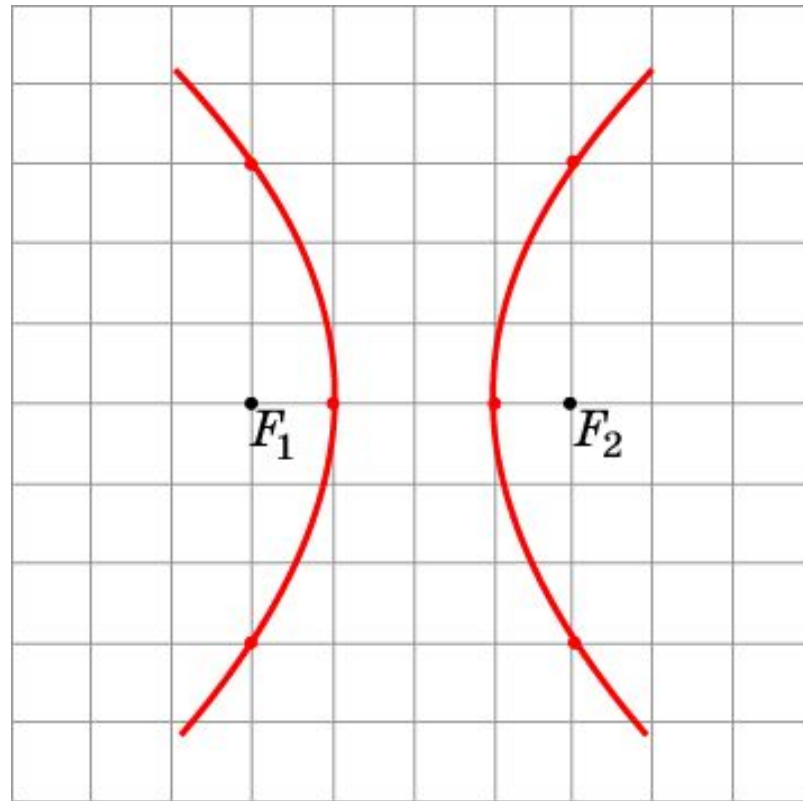


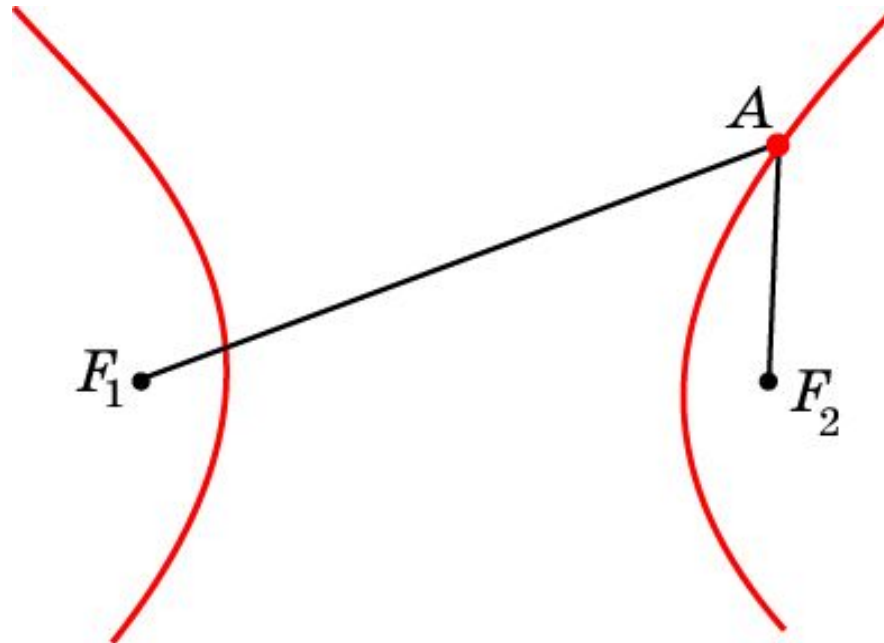
Упражнение 1

На клетчатой бумаге постройте несколько точек, расположенных в узлах сетки, модуль разности расстояний от которых до точек F_1 и F_2 равен 2 (стороны клеток равны 1). Соедините их плавной кривой.



