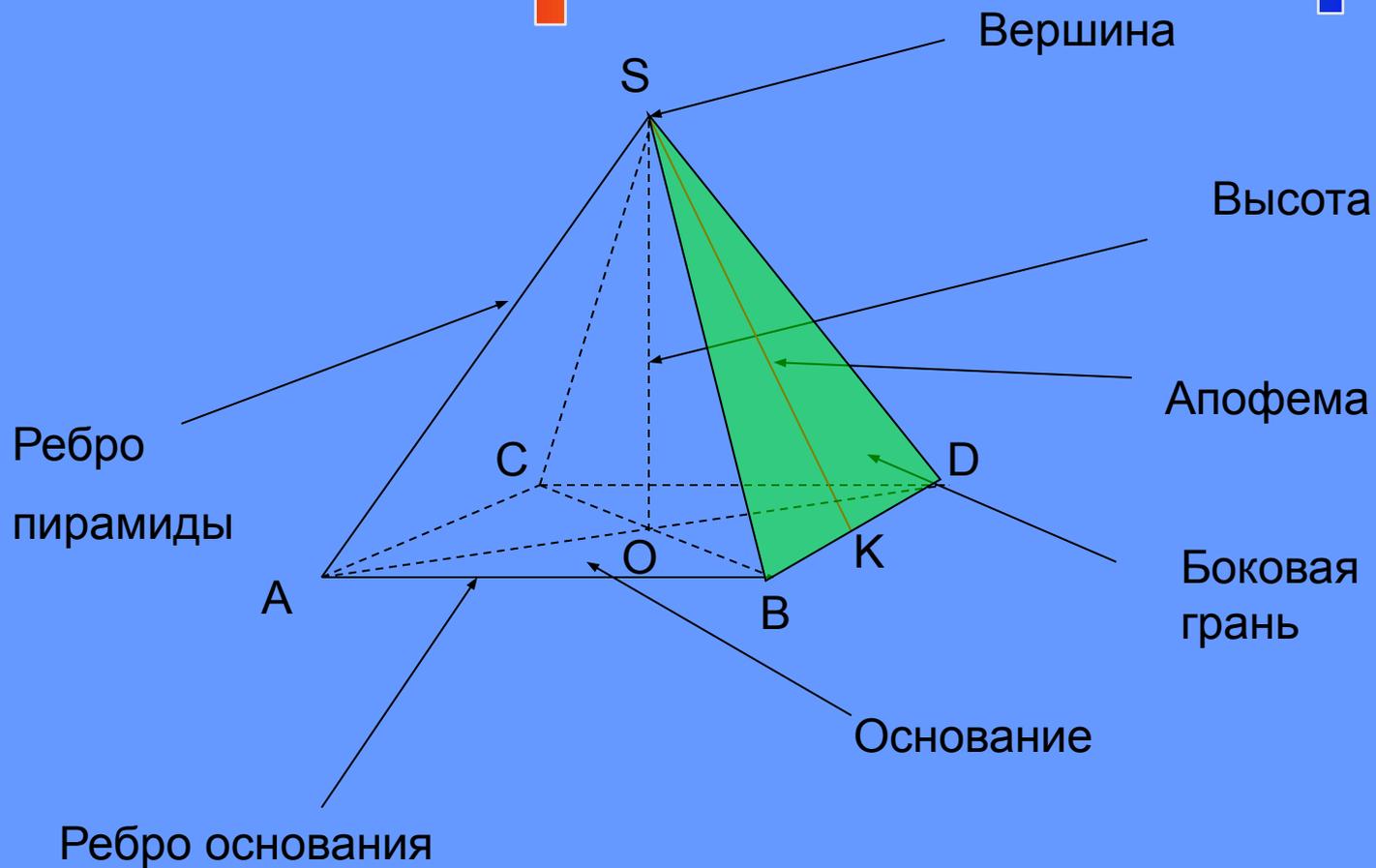


# Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда

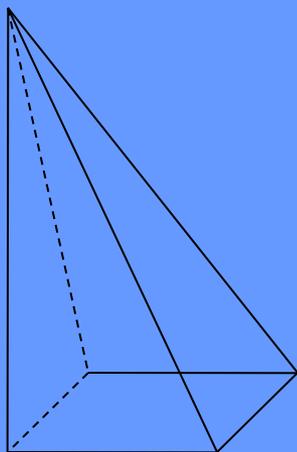
$$S_{\text{бок}} = lP_{\text{осн}}$$



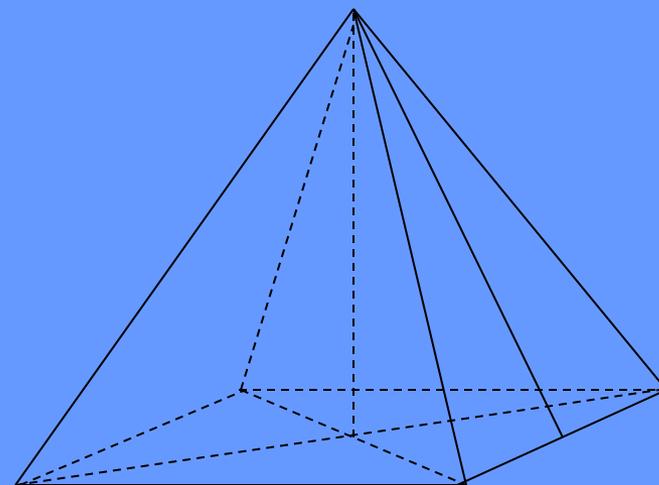
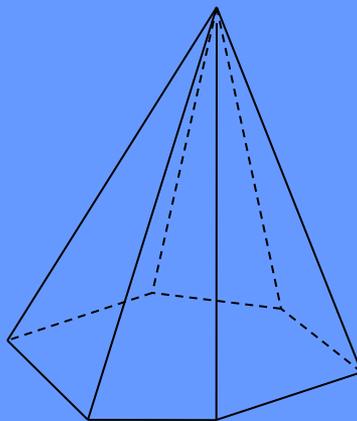
# Пирамида



# Виды пирамид



Наклонные



Прямая



Содержание



# Основные свойства правильной пирамиды

- I Боковые ребра, грани и апофемы соответственно равны.
- II Двугранные углы при основании равны.
- III Двугранные углы при боковых ребрах равны.
- IV Каждая точка высоты равноудалена от всех вершин основания.
- V Каждая точка высоты равноудалена от всех боковых граней.

