

# Операция факториалов и история появления его в положительных рядах

Выполнил: Павлов В. А.

Проверила: Хлынова Т. В.

# Факториал

- Произведение первых натуральных чисел называется *n-факториал* и обозначается  $n!$ ; По определению:  $1! = 1$ ;  $0! = 1$
- Чтобы найти факториал числа, необходимо вычислить произведение всех чисел, в промежутке от 1 до заданного числа. Общая формула выглядит таким образом:  $n! = 1 * 2 * \dots * n$ , где  $n$  – любое целое неотрицательное число. Факториал принято обозначать восклицательным знаком.

# Основные свойства факториалов

- •  $0! = 1$ ;
- •  $n! = n \cdot (n-1)!$  ;
- •  $n!^2 \geq n^n \geq n! \geq n$ .
- Второе свойство факториала называется рекурсией, а сам факториал – элементарной рекурсивной функцией. Рекурсивные функции часто применяются в теории алгоритмов и в написании компьютерных программ, поскольку многие алгоритмы и функции программирования имеют рекурсивную структуру.

# Формула Стирлинга - Муавра

- Определить факториал большого числа можно по формуле Стирлинга, которая дает, однако, приближенное равенство, но с маленькой погрешностью. Полная формула выглядит следующим образом:  $n! = (n/e)^n \sqrt{(2\pi n)} \left(1 + \frac{1}{12n} + \frac{1}{288n^2} + \dots\right)$   
 $\ln(n!) = (n + 1/2) \ln n - n + \ln \sqrt{(2\pi)}$ ,
- где  $e$  – основание натурального логарифма, число Эйлера, численное значение которого принято приблизительно равным 2,71828...;  $\pi$  – математическая константа, значение которой принято равным 3,14.
- Широко распространено использование формулы Стирлинга в виде:  $n! \approx \sqrt{(2\pi n)} (n/e)^n$ .

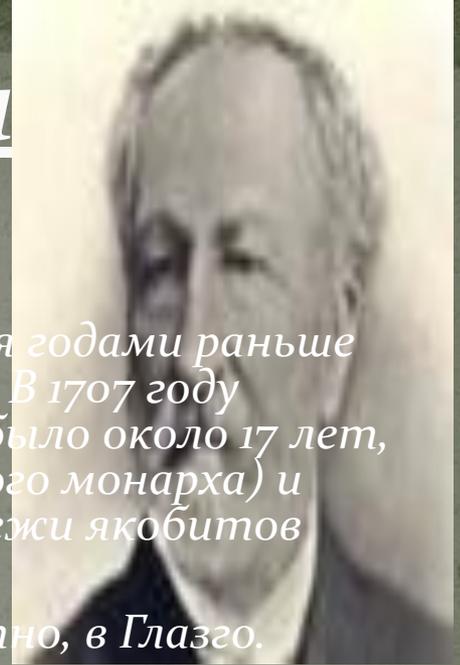
# Джеймс Стирлинг

Джеймс Стирлинг (англ. James Stirling, май 1692—5 декабря 1770) — шотландский математик.

Джеймс Стирлинг родился в беспокойное время. Четырьмя годами раньше был свергнут король Яков II, он же Яков VII Шотландский. В 1707 году Шотландия была присоединена к Англии. Когда Джеймсу было около 17 лет, его отец был арестован как якобит (сторонник свергнутого монарха) и обвинён в государственной измене. Суд его оправдал. Мятежи якобитов продолжались ещё долгое время.

Образование Стирлинг получил в Оксфорде, затем, вероятно, в Глазго. Получить диплом ему мешало то, что при этом надо было непременно принести присягу английской королеве; Стирлинг категорически отказался делать это. Теперь уже угроза ареста нависла над ним самим. Стирлинг уезжает в Италию, где живёт до 1722 года.