Определение гиперболы

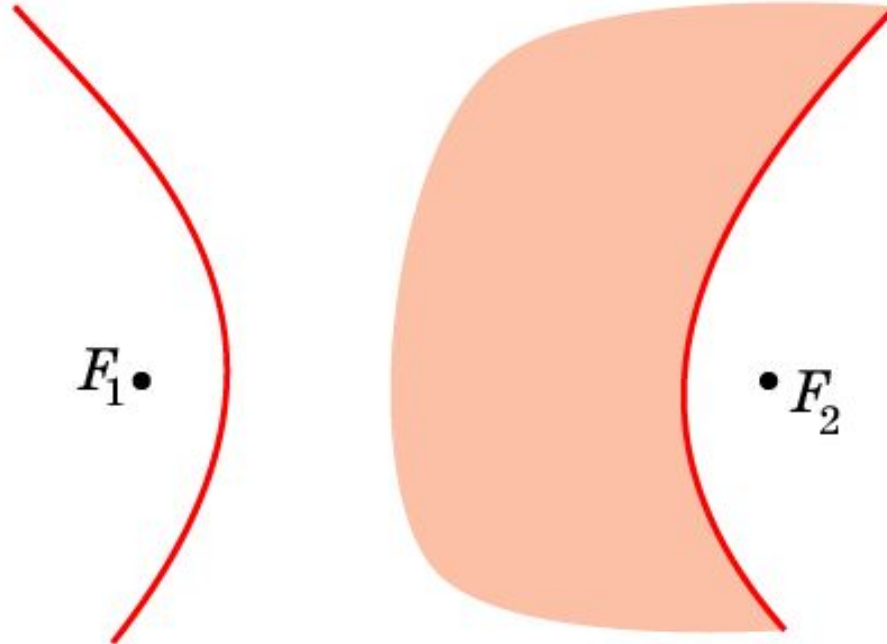
Геометрическое место точек плоскости, разность расстояний от которых до двух заданных точек F_1 , F_2 есть величина постоянная, называется **гиперболой**. Точки F_1 , F_2 называются **фокусами** гиперболы.



Таким образом, для точек A гиперболы с фокусами F_1 , F_2 выполняется одно из равенств: $AF_1 - AF_2 = c$, $AF_2 - AF_1 = c$, где c - некоторый заданный отрезок.

Упражнение 2

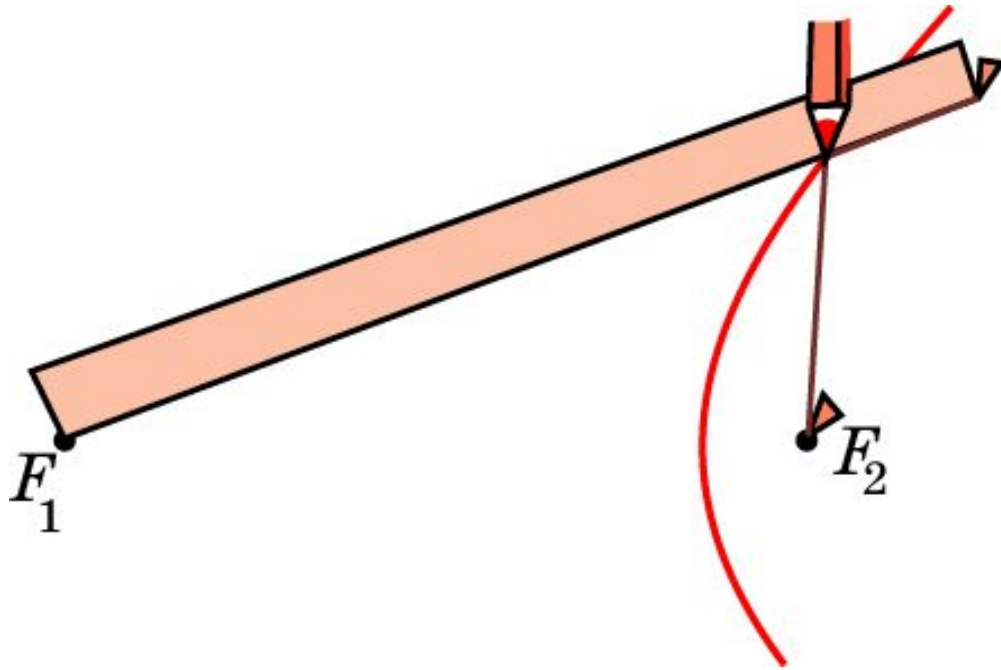
Найдите геометрическое место точек A , для которых разность $AF_1 - AF_2$ расстояний до двух заданных точек F_1, F_2 : а) больше заданной величины c ; б) меньше заданной величины c .