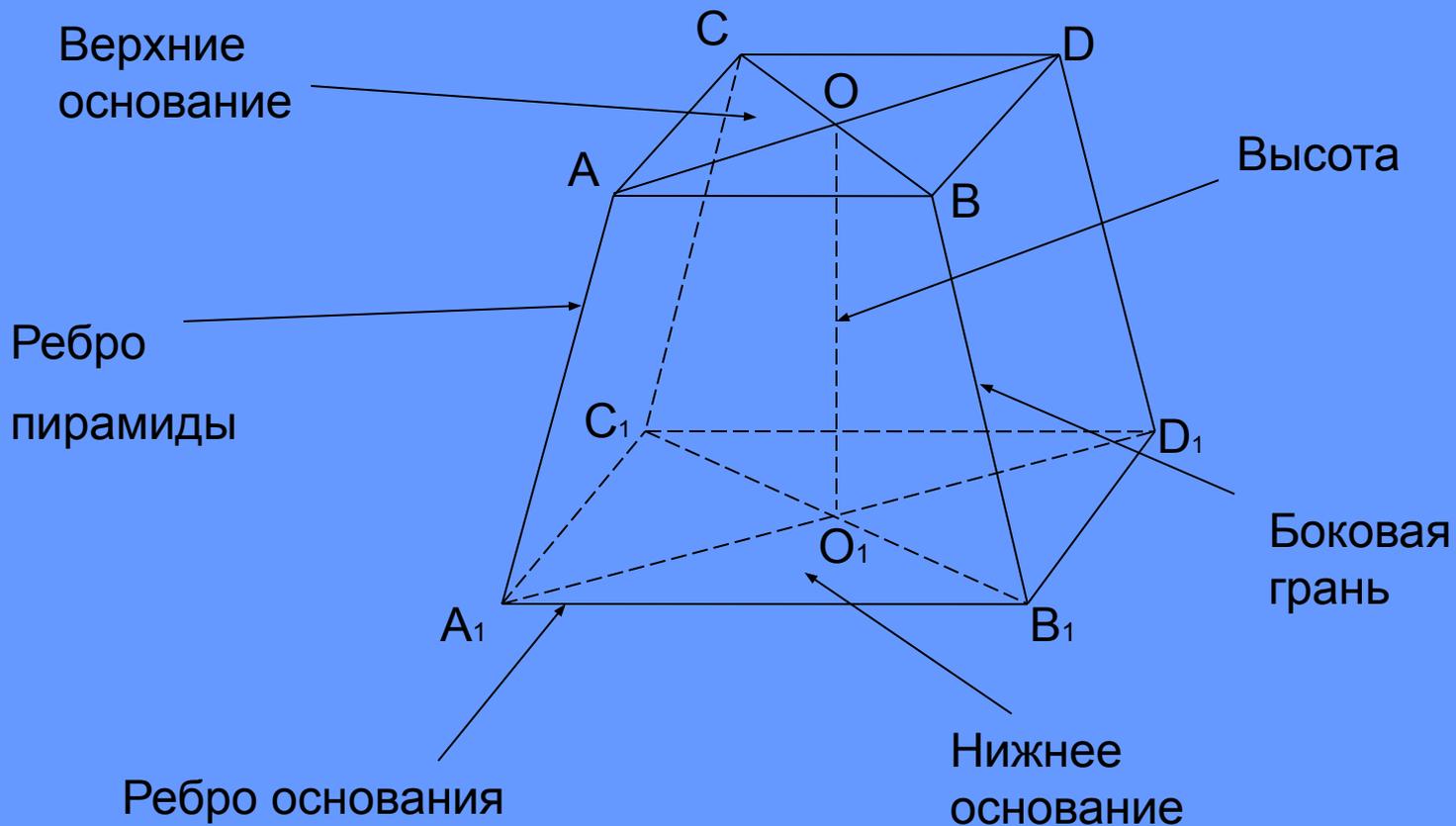
# Площадь пирамиды

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} Pa$$

Где  $a$  – апофема  
 $P$  – периметр основания

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}$$

# Усеченная пирамида



# Площадь усечённой пирамиды

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2}(P + P_1) \cdot a$$

Где,  $P$  – периметр нижнего основания

$P_1$  – периметр верхнего основания,

$A$  - апофема

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{верхн.осн}} + S_{\text{нижн.осн}}$$

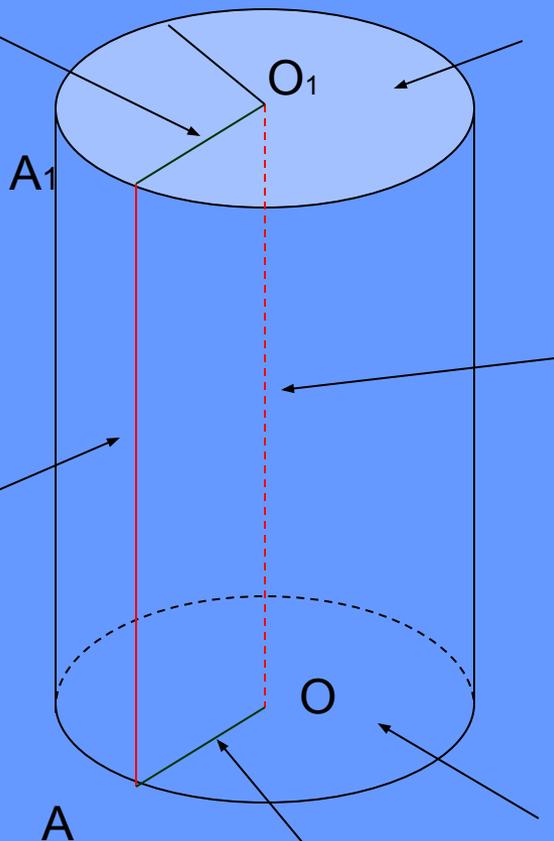
# Основные свойства правильной усеченной пирамиды

- I Боковые рёбра, боковые грани и апофемы соответственно равны.
- II Двугранные углы при основании равны.
- III Двугранные углы при боковых рёбрах равны.
- IV Каждая точка оси равноудалена от всех вершин основания.
- V Каждая точка оси равноудалена от плоскостей боковых граней.

