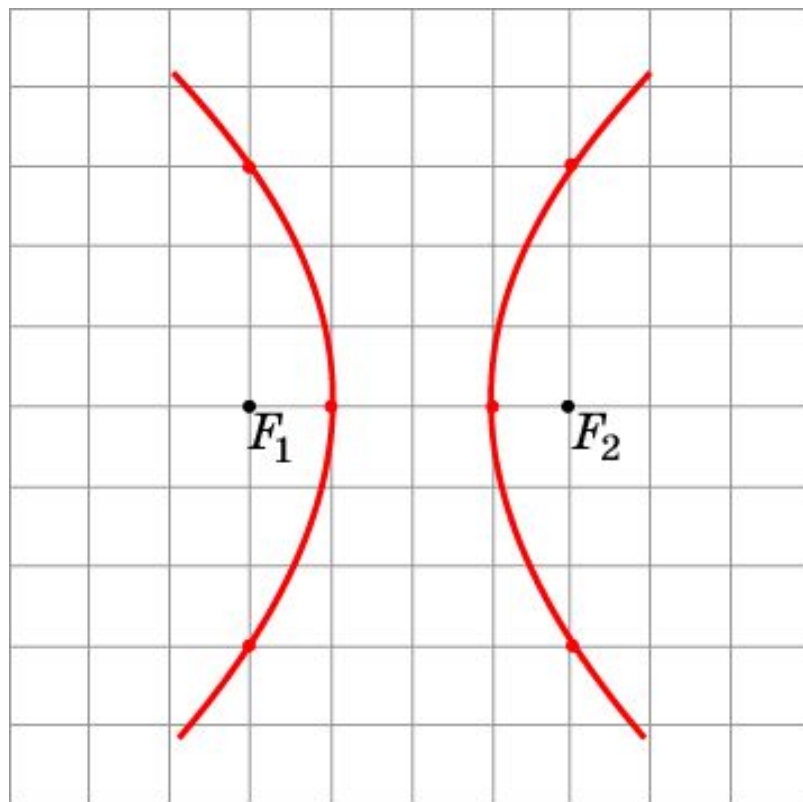


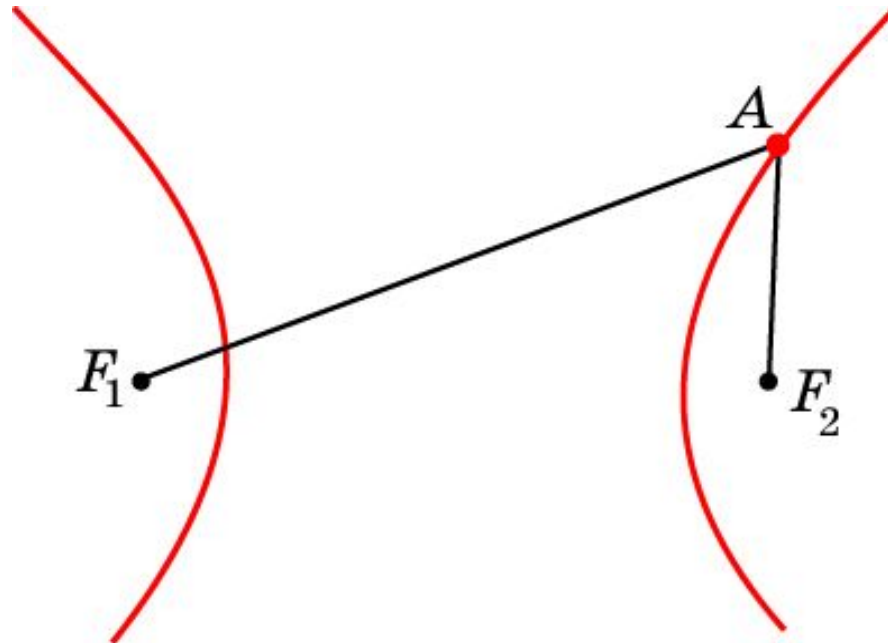
# Упражнение 1

На клетчатой бумаге постройте несколько точек, расположенных в узлах сетки, модуль разности расстояний от которых до точек  $F_1$  и  $F_2$  равен 2 (стороны клеток равны 1). Соедините их плавной кривой.