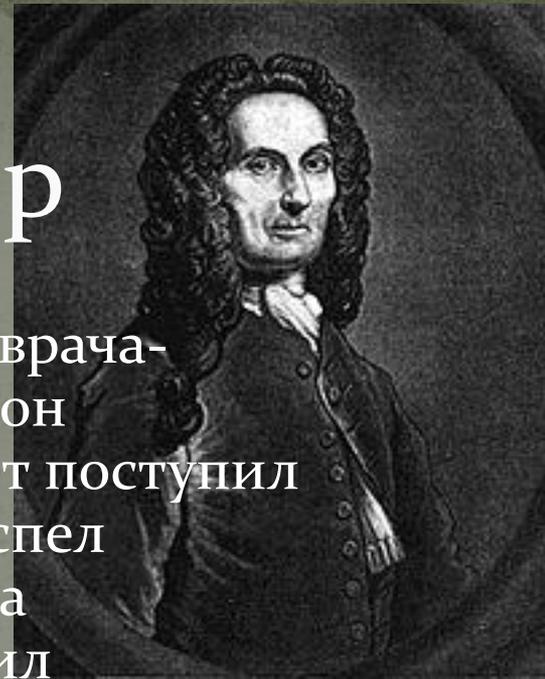
В Италии начинается научная деятельность Стирлинга. Он публикует работу «Ньютоновские кривые третьего порядка», где изучает алгебраические кривые 3-й степени, уже исследованные Ньютоном. Стирлинг обнаружил 4 новых типа этих кривых, не замеченных великим аналитиком. В этой же работе доказан ряд теорем, высказанных Ньютоном без доказательства, изучаются кривая скорейшего спуска и цепная линия, решается лейбницевская задача об ортогональных траекториях. Стирлинг выяснил, что алгебраическая кривая  $n$ -го порядка определяется своими  $n(n+3)/2$  точками.



# Научная деятельность

- 1724: Стирлинг приезжает в Лондон, работает преподавателем. Ведёт активные математические исследования.
- 1726: по рекомендации Ньютона, данной им незадолго до смерти, Стирлинг избран членом Королевского общества.
- 1730: опубликован главный труд Стирлинга, «Дифференциальные методы» (Methodus Differentialis).
- Это один из первых содержательных учебников по математическому анализу, излагающий помимо основ анализа немало личных открытий Стирлинга. Среди тем книги: бесконечные ряды, их суммирование и ускорение сходимости, теория интегрирования (кватратуры), интерполирование, свойства гамма-функции, асимптотические представления. Одно из таких представлений, несколько преобразованное де Муавром, известно сейчас как формула Стирлинга.
- Некоторые детали исследований Стирлинга можно почерпнуть из его переписки с де Муавром, Эйлером и Крамером.
- 1733: ещё один важный труд Стирлинга: «Двенадцать предложений о фигуре Земли».
- 1735: Стирлинг возвращается в Шотландию, куда приглашён управлять горной компанией. Административная работа хорошо ему даётся и хорошо оплачивается, но свободного времени практически нет. Единственная опубликованная его работа за этот период касается проблем шахтной вентиляции. На этой должности он оставался до конца жизни.

# Абрахам де Муавр



- Родился во Франции, в недворянской семье врача-гугенота; частицу *de* перед своей фамилией он добавил по собственной инициативе. В 11 лет поступил в Протестантскую академию в Седане, где успел проучиться 4 года, после чего академия была запрещена властями (1682). Муавр продолжил образование в Сомюре (2 года). Вероятно, в это время он познакомился с теорией вероятностей по трудам Гюйгенса.
- Далее около года Муавр слушал лекции по физике и математике в Париже (в том числе у Озанама), но в 1685 году Людовик XIV официально отменил Нантский эдикт, возобновились притеснения протестантов, а сам Муавр попал в тюрьму. Подробности его заключения неизвестны, но так или иначе, он вынужден был покинуть родину.

# Научная деятельность

- Открыл (1707) формулу Муавра для возведения в степень (и извлечения корней) комплексных чисел, заданных в тригонометрической форме.
- Он первый стал использовать возведение в степень бесконечных рядов. Муавр также установил связь между рекуррентными последовательностями и разностными уравнениями. Внёс вклад в теорию решения однородных линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.
- Ему и Дж. Стирлингу принадлежит асимптотическое представление факториала, носящее название формулы Стирлинга.
- Помимо анализа, Муавр внёс большой вклад в теорию вероятностей. Доказал частный случаи теоремы Лапласа. Провёл вероятностное исследование азартных игр и ряда статистических данных по народонаселению. Кроме нормального, он использовал равномерное распределение. Большинство результатов де Муавра были вскоре перекрыты трудами Лапласа; степень возможного влияния де Муавра на Лапласа неясна.

Спасибо за внимание