# Цилиндр

Радиус  
верхнего  
основания

Верхнее  
основание



Высота

Нижнее  
основание

Радиус  
нижнего  
основания



Содержание



# Площадь поверхности цилиндра

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}$$

$$S = 2\pi R(R + h)$$



- Площадь боковой поверхности цилиндра:

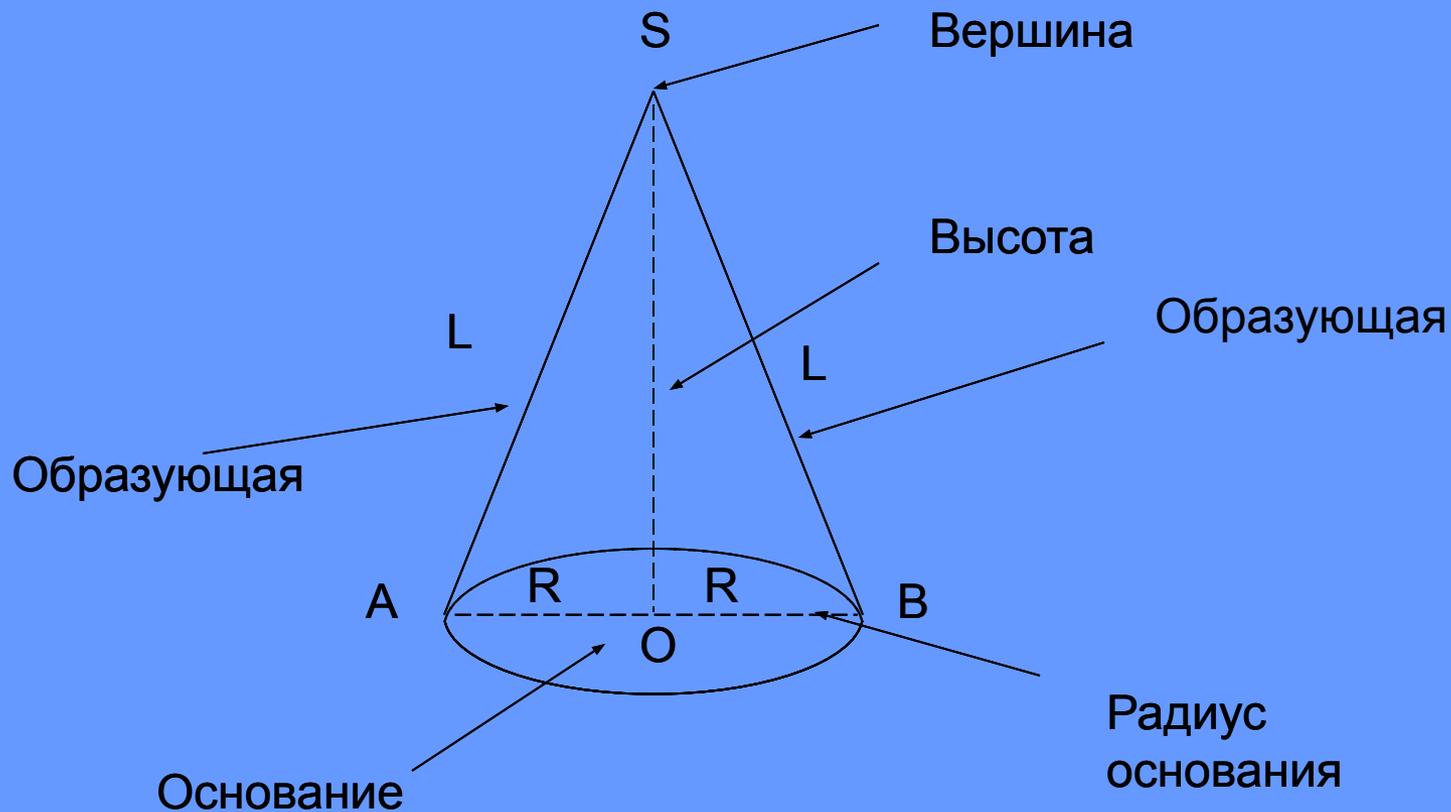
$$S = 2\pi R h$$

- Площадь основания цилиндра:

$$S = \pi R^2$$



# Конус



Содержание



# Площадь поверхности конуса

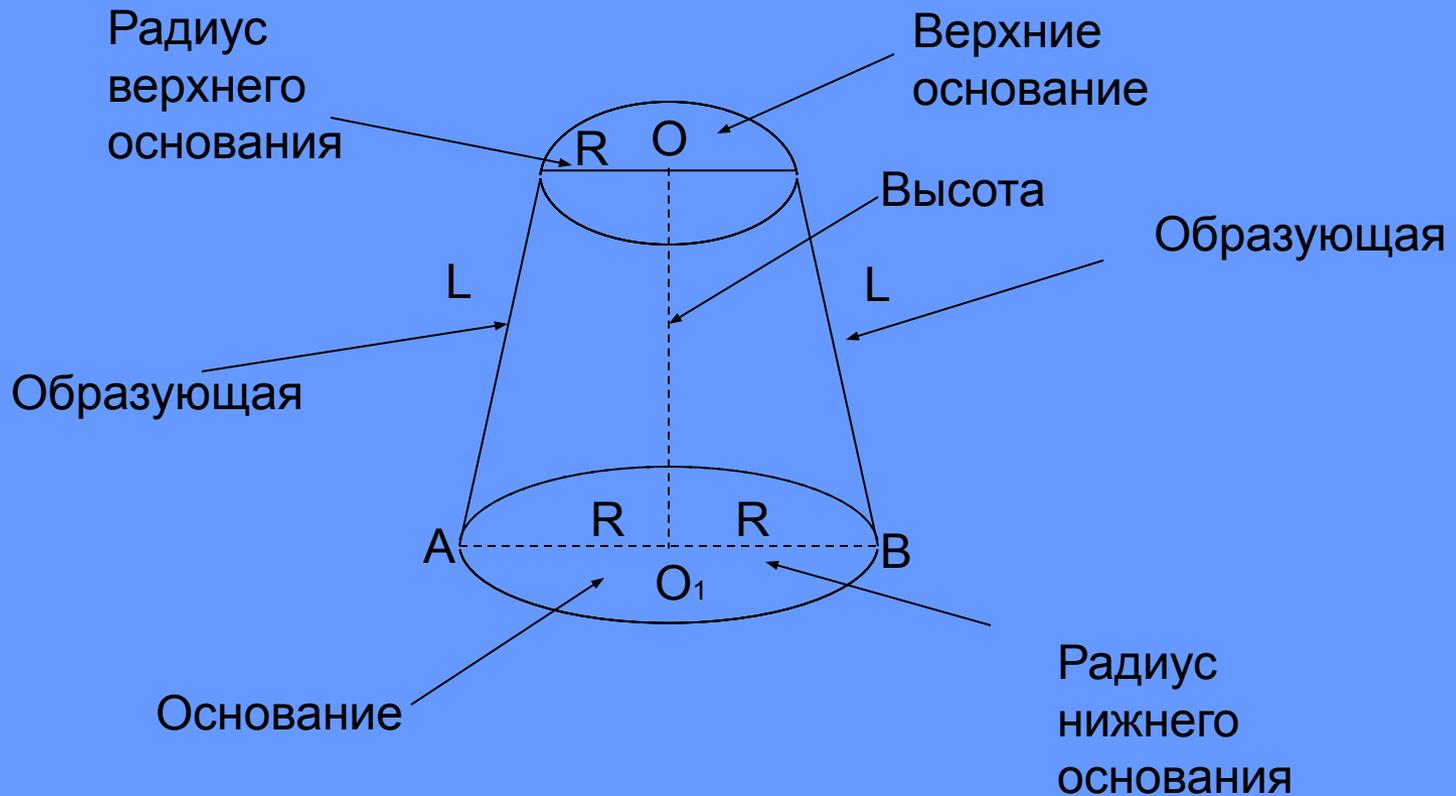
$$S = S_{\text{сект}} = \pi RL$$



# Площадь поверхности конуса полная

$$S_{\text{полн}} = \pi R(R + L)$$

# Усеченный конус



# Площадь поверхности усеченного конуса

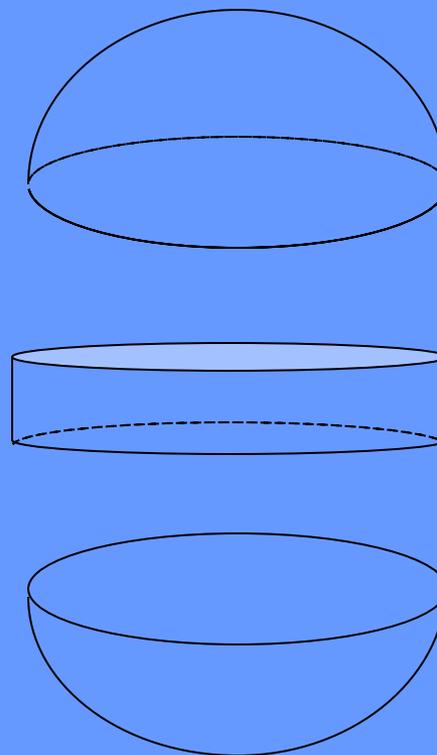
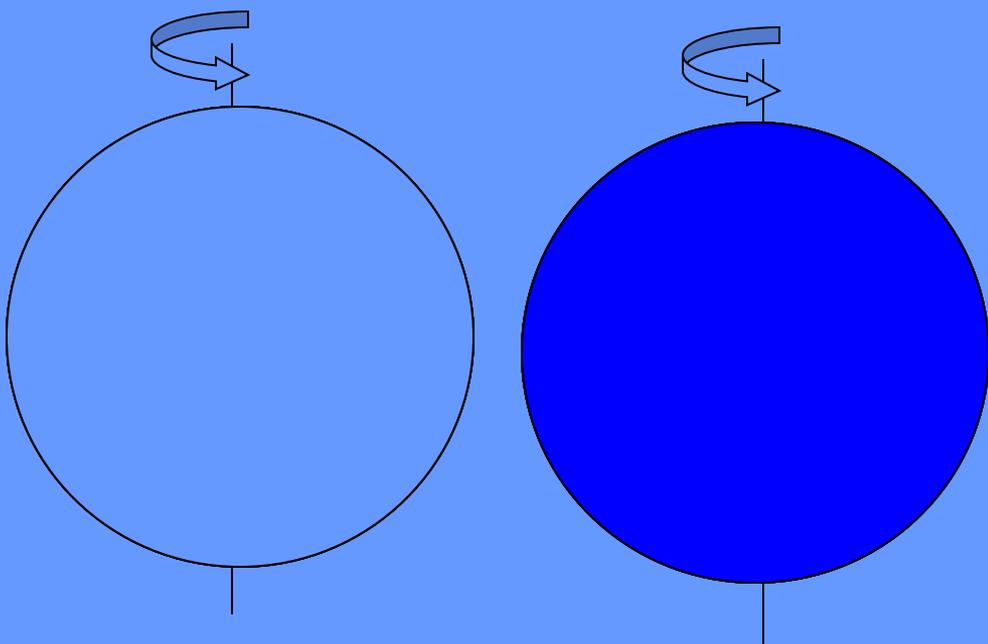
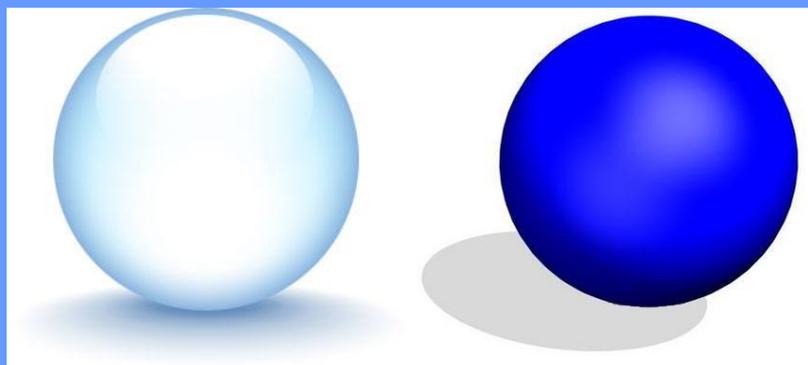
$$S_{\text{полн}} = \pi(R + r)L + \pi R^2 + \pi r^2$$