# Определение гиперболы

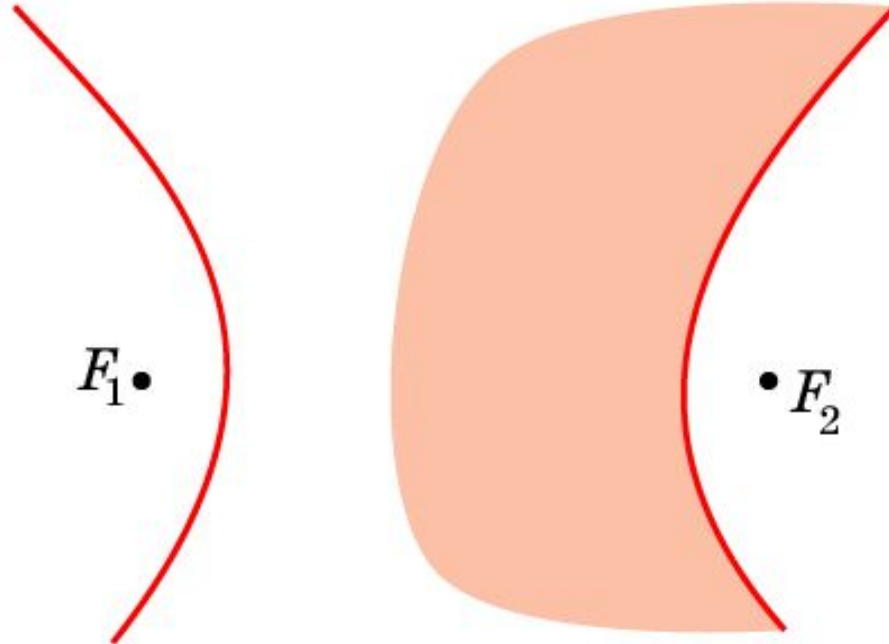
Геометрическое место точек плоскости, разность расстояний от которых до двух заданных точек  $F_1$ ,  $F_2$  есть величина постоянная, называется **гиперболой**. Точки  $F_1$ ,  $F_2$  называются **фокусами** гиперболы.



Таким образом, для точек  $A$  гиперболы с фокусами  $F_1$ ,  $F_2$  выполняется одно из равенств:  $AF_1 - AF_2 = c$ ,  $AF_2 - AF_1 = c$ , где  $c$  - некоторый заданный отрезок.

## Упражнение 2

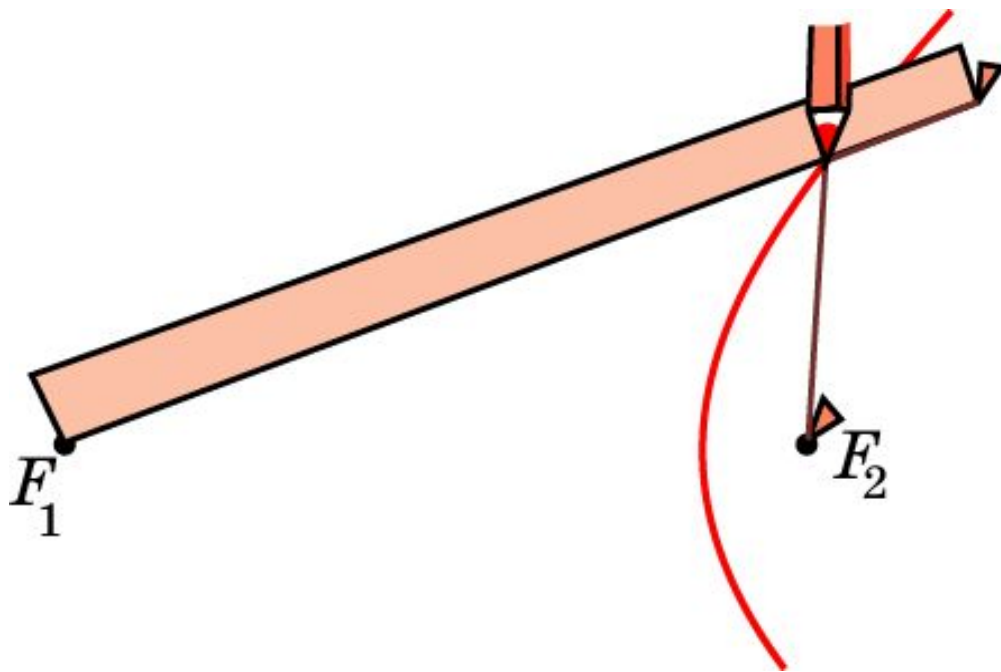
Найдите геометрическое место точек  $A$ , для которых разность  $AF_1 - AF_2$  расстояний до двух заданных точек  $F_1, F_2$ : а) больше заданной величины  $c$ ; б) меньше заданной величины  $c$ .



