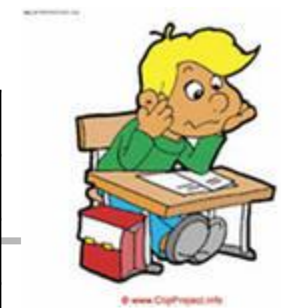
Однородные тригонометрические уравнения

МОУ ВСОШ №1 г.Каменка
Челбаева Вера Александровна

Кроссорд



1. Значение переменной, обращающее уравнение в верное равенство
2. Единица измерения углов
3. Числовой множитель в произведении
4. Раздел математики, изучающий тригонометрические функции
5. Какая математическая модель необходима для введения тригонометрических функций?
6. Какая из тригонометрических функций чётная?
7. Как называется верное равенство?
8. Равенство с переменной
9. Уравнения, имеющие одинаковые корни
10. Множество корней уравнения

Ответы на кроссорд

								[9]р	
		[3]к						а	
		о						в	
		э						н	
		ф						о	
		ф						с	
		и	[4]т				[8]у	и	
		ц	р			[7]т	р	л	[10]р
	[2]р	и	и	[5]о		о	а	ь	е
[1]к	а	е	г	к	[6]к	ж	в	н	ш
о	**д**	**н**	**о**	**р**	**о**	**д**	**н**	**ы**	**е**
р	и	т	н	у	с	е	е	е	н
е	а		о	ж	и	с	н		и
н	н		м	н	н	т	и		е
ь			е	о	у	в	е		
			т	с	с	о			
			р	т					
			и	ь					
			я						

Однородные тригонометрические уравнения

- Определение 1. Уравнение вида
  $a \sin x + b \cos x = 0$ называют однородным тригонометрическим уравнением первой степени.
- Определение 2. Уравнение вида
  $$a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$$
  называют однородным тригонометрическим уравнением второй степени.

Алгоритм решения однородных уравнений первой степени

- ***Деление обеих частей уравнения на cosx, cosx ≠ 0***
- **Пример 1** Решить уравнение $2\sin x - 3\cos x = 0$.

Решение. Разделив обе части уравнения почленно на $\cos x$, получим:

$$2\,\mathrm{tg}\, x - 3 = 0; \quad \mathrm{tg}\, x = \frac{3}{2}; \quad x = \mathrm{arctg}\, \frac{3}{2} + \pi n.$$

Ответ: $x = \mathrm{arctg}\, \frac{3}{2} + \pi n$.

Решить самостоятельно:

Вариант 1

Решите уравнение $\sqrt{3}\sin 4x + \cos 4x = 0$ и найдите его корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Вариант 2

Решите уравнение $\sqrt{3}\sin 6x - 3\cos 6x = 0$ и найдите его корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.

Алгоритм решения однородного тригонометрического уравнения второй степени

Алгоритм решения уравнения

$$a\sin^2 x + b\sin x\cos x + c\cos^2 x = 0$$

1. Посмотреть, есть ли в уравнении член $a\sin^2 x$.
2. Если член $a\sin^2 x$ в уравнении содержится (т. е. $a \neq 0$), то уравнение решается делением обеих его частей на $\cos^2 x$ и последующим введением новой переменной $z = \operatorname{tg} x$.
3. Если член $a\sin^2 x$ в уравнении не содержится (т. е. $a = 0$), то уравнение решается методом разложения на множители: за скобки выносят $\cos x$.

Однородные тригонометрические уравнения второй степени

- **Пример 2.** Решить уравнение $\sin^2 x - 3\sin x\cos x + 2\cos^2 x = 0.$

Решение. Разделив обе части уравнения почленно на $\cos^2 x$, получим:

$$\operatorname{tg}^2 x - 3\operatorname{tg} x + 2 = 0.$$

Введя новую переменную $z = \operatorname{tg} x$, получим:

$$z^2 - 3z + 2 = 0;$$

$$z_1 = 1,\ z_2 = 2.$$

Значит, либо $\operatorname{tg} x = 1$, либо $\operatorname{tg} x = 2$. Из уравнения $\operatorname{tg} x = 1$ находим:

$$x = \operatorname{arctg} 1 + \pi n,\quad \text{т. е.}\quad x = \frac{\pi}{4} + \pi n.$$

Из уравнения $\operatorname{tg} x = 2$ находим: $x = \operatorname{arctg} 2 + \pi n.$

Ответ: $x = \frac{\pi}{4} + \pi n,\ x = \operatorname{arctg} 2 + \pi n.$

Однородные тригонометрические уравнения второй степени

- **Пример 3.** Решить уравнение $\sqrt{3}\,\sin x\cos x+\cos^2 x=0.$

Решение. Здесь отсутствует член вида $a\sin^2 x$, значит, делить обе части уравнения на $\cos^2 x$ нельзя. Решим уравнение методом разложения на множители:

$$\cos x\left(\sqrt{3}\sin x+\cos x\right)=0;$$

$$\cos x=0 \quad \text{или} \quad \sqrt{3}\sin x+\cos x=0.$$

Из первого уравнения находим: $x=\frac{\pi}{2}+\pi n.$

Второе уравнение — однородное тригонометрическое уравнение первой степени. Решим его с помощью почленного деления обеих частей уравнения на $\cos x$:

$$\sqrt{3}\sin x+\cos x=0; \qquad \sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,x+1=0;$$

$$\mathrm{tg}\,x=-\frac{1}{\sqrt{3}}; \quad x=\mathrm{arctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+\pi n; \quad x=-\frac{\pi}{6}+\pi n.$$

Ответ: $x=\frac{\pi}{2}+\pi n,\ x=-\frac{\pi}{6}+\pi n;\ n\in Z.$

Решить самостоятельно:

Вариант 1

- **1.** $\sin^2 x + \sin x \cos x = 0$
- 2. $\sin^2 x + 2\sin x \cos x - 3\cos^2 x = 0;$

Вариант 2

- 1. $\sin^2 x = 3\sin x \cos x$
- 2. $\sin^2 x - 4\sin x \cos x + 3\cos^2 x = 0;$