

ГОУ СПО «Мариинский лесотехнический техникум»

**Авторы: Левинский Михаил
Колобовников Михаил, гр. ЭП -
21**



ОБЪЁМЫ И ПЛОЩАДИ
ПОВЕРХНОСТЕЙ
ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

Содержание

■ Призма:

- прямая и наклонная;
- прямоугольный параллелепипед.

■ Пирамида:

- пирамида;
- площадь пирамиды
- усеченная пирамида
- площадь усечённой пирамиды

■ Цилиндр

■ Конус :

- конус;
- усеченный конус.

■ Сфера, шар, части шара:

- шар;
- шаровой сегмент;
- шаровой пояс;
- шаровой сектор

Объёмы геометрических тел:

Объём призмы

Объём пирамиды

Объём усечённой пирамиды

Объём цилиндра

Объём конуса

Объём усечённого конуса

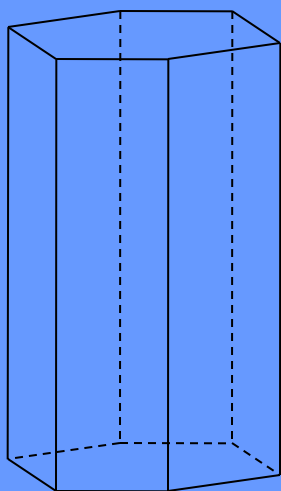
Объём шара

Объём шарового сегмента

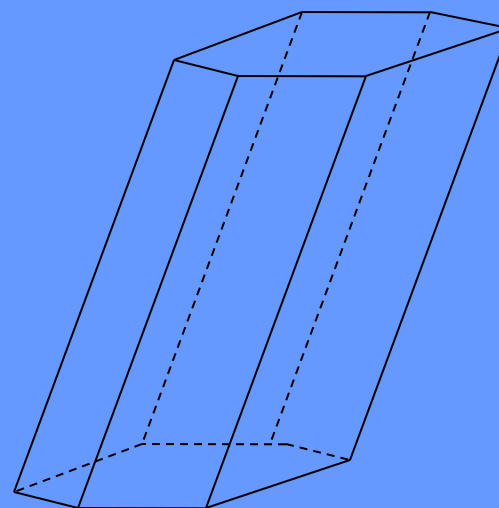
Объём шарового слоя

Объём шарового сектора

Призма



Прямая



Наклонная



Содержание



Свойства правильной призмы

- I Боковые грани равны между собой
- II Двугранные углы при них равны между собой
- III Любая точка оси призмы равноудалена от всех вершин любого из оснований призмы
- IV Любая точка оси равноудалена от всех граней призмы



Площадь поверхности призмы

Площадь боковой поверхности призмы
равна произведению периметру сечения,
перпендикулярного боковым рёбрам призмы
на длину бокового ребра

$$S_{\text{бок}} = P_{\text{сеч}} \cdot l$$

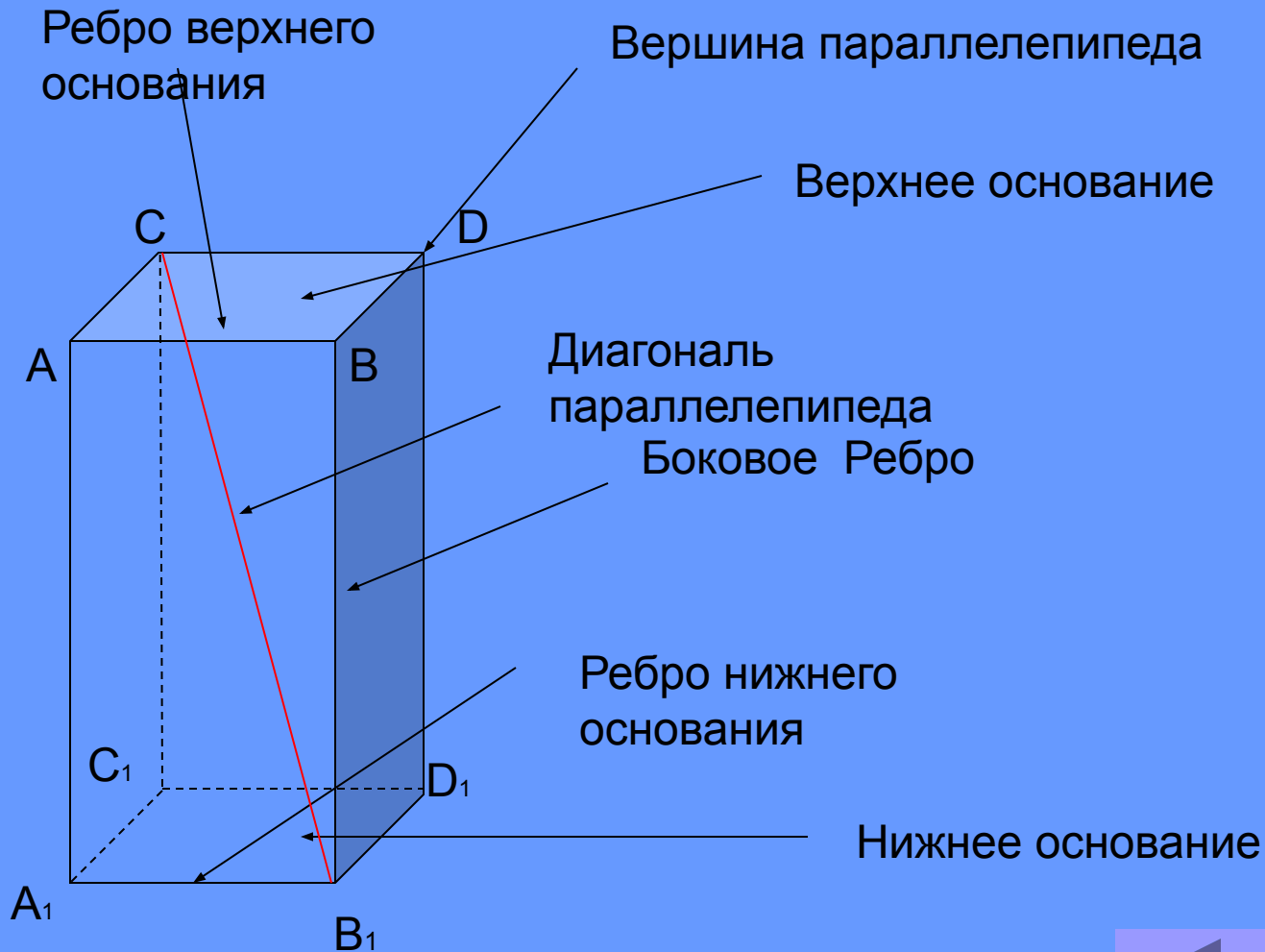


Площадь полной поверхности призмы
равна сумме площадей боковой поверхности и
площадям оснований