**Ответ:** а) Точки  $A'$ , расположенные внутри ветви гиперболы;  
б) точки  $A''$ , расположенные вне ветви гиперболы.

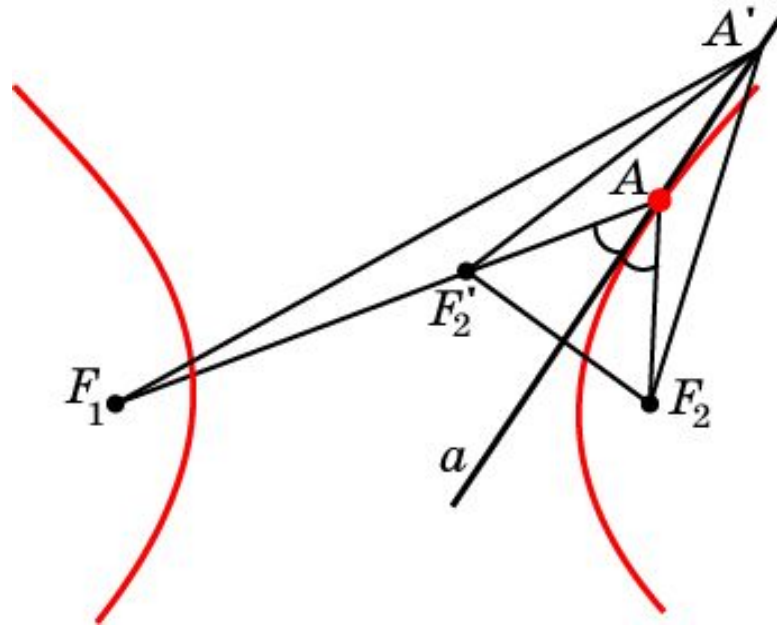
# Рисуем гиперболу

По данному рисунку укажите способ построения гиперболы с помощью линейки, кнопок, нитки и карандаша.



# Касательная к гиперболе

Прямая, проходящая через точку  $A$  гиперболы, остальные точки  $A'$  которой лежат во внешней области, т. е. удовлетворяют неравенству  $A'F_1 - A'F_2 < c$ , называется **касательной** к гиперболе. Точка  $A$  называется **точкой касания**.