или

$$S_{\text{полн}} = \pi(LR + Lr + R^2 + r^2)$$



# Сфера, шар, части шара



Содержание



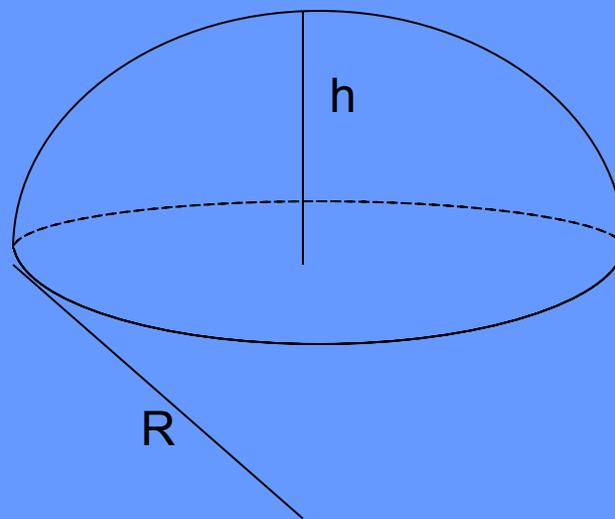
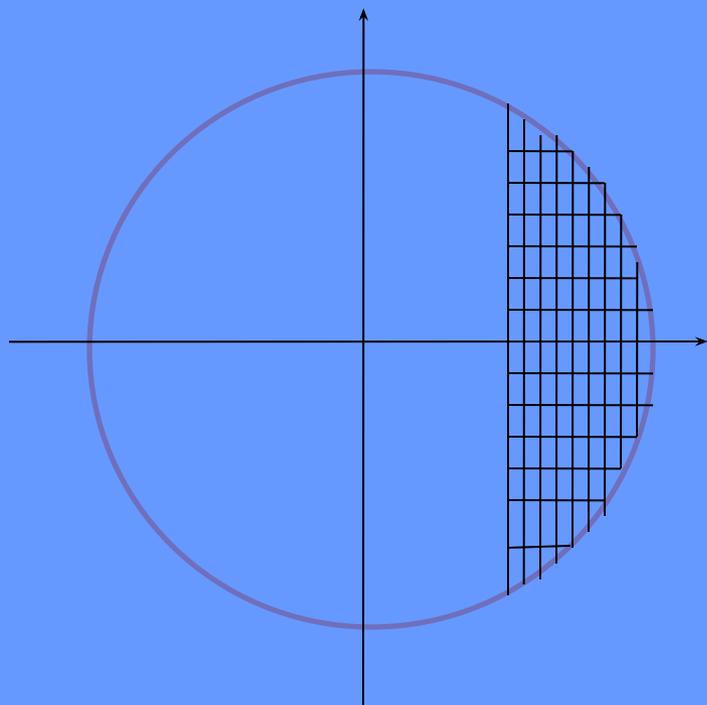
# Площадь поверхности сферы

- Площадь поверхности сферы равна учетверённой площади большого круга этой сферы:

$$S = 4\pi R^2$$

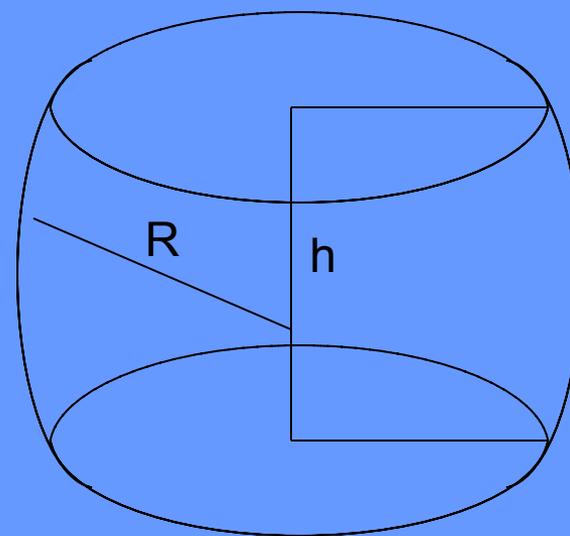
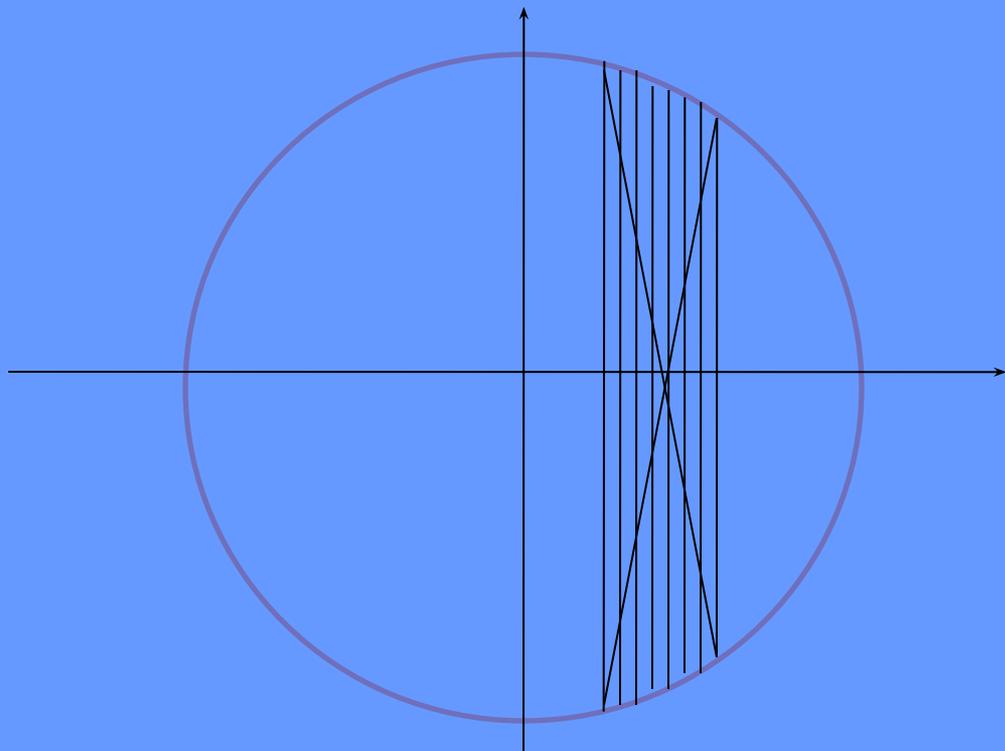
# Шаровой сегмент