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}$$



Параллелепипед

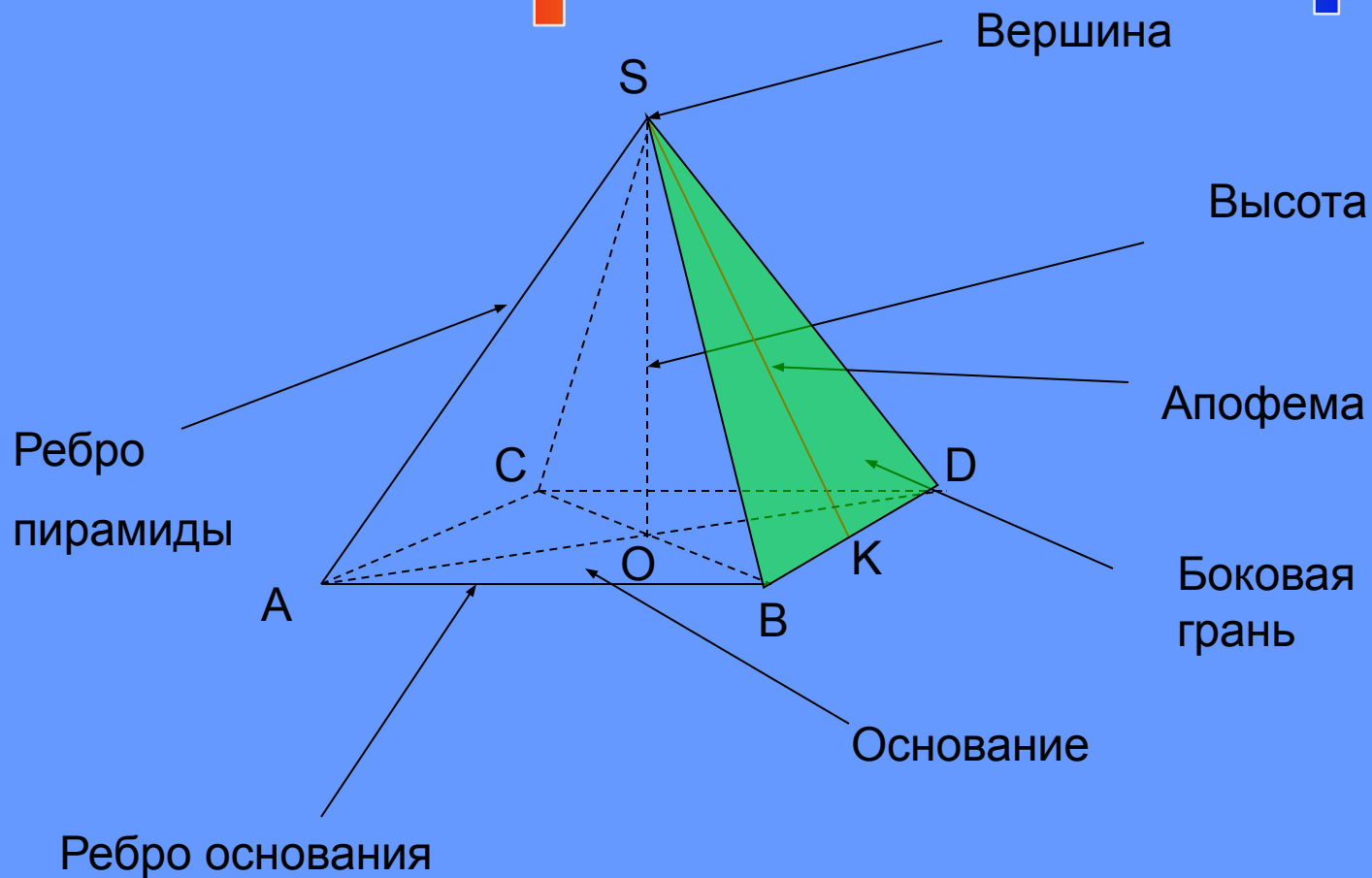


Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда

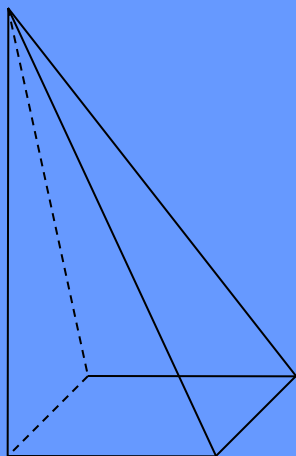
$$S_{\text{бок}} = lP_{\text{осн}}$$



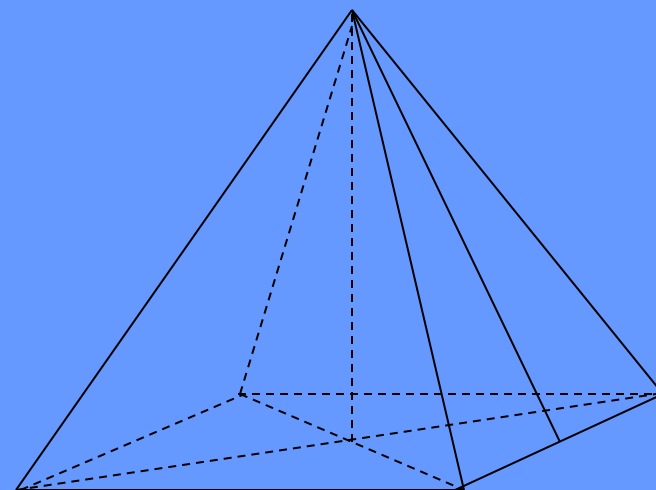
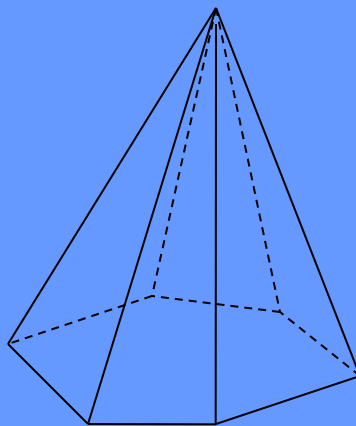
Пирамида



Виды пирамид



Наклонные



Прямая

Основные свойства правильной пирамиды

- I Боковые ребра, грани и апофемы соответственно равны.
- II Двугранные углы при основании равны.
- III Двугранные углы при боковых ребрах равны.
- IV Каждая точка высоты равноудалена от всех вершин основания.
- V Каждая точка высоты равноудалена от всех боковых граней.