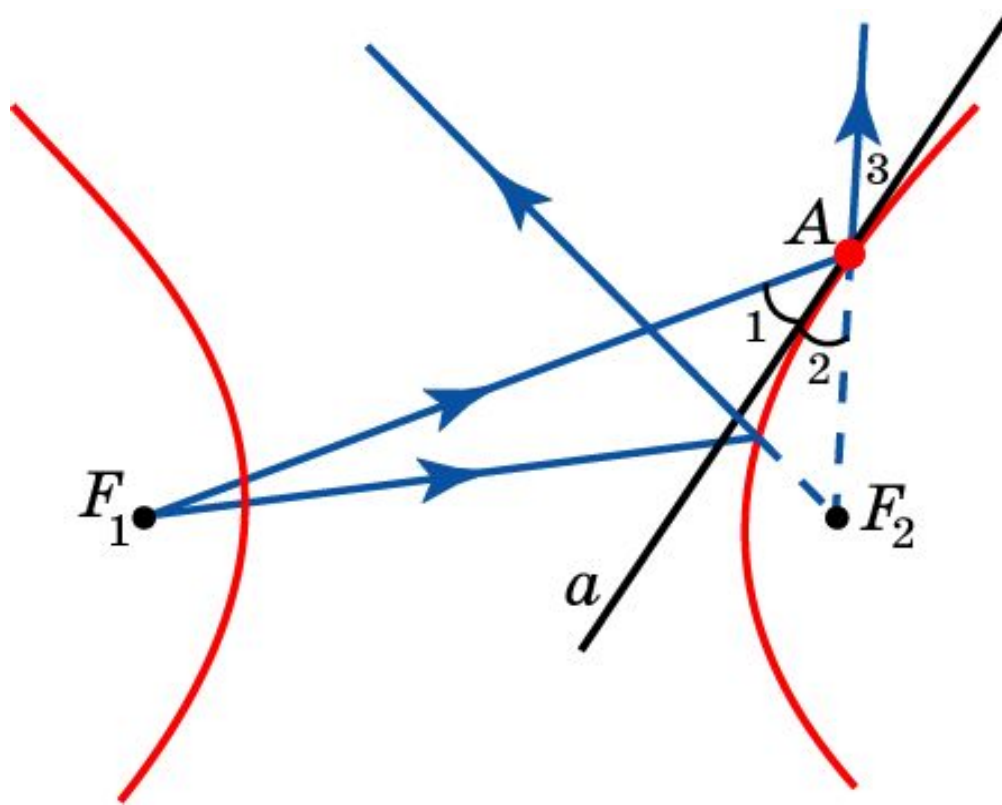


**Теорема.** Пусть  $A$  - точка гиперболы с фокусами  $F_1, F_2$ . Тогда касательной к гиперболе, проходящей через точку  $A$ , является прямая, содержащая биссектрису угла  $F_1AF_2$ .

Проведите доказательство теоремы, используя рисунок.

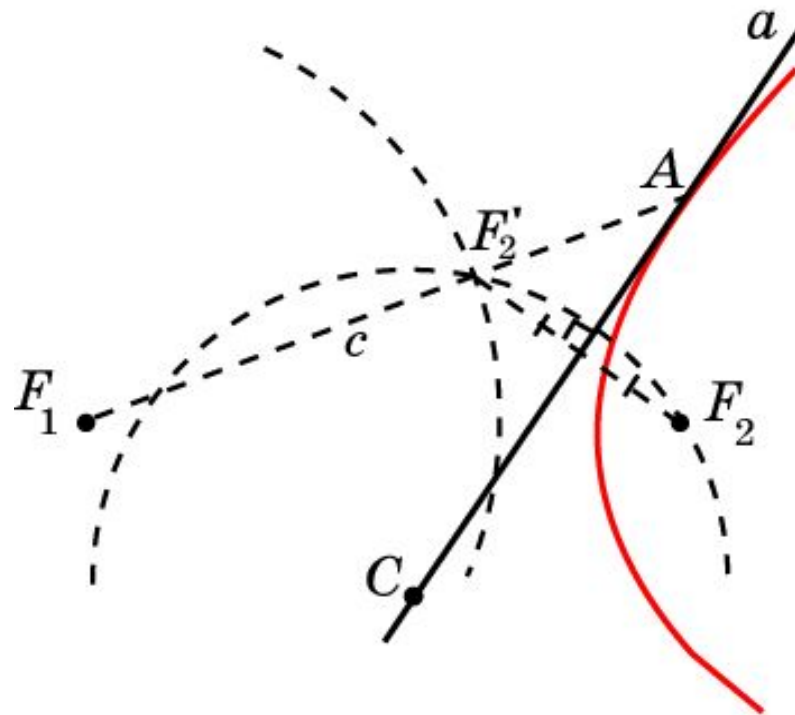
# Фокальное свойство гиперболы

Если источник света поместить в один из фокусов гиперболы, то лучи, отразившись от нее, пойдут так, как будто бы они исходят из другого фокуса.



# Построение касательной

По данному рисунку укажите способ построения касательной, проходящей через точку  $C$ , к гиперболе, заданной фокусами  $F_1, F_2$  и константой  $c$ , с помощью циркуля и линейки.



## Упражнение 3

Сколько касательных можно провести к одной ветви гиперболы из точки: а) принадлежащей ветви гиперболы; б) лежащей вне ветви гиперболы; в) лежащей внутри ветви гиперболы?