$$S = 2\pi R h$$



# Шаровой пояс

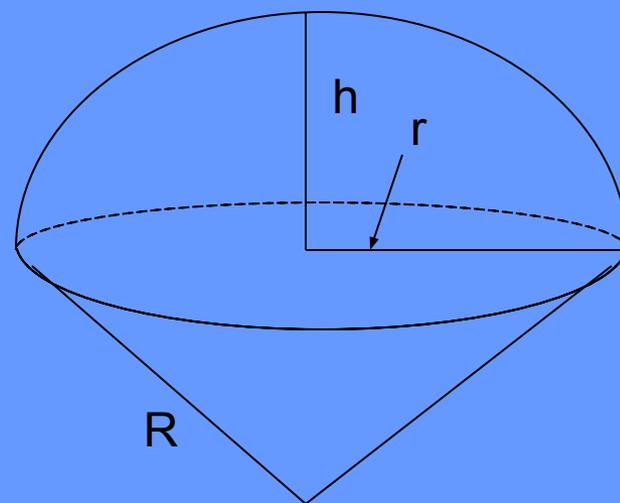
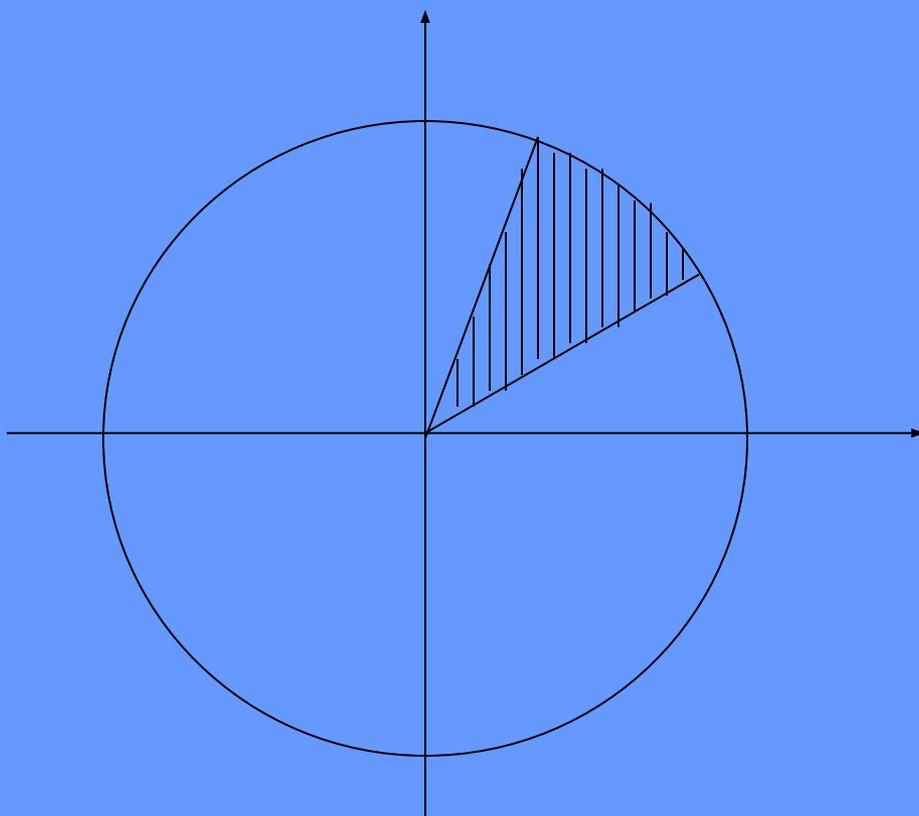
$$S = 2\pi Rh$$



Содержание



# Шаровой сектор



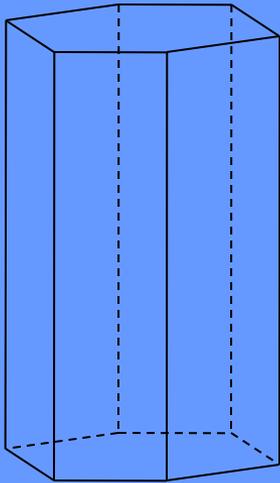
Содержание



# Объёмы геометрических фигур

◀ Содержание ▶

# Объём призмы



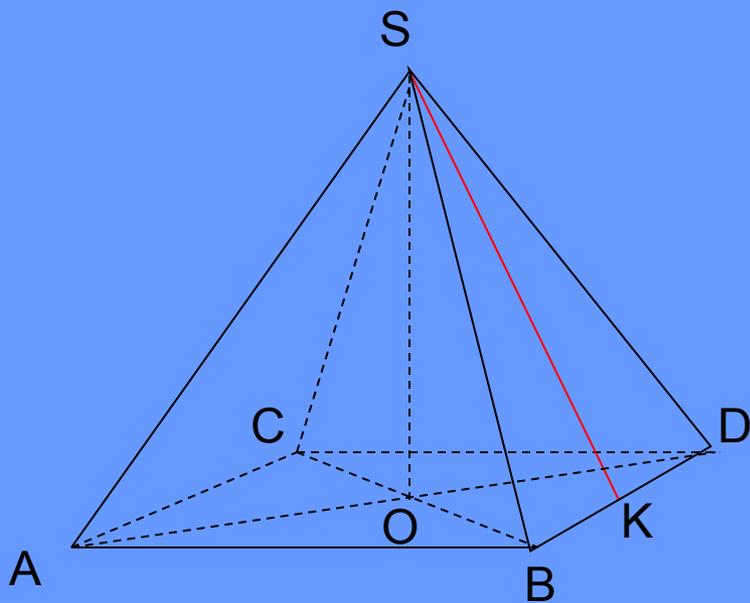
$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$