Ответ: а) Точки A' , расположенные внутри ветви гиперболы;
б) точки A'' , расположенные вне ветви гиперболы.

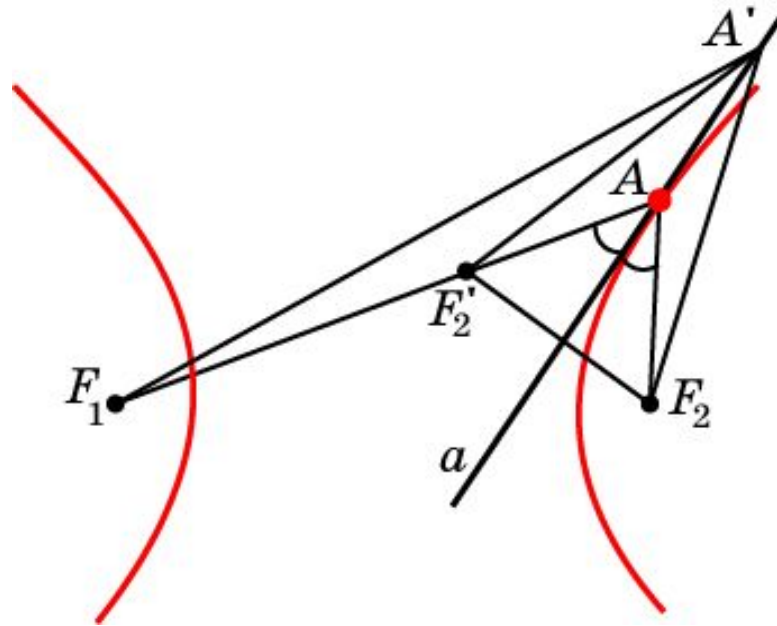
Рисуем гиперболу

По данному рисунку укажите способ построения гиперболы с помощью линейки, кнопок, нитки и карандаша.



Касательная к гиперболе

Прямая, проходящая через точку A гиперболы, остальные точки A' которой лежат во внешней области, т. е. удовлетворяют неравенству $A'F_1 - A'F_2 < c$, называется **касательной** к гиперболе. Точка A называется **точкой касания**.