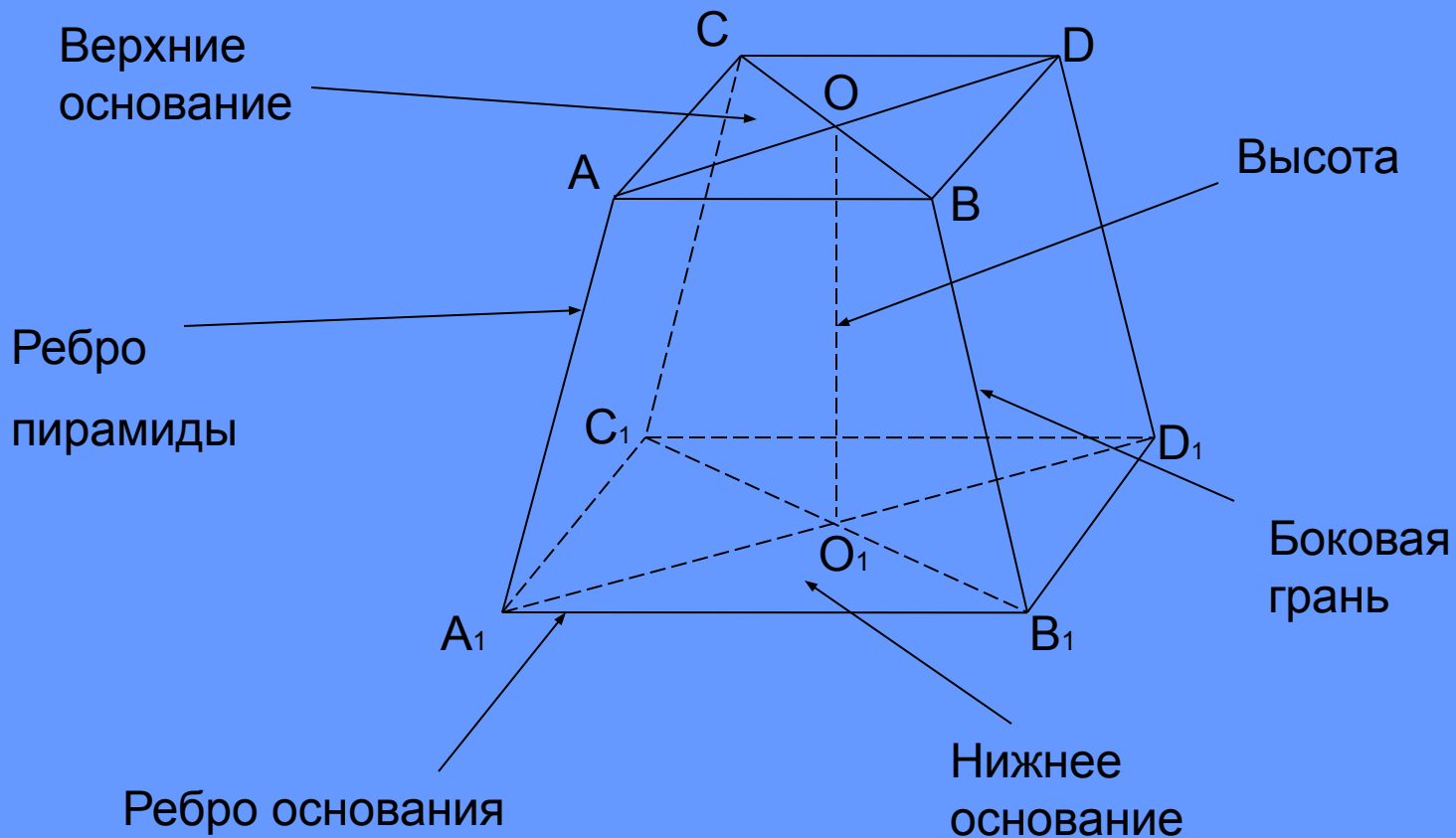
Площадь пирамиды

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} Pa$$

Где a – апофема
 P – периметр основания

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}$$

Усеченная пирамида



Площадь усечённой пирамиды

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2}(P + P_1) \cdot a$$

Где, P – периметр нижнего основания

P_1 – периметр верхнего основания,

A - апофема

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{верхн.осн}} + S_{\text{нижн.осн}}$$

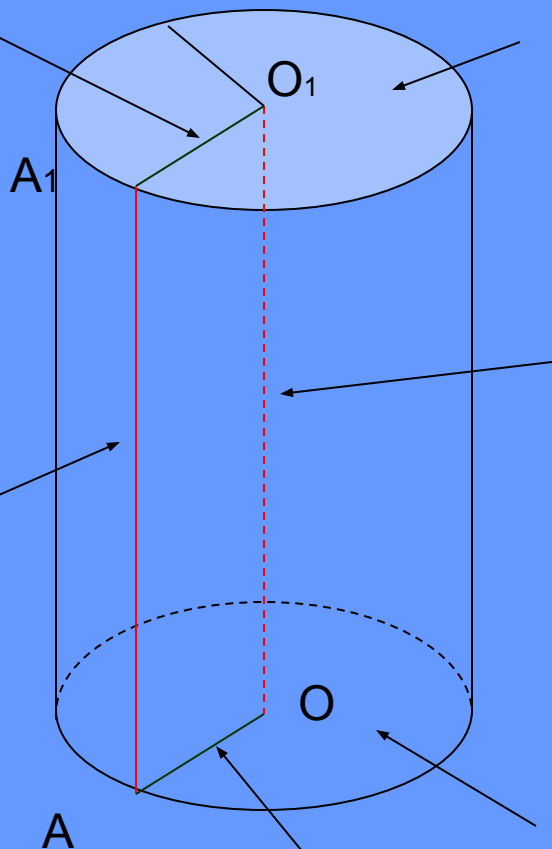
Основные свойства правильной усеченной пирамиды

- I Боковые рёбра, боковые грани и апофемы соответственно равны.
- II Двугранные углы при основании равны.
- III Двугранные углы при боковых рёбрах равны.
- IV Каждая точка оси равноудалена от всех вершин основания.
- V Каждая точка оси равноудалена от плоскостей боковых граней.

Цилиндр

Радиус
верхнего
основания

Верхнее
основание



Высота

Образующая

Нижнее
основание

Радиус
нижнего
основания



Содержание



Площадь поверхности цилиндра

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}$$

$$S = 2\pi R(R + h)$$



- Площадь боковой поверхности цилиндра:

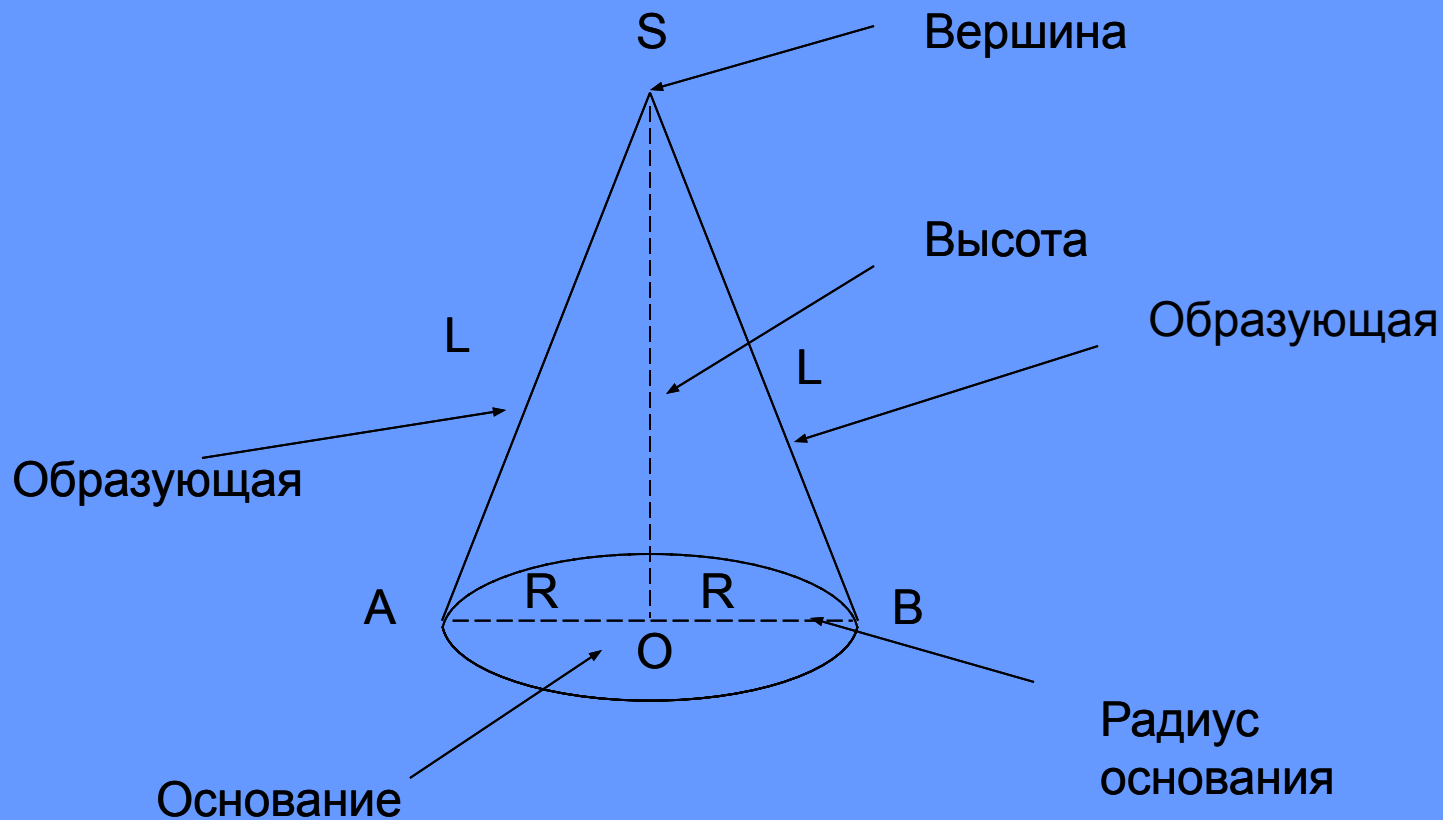
$$S = 2\pi R h$$

- Площадь основания цилиндра:

$$S = \pi R^2$$



Конус



Содержание



Площадь поверхности конуса

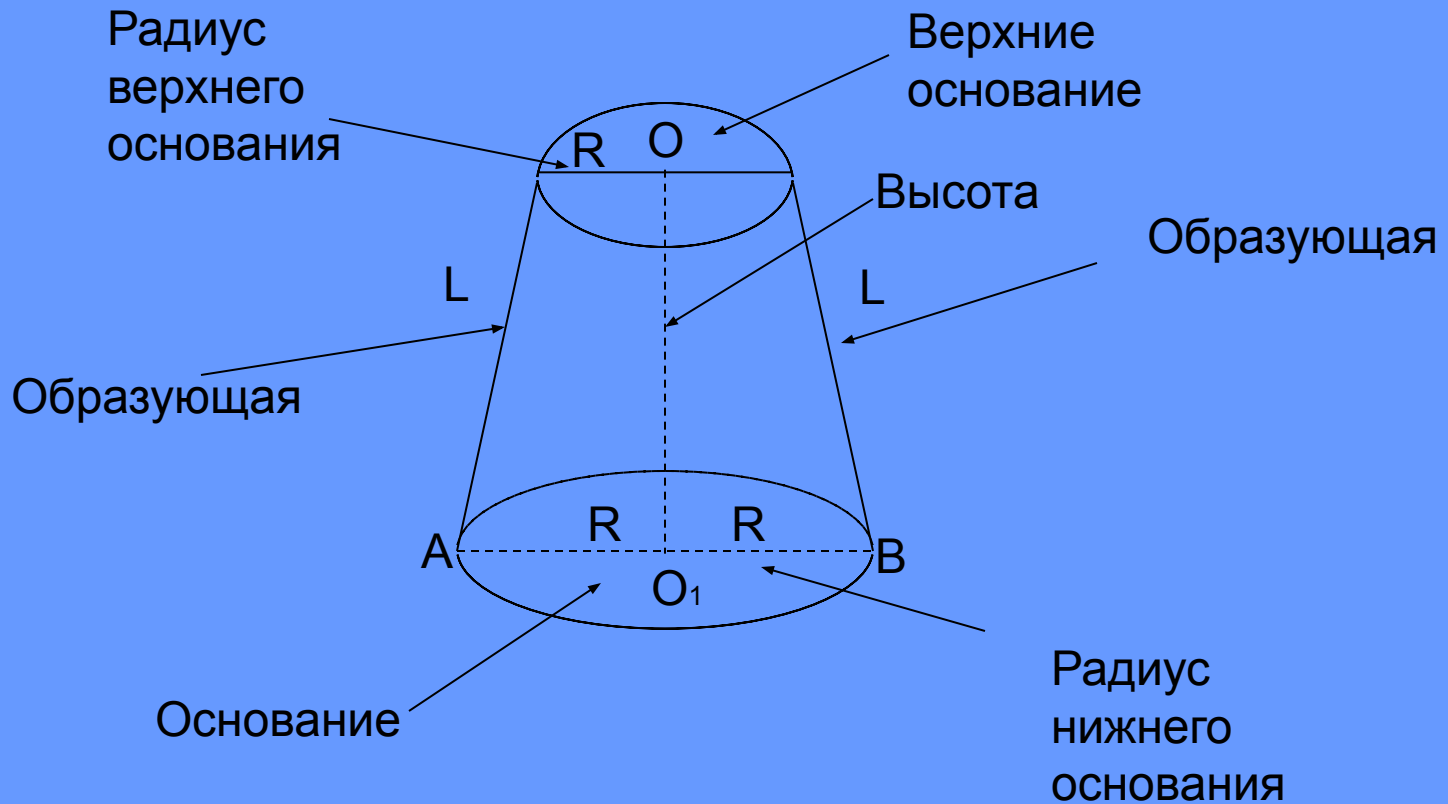
$$S = S_{\text{сект}} = \pi RL$$



Площадь поверхности конуса полная

$$S_{\text{полн}} = \pi R(R + L)$$

Усеченный конус



Площадь поверхности усеченного конуса

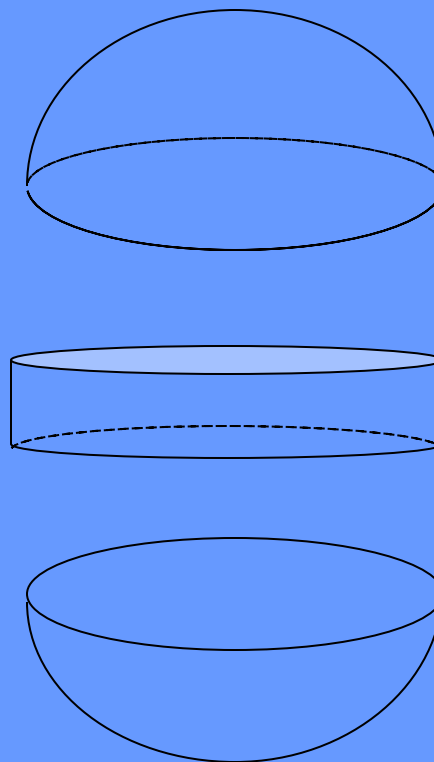
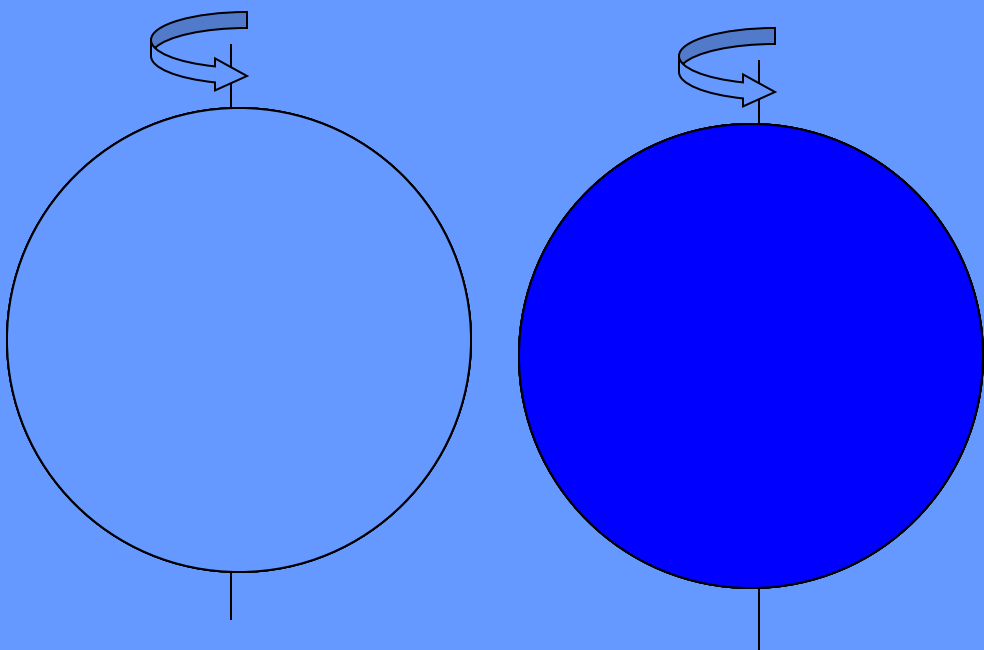
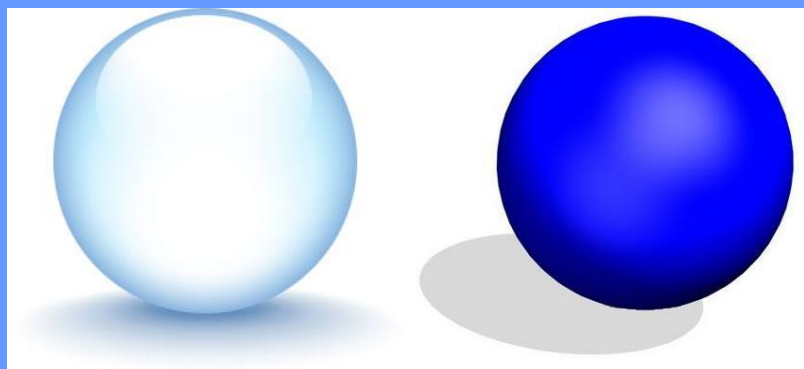
$$S_{\text{полн}} = \pi(R + r)L + \pi R^2 + \pi r^2$$

или

$$S_{\text{полн}} = \pi(LR + Lr + R^2 + r^2)$$



Сфера, шар, части шара



Содержание



Площадь поверхности сферы

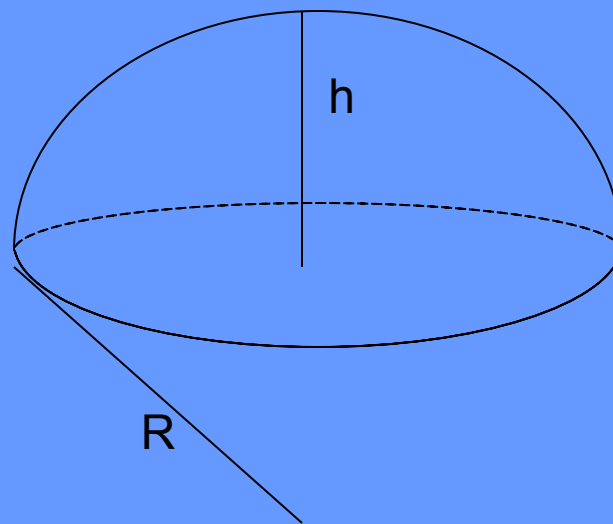
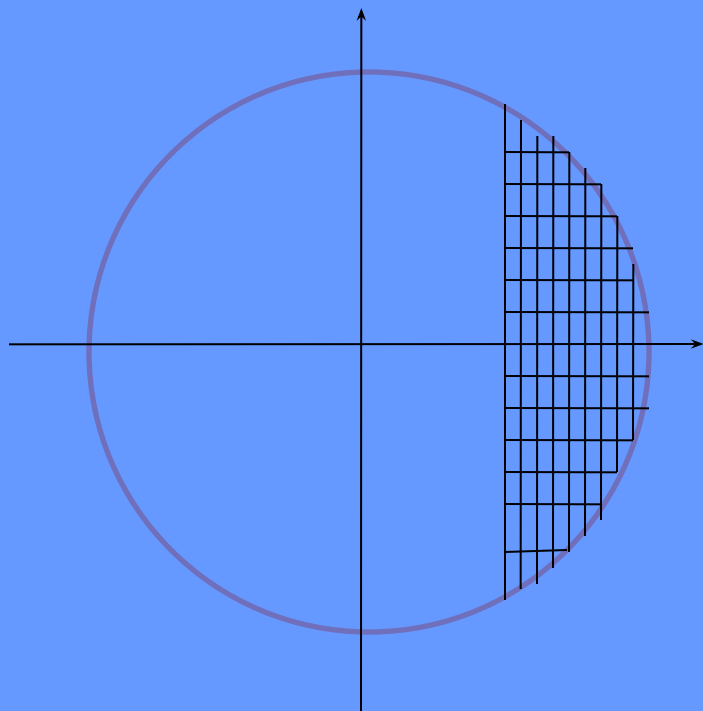
- Площадь поверхности сферы равна учетверённой площади большого круга этой сферы:

$$S = 4\pi R^2$$



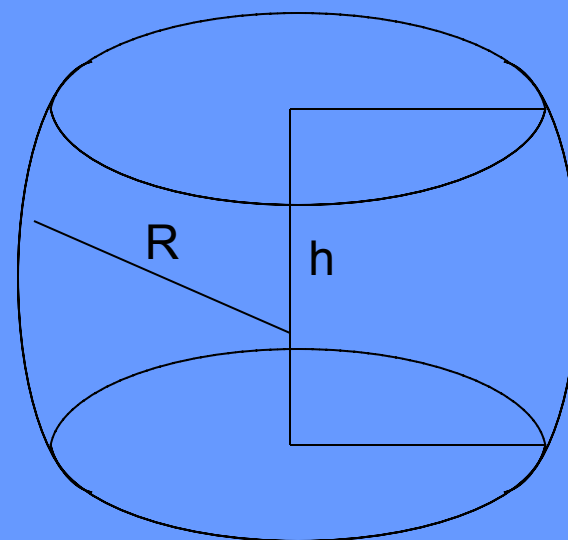
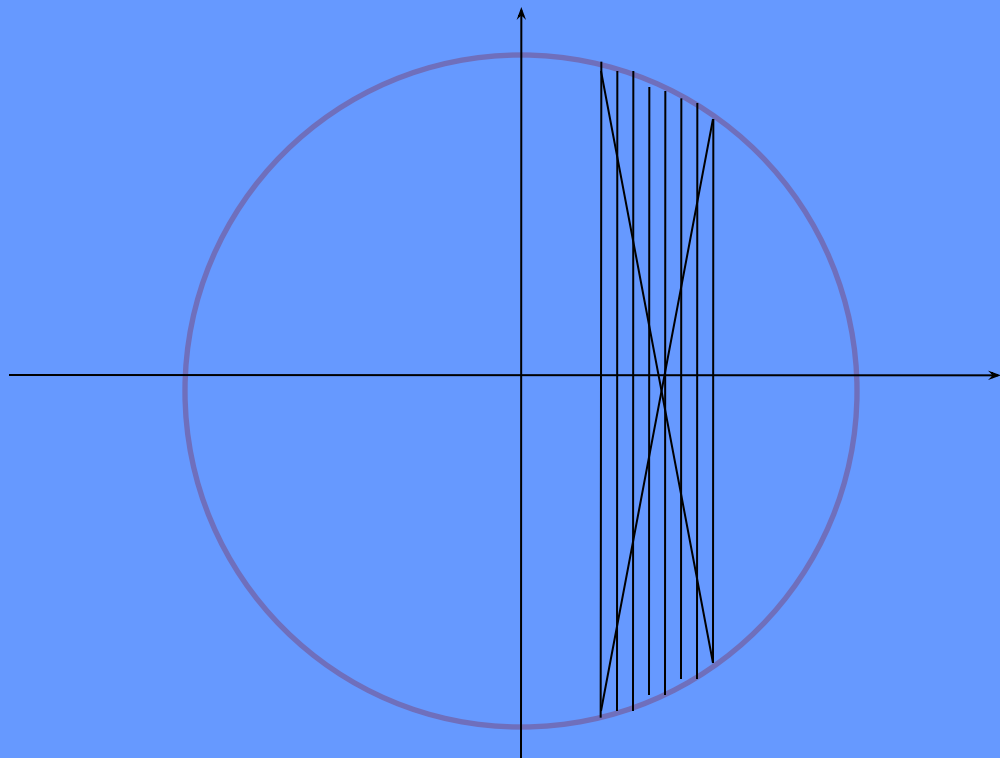
Шаровой сегмент

$$S = 2\pi R h$$

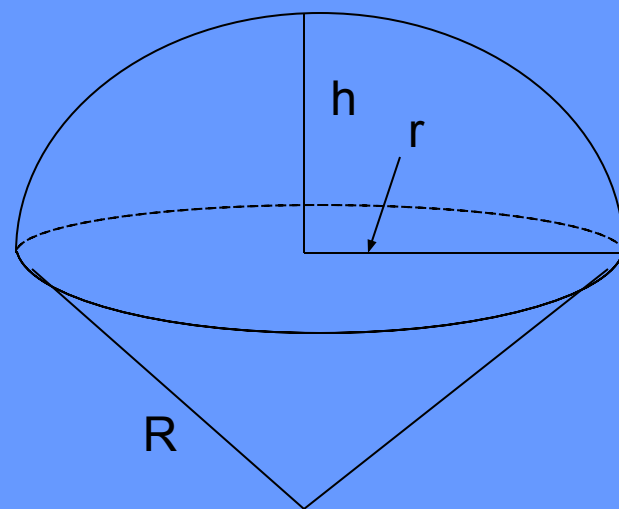
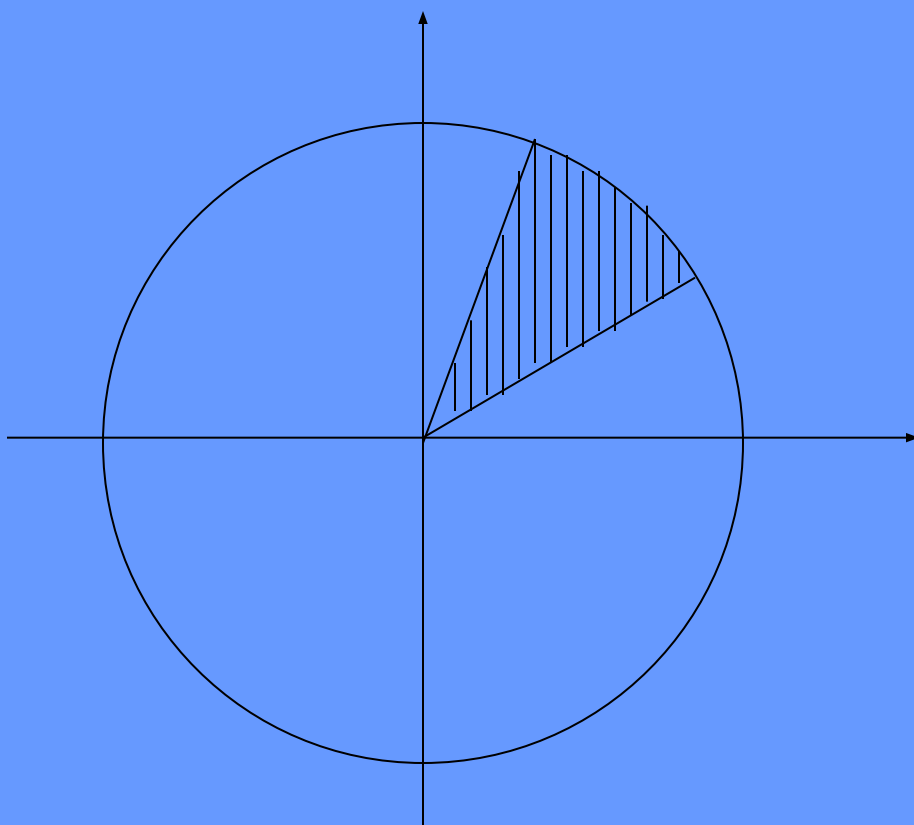