Содержание

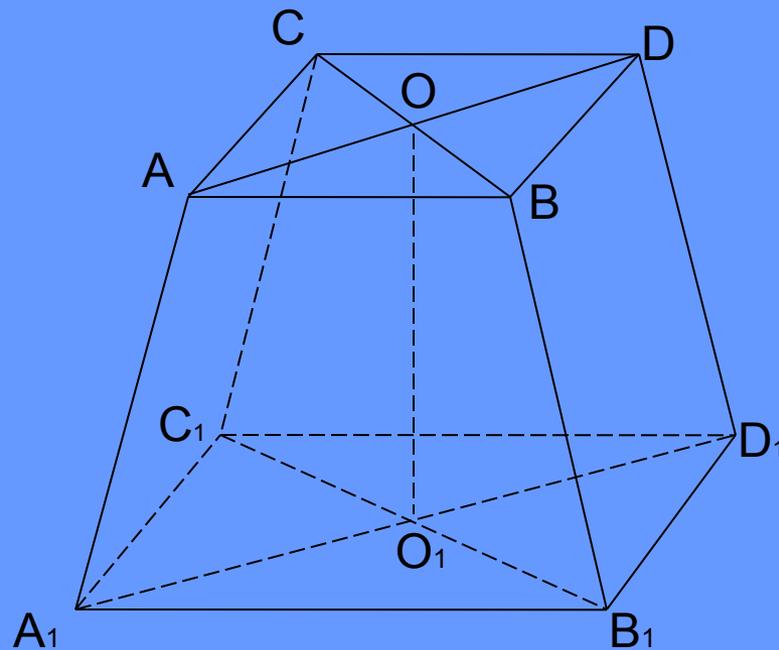


# Объём пирамиды



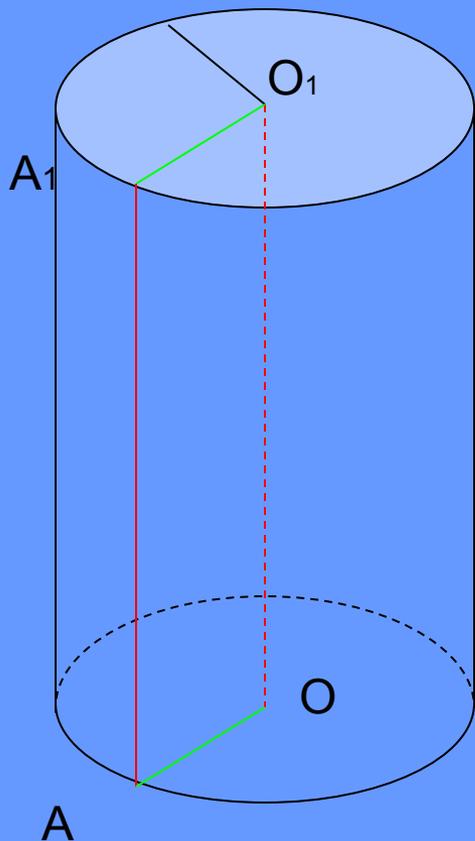
$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$$

# Объём усечённой пирамиды



$$V = \frac{2}{3} (S_H + S_B + \sqrt{S_H \cdot S_B})$$

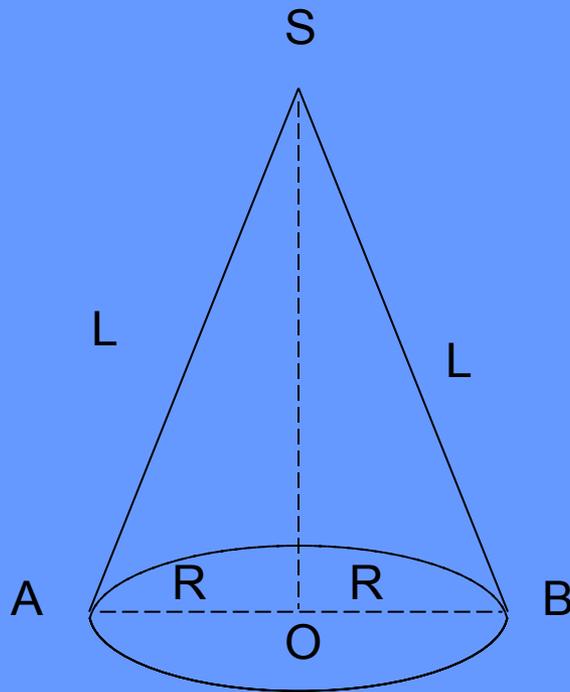
# Объём цилиндра



$$V = \pi R^2 H$$



# Объём конуса



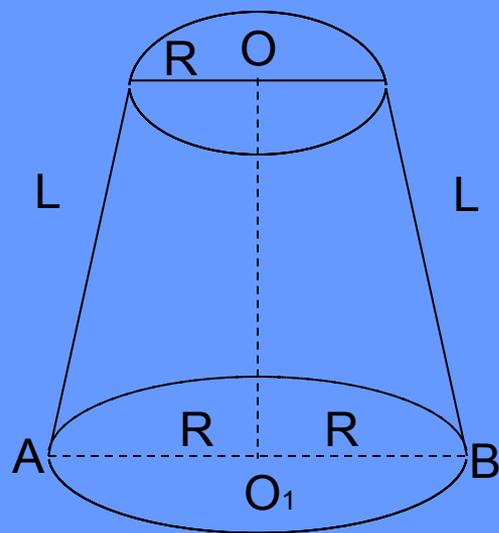
$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$