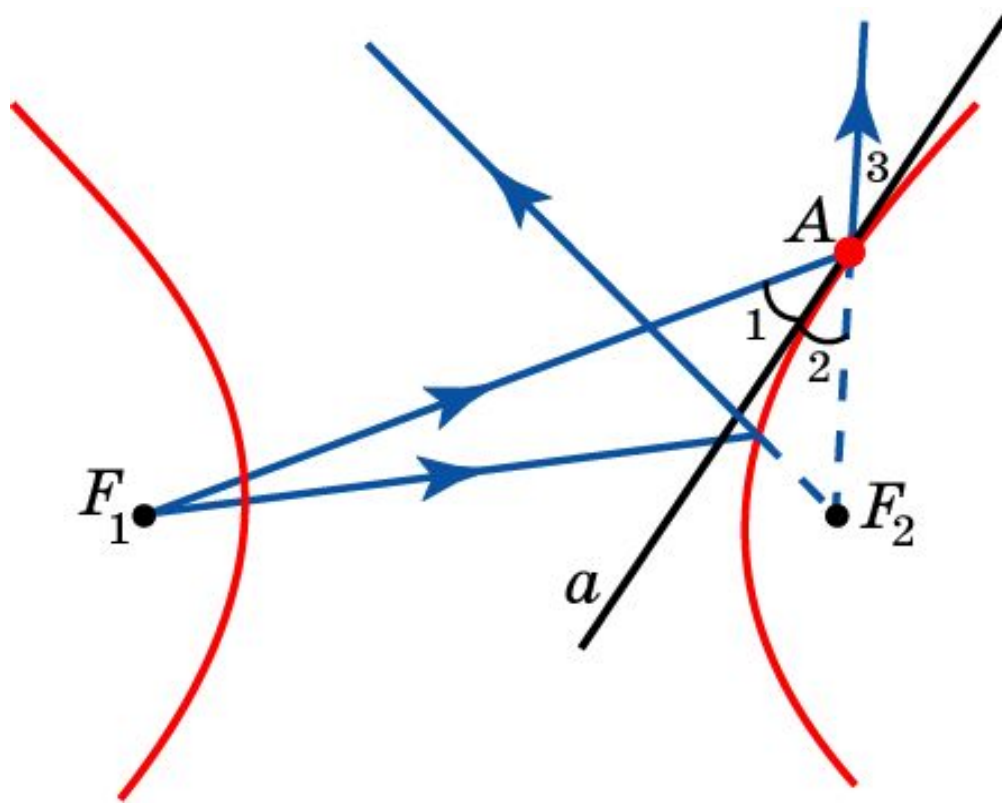


Теорема. Пусть A - точка гиперболы с фокусами F_1, F_2 . Тогда касательной к гиперболе, проходящей через точку A , является прямая, содержащая биссектрису угла F_1AF_2 .

Проведите доказательство теоремы, используя рисунок.

Фокальное свойство гиперболы

Если источник света поместить в один из фокусов гиперболы, то лучи, отразившись от нее, пойдут так, как будто бы они исходят из другого фокуса.



Упражнение 3

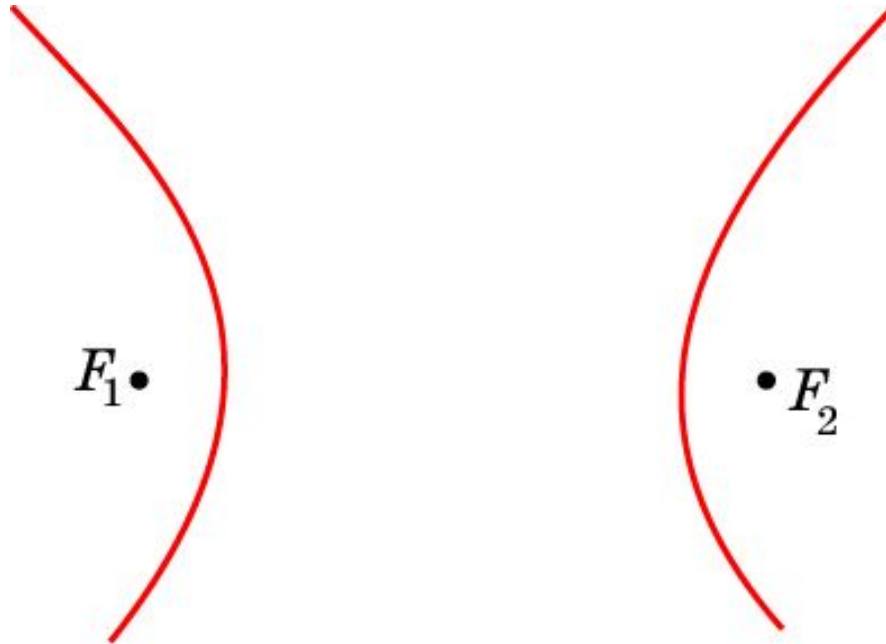
Сколько касательных можно провести к одной ветви гиперболы из точки: а) принадлежащей ветви гиперболы; б) лежащей вне ветви гиперболы; в) лежащей внутри ветви гиперболы?



Ответ: а) Одну; б) две; в) ни одной.