Шаровой пояс

$$S = 2\pi Rh$$



Шаровой сектор



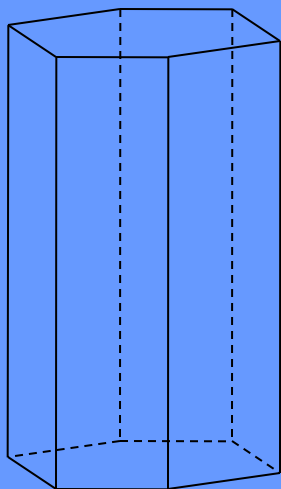
Содержание



Объёмы геометрических фигур

◀ Содержание ▶

Объём призмы



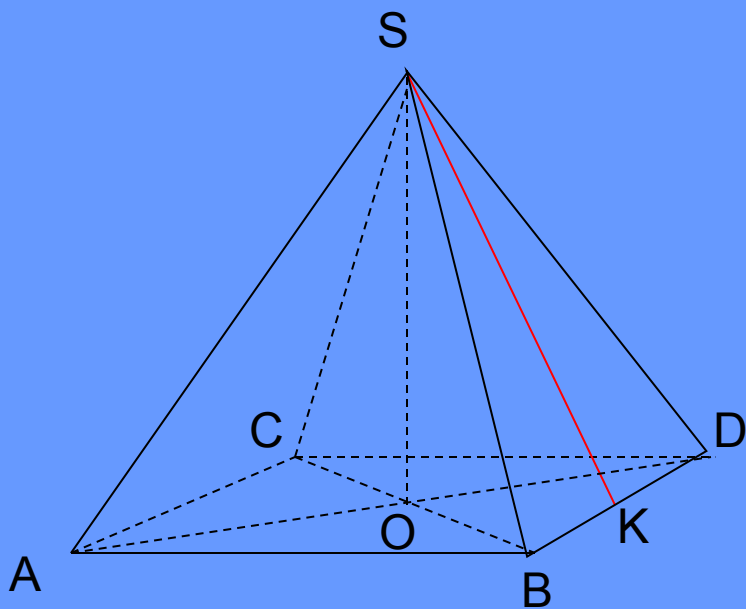
$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$



Содержание

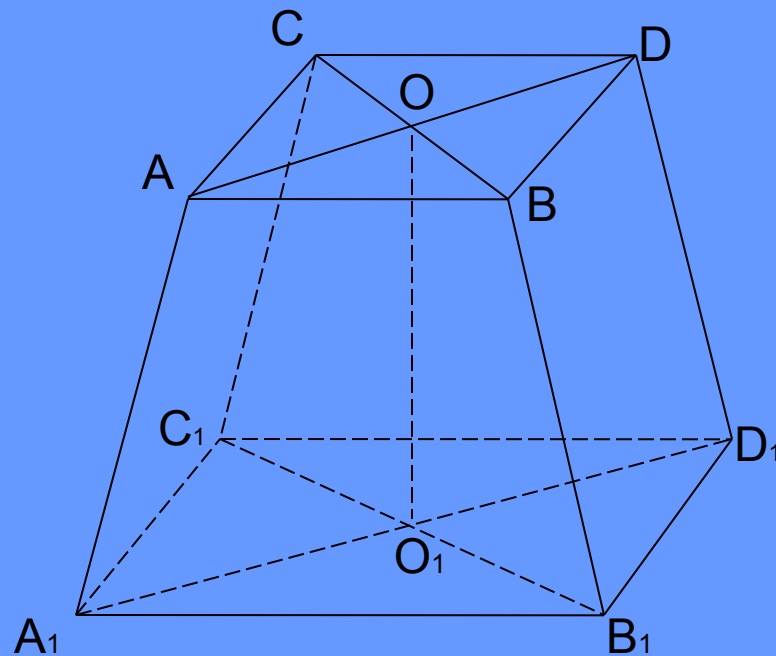


Объём пирамиды



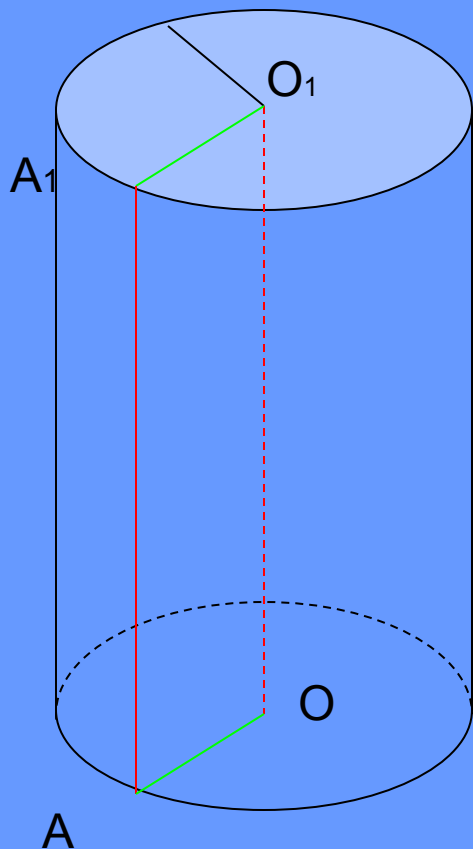
$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$$

Объём усечённой пирамиды



$$V = \frac{2}{3} (S_H + S_B + \sqrt{S_H \cdot S_B})$$

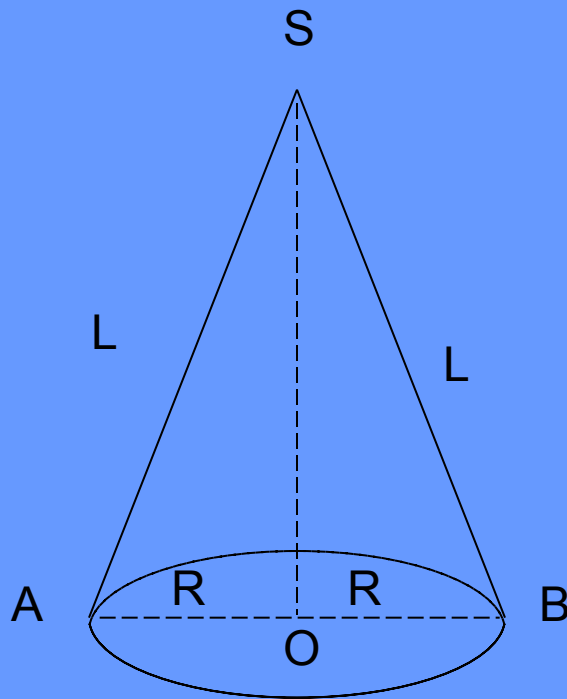
Объём цилиндра



$$V = \pi R^2 H$$



Объём конуса



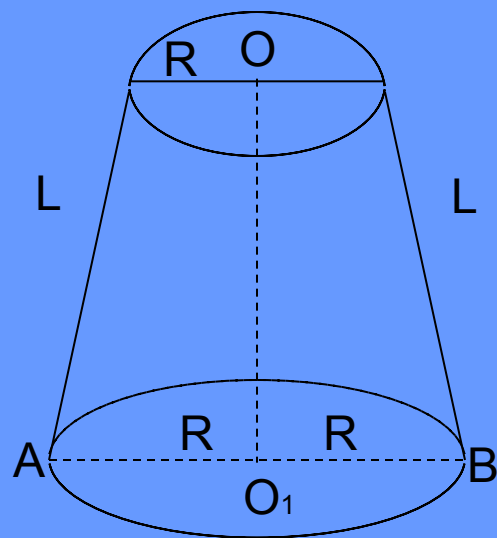
$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$