Содержание

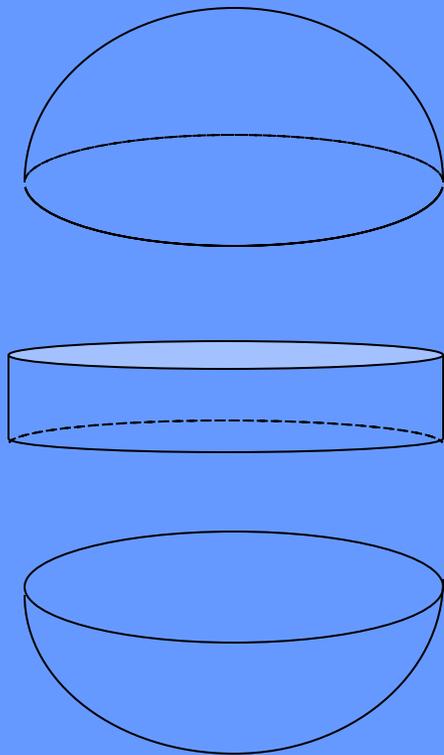


# Объём усечённого конуса



$$V = \frac{\pi h}{3} (R^2 + r^2 + Rr)$$

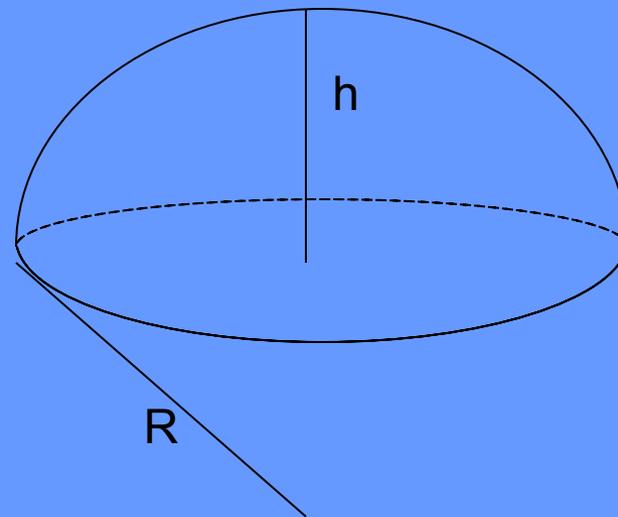
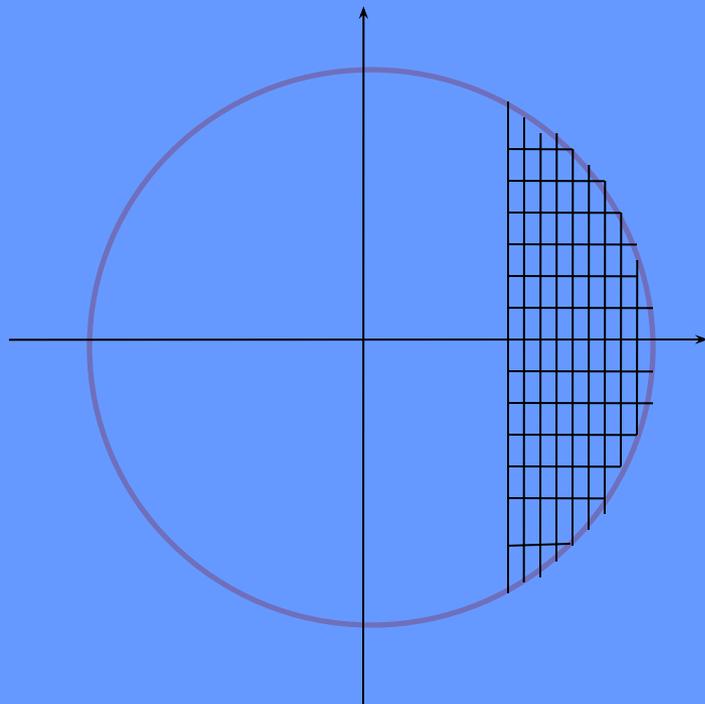
# Объём шара



$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

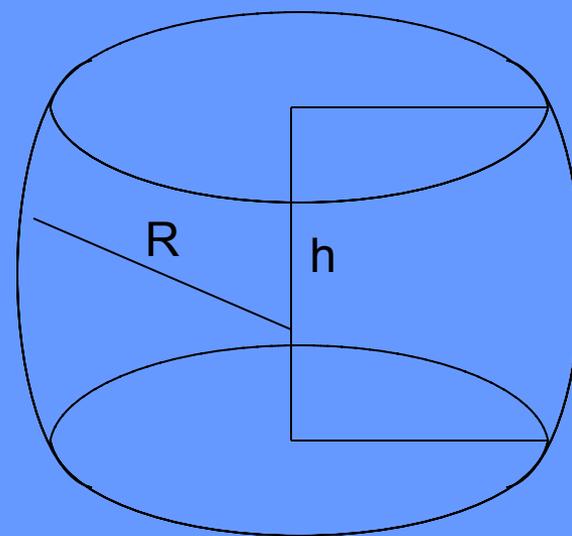
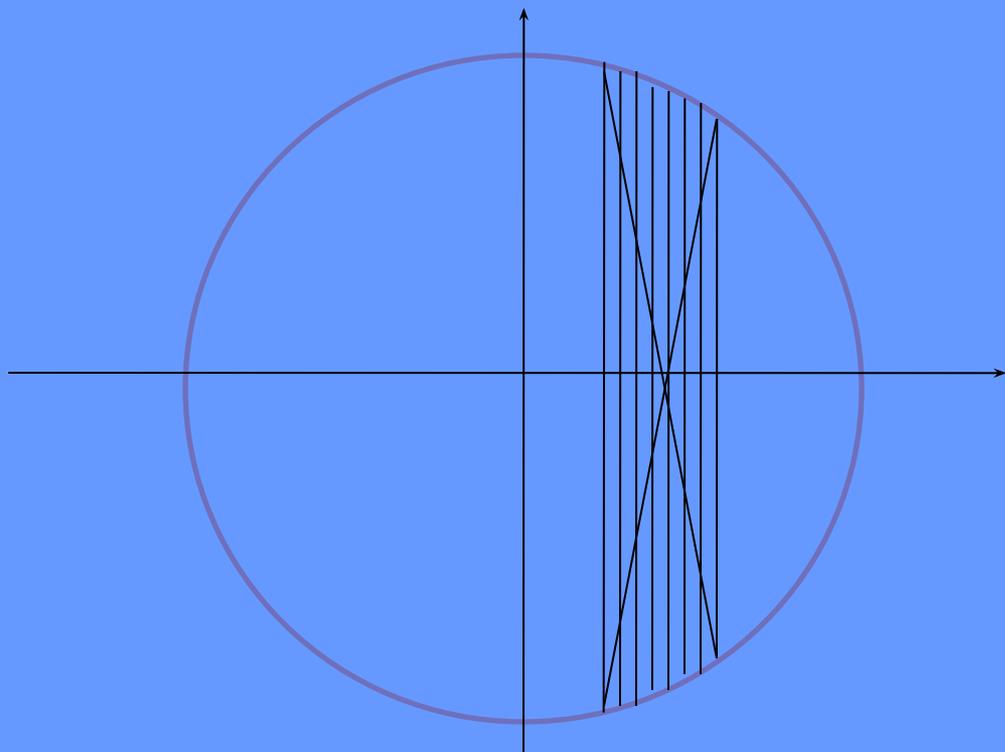
# Объём шарового сегмента

$$V = \pi R^2 \left( R - \frac{h}{3} \right)$$



# Объём шарового слоя

$$V = \pi R^2 H - \frac{1}{3} \pi H (a^2 + ab + b^2)$$



# Объём шарового сектора

$$V = \frac{2}{3} \pi R^2 H$$