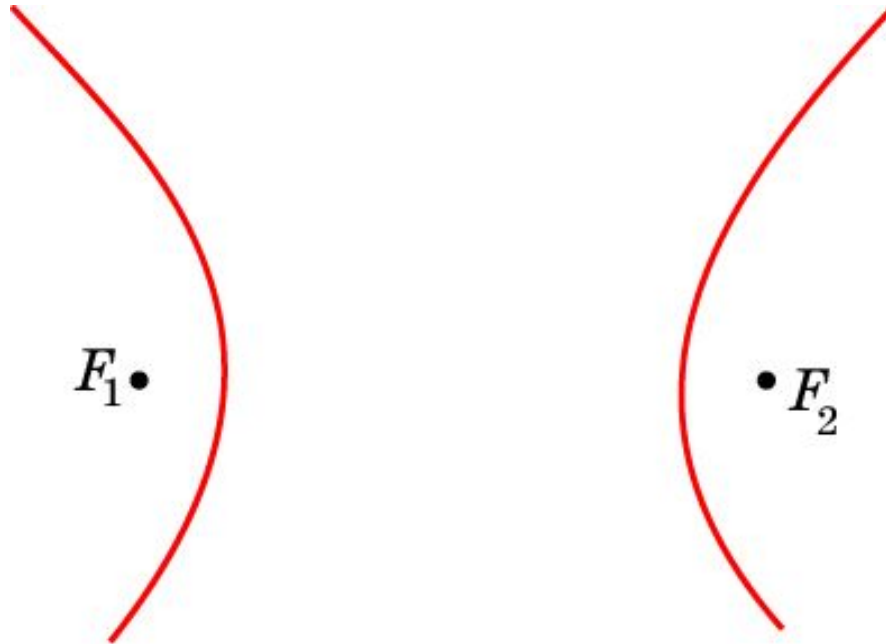


**Ответ:** а) Одну; б) две; в) ни одной.



## Упражнение 4

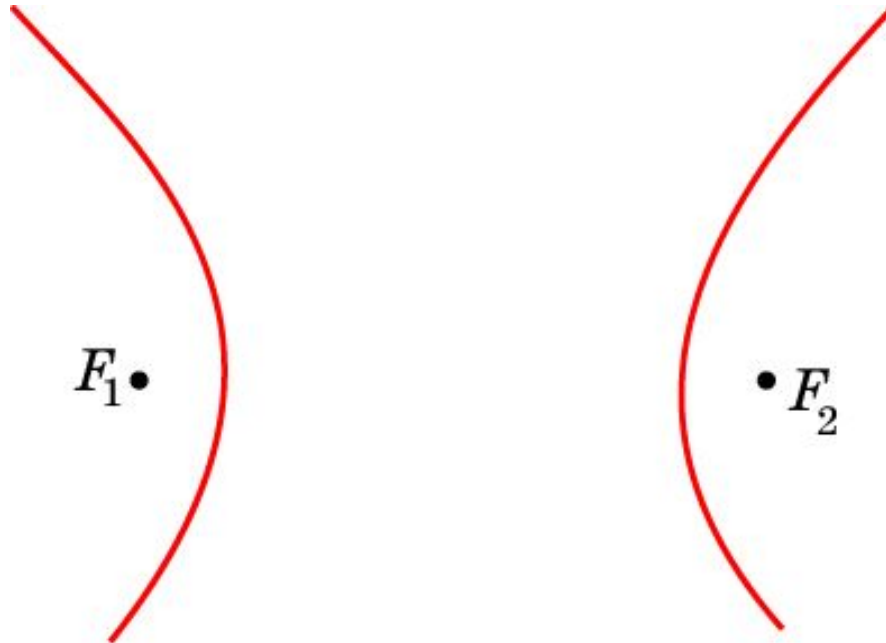
Дана гипербола с фокусами  $F_1$ ,  $F_2$  и константой  $c$ . Найдите наименьшее расстояние между точками, лежащими на разных ветвях гиперболы.



Ответ:  $c$ .