Содержание

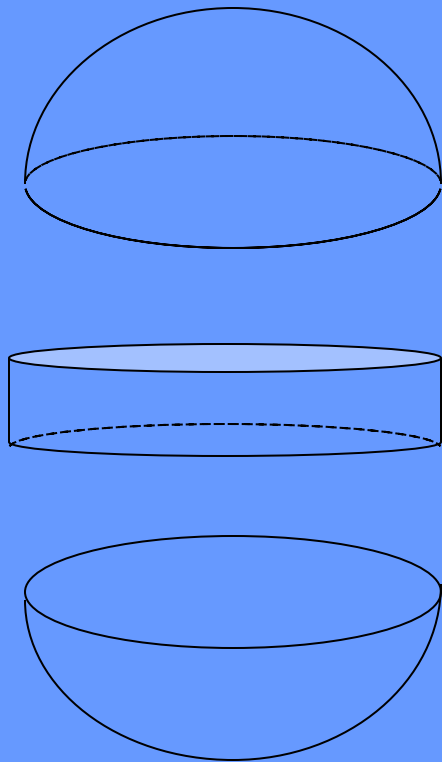


Объём усечённого конуса



$$V = \frac{\pi h}{3} (R^2 + r^2 + Rr)$$

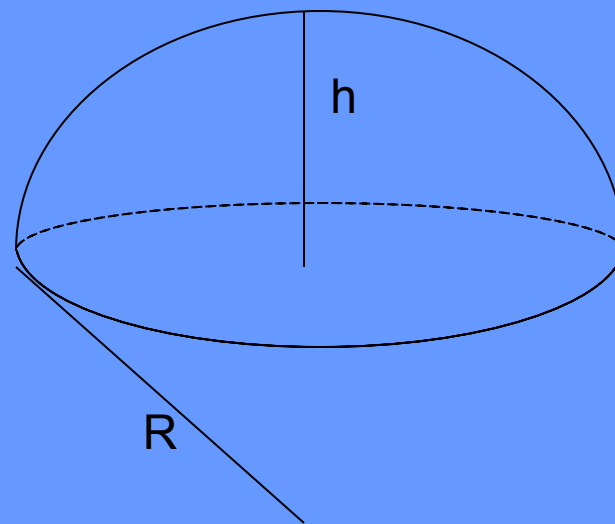
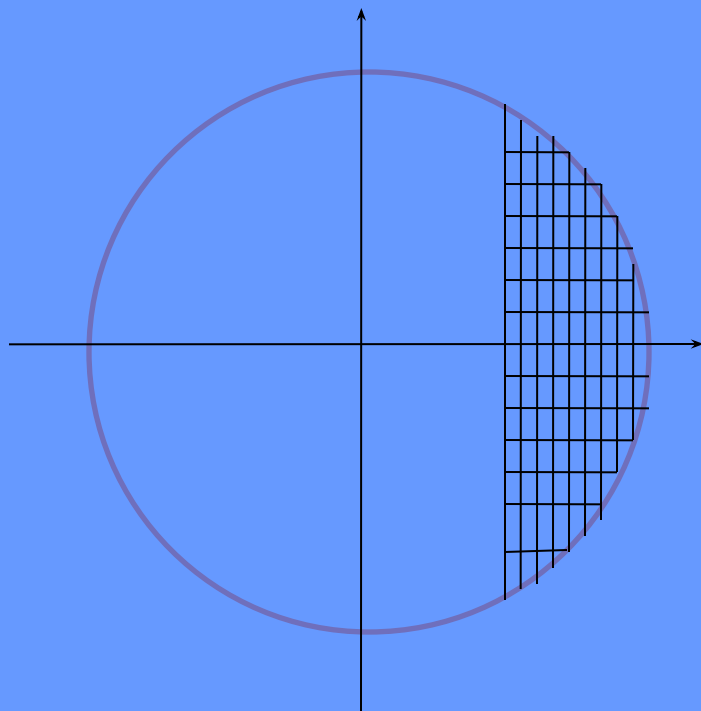
Объём шара



$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

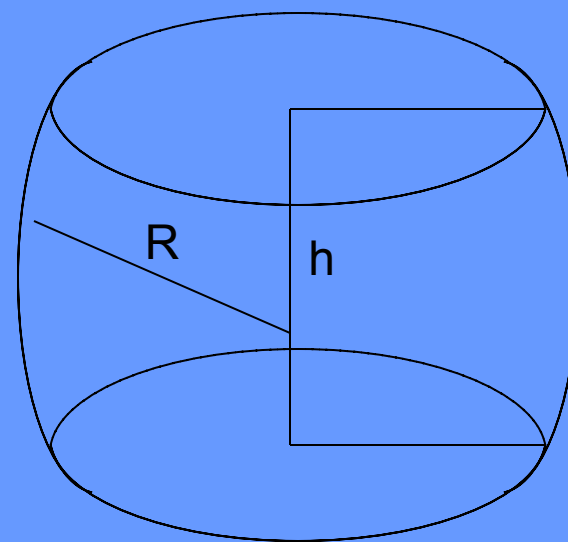
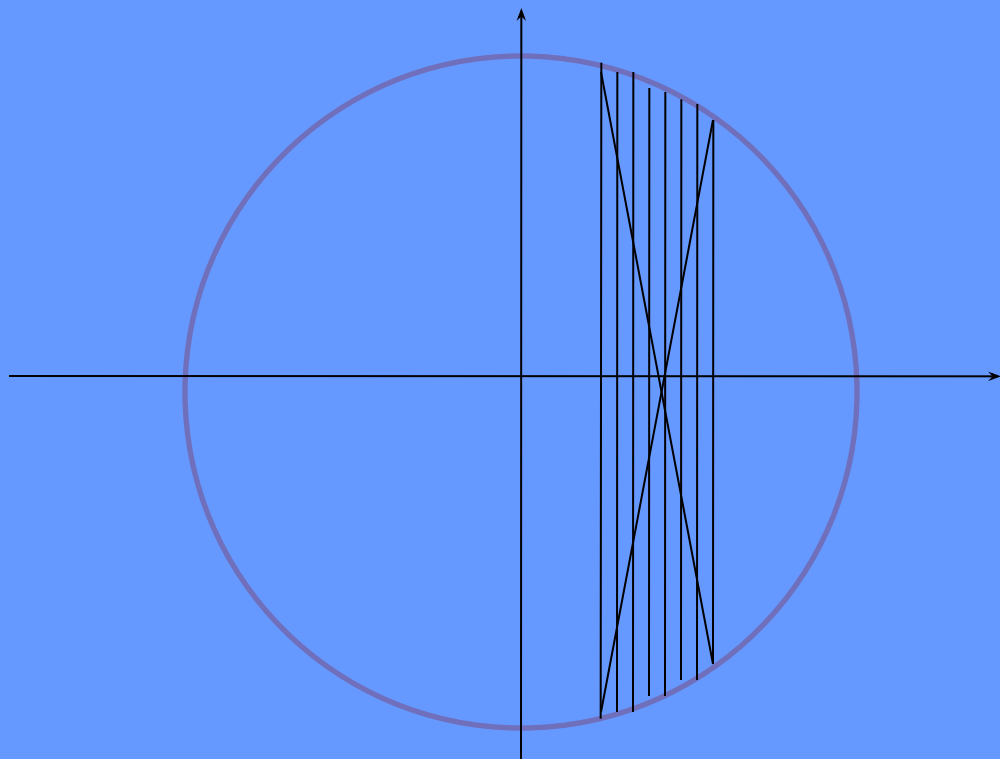
Объём шарового сегмента

$$V = \pi R^2 \left(R - \frac{h}{3} \right)$$



Объём шарового слоя

$$V = \pi R^2 H - \frac{1}{3} \pi H (a^2 + ab + b^2)$$



Объём шарового сектора

$$V = \frac{2}{3} \pi R^2 H$$