## Упражнение 5

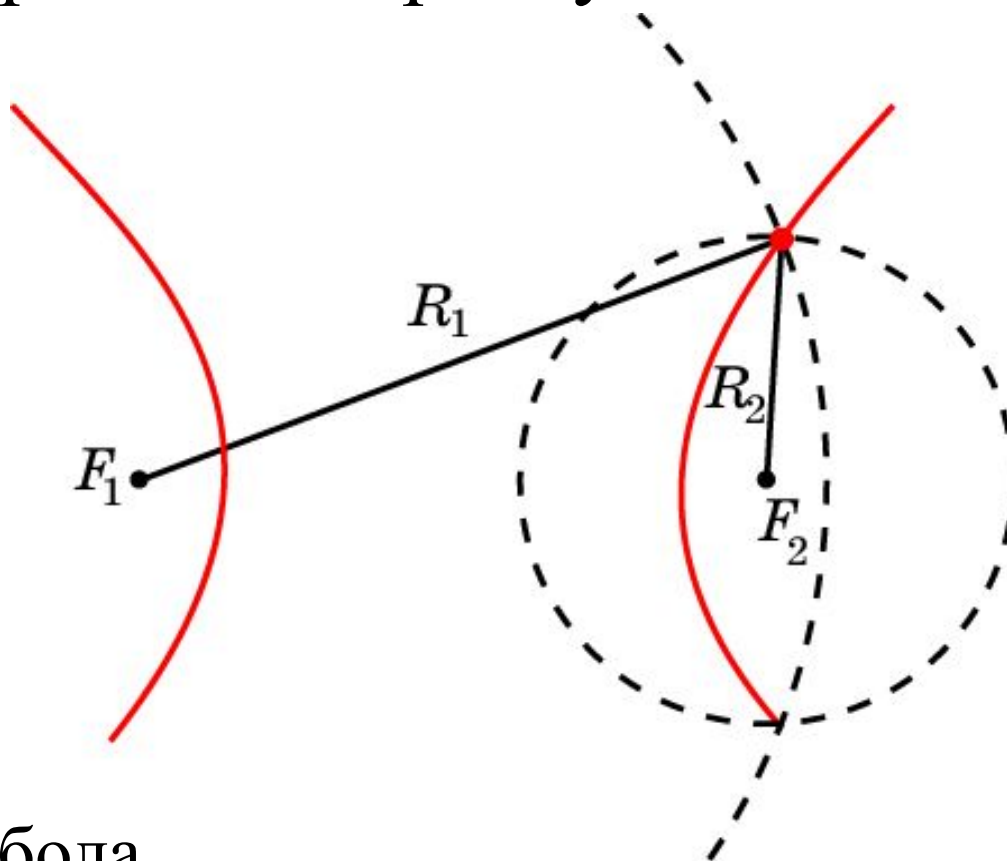
Расстояние между фокусами гиперболы равно 6 см, константа  $c$  равна 4 см. Чему равно наименьшее расстояние от точек гиперболы до фокусов?



Ответ: 1 см.

## Упражнение 6

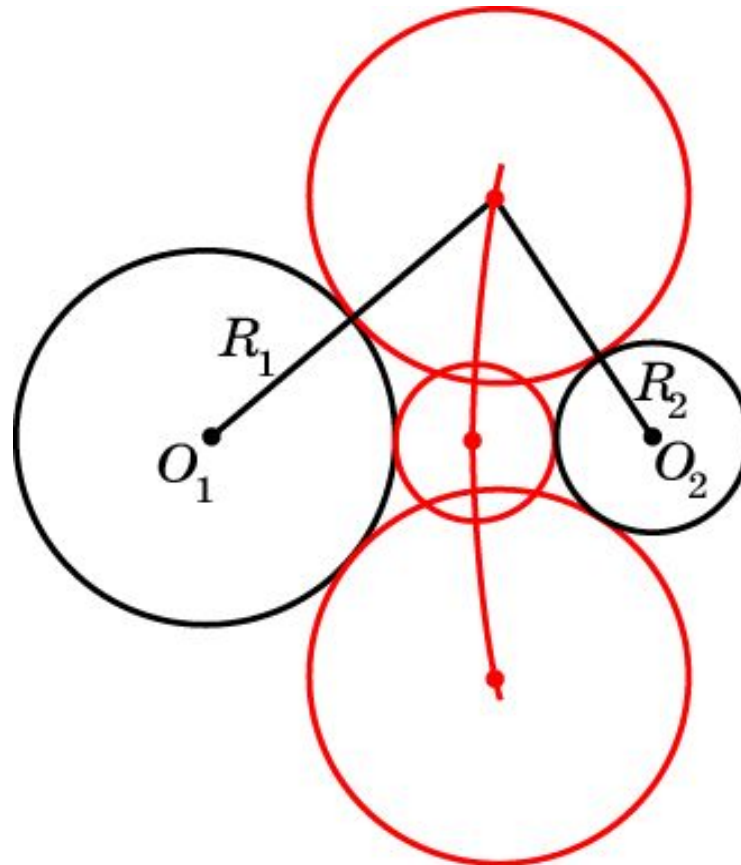
Найдите геометрическое место точек пересечения пар окружностей с заданными центрами и разностью радиусов.



**Ответ:** Гипербола.

## Упражнение 7

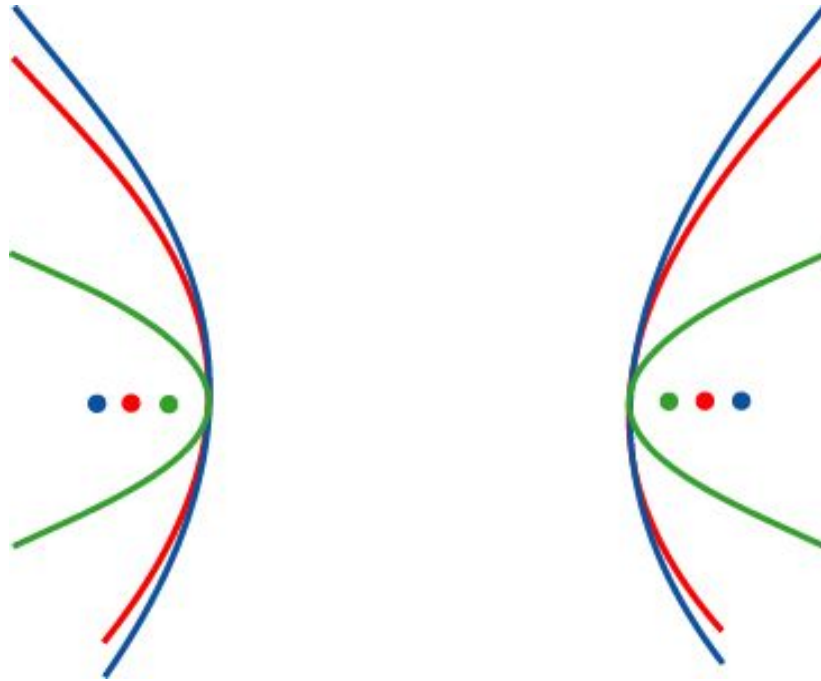
Найдите геометрическое место центров окружностей, касающихся двух заданных окружностей.



Ответ: Гипербола.

## Упражнение 8

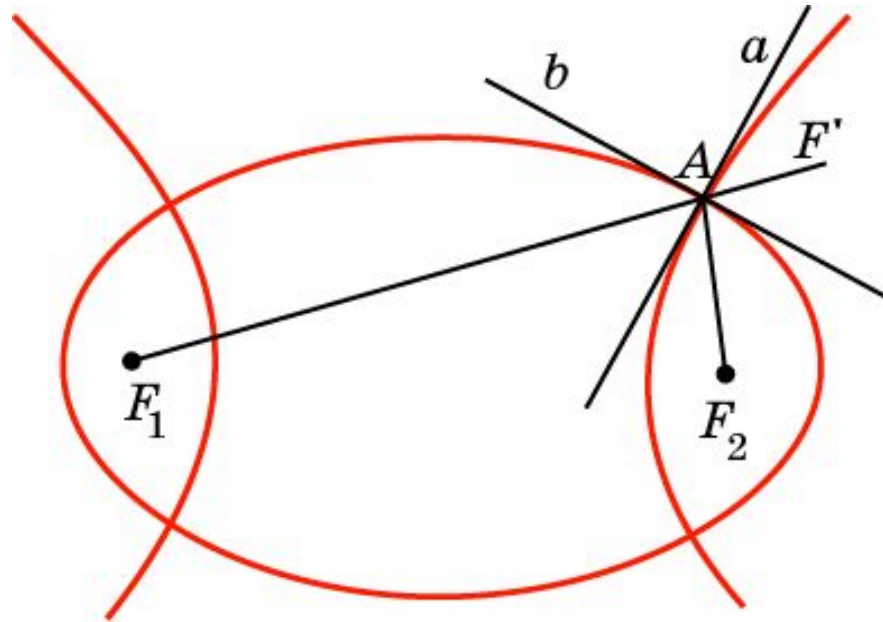
Что будет происходить с гиперболой, если константа  $c$  не изменяется, а фокусы: а) приближаются друг к другу; б) удаляются друг от друга?



**Ответ:** а) Ветви гиперболы сжимаются; б) ветви гиперболы расширяются.

## Упражнение 9

Какой угол образуют касательные, к эллипсу и гиперболе с общими фокусами, проведенные через их общую точку?



**Решение:** Касательная к гиперболе содержит биссектрису угла  $F_1AF_2$ . Касательная к эллипсу содержит биссектрису угла  $F_2AF'$ . Следовательно, искомый угол равен  $90^\circ$ .