Упражнение 4

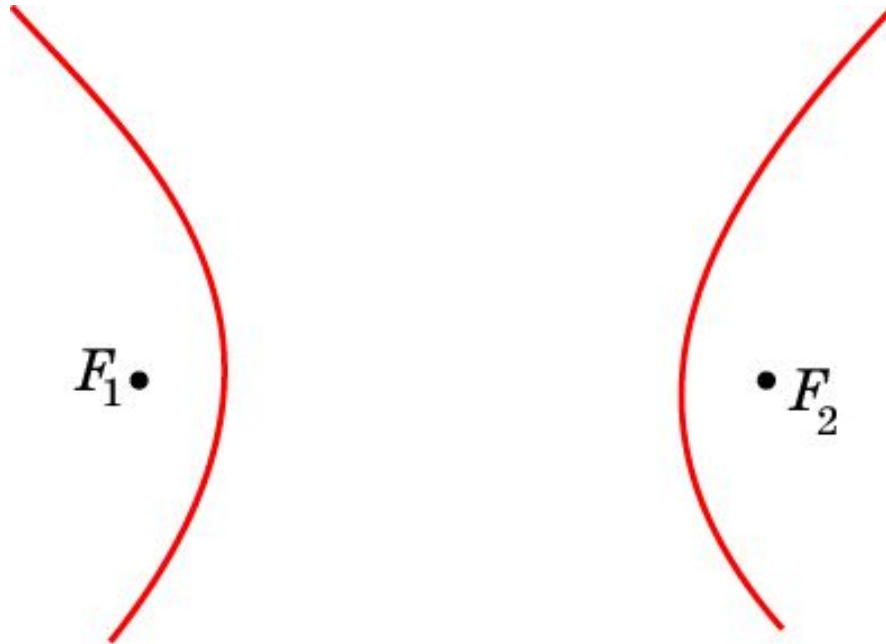
Дана гипербола с фокусами F_1 , F_2 и константой c . Найдите наименьшее расстояние между точками, лежащими на разных ветвях гиперболы.



Ответ: c .

Упражнение 5

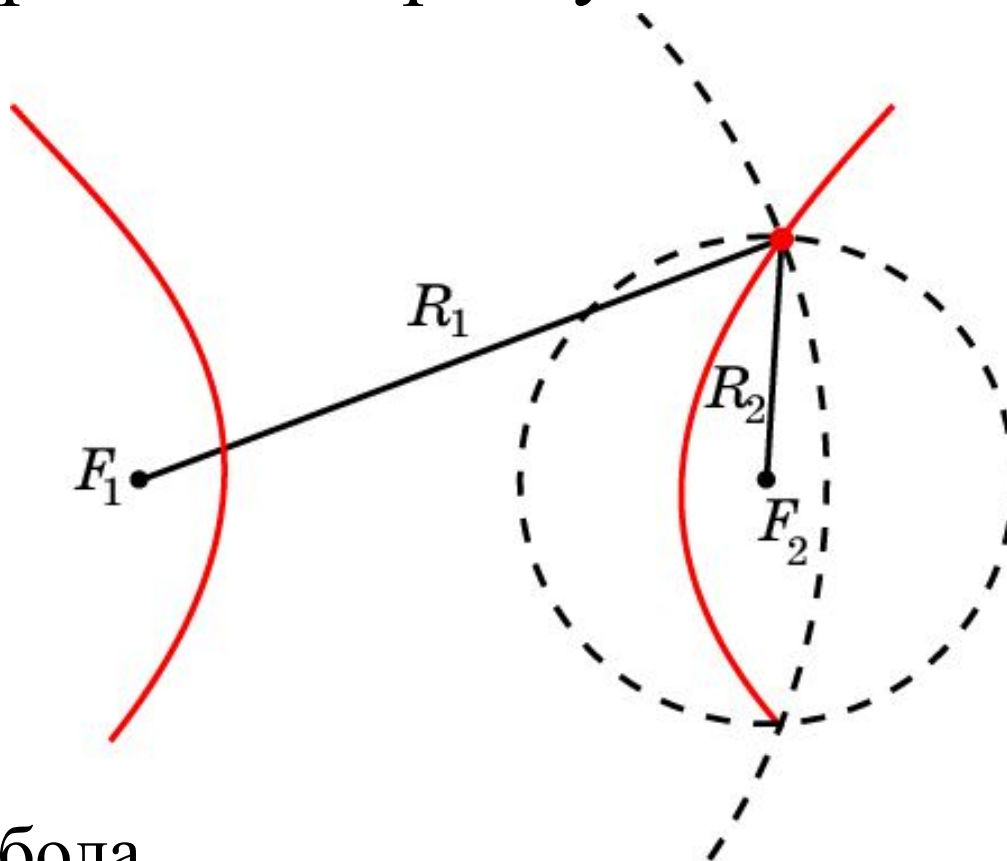
Расстояние между фокусами гиперболы равно 6 см, константа c равна 4 см. Чему равно наименьшее расстояние от точек гиперболы до фокусов?



Ответ: 1 см.

Упражнение 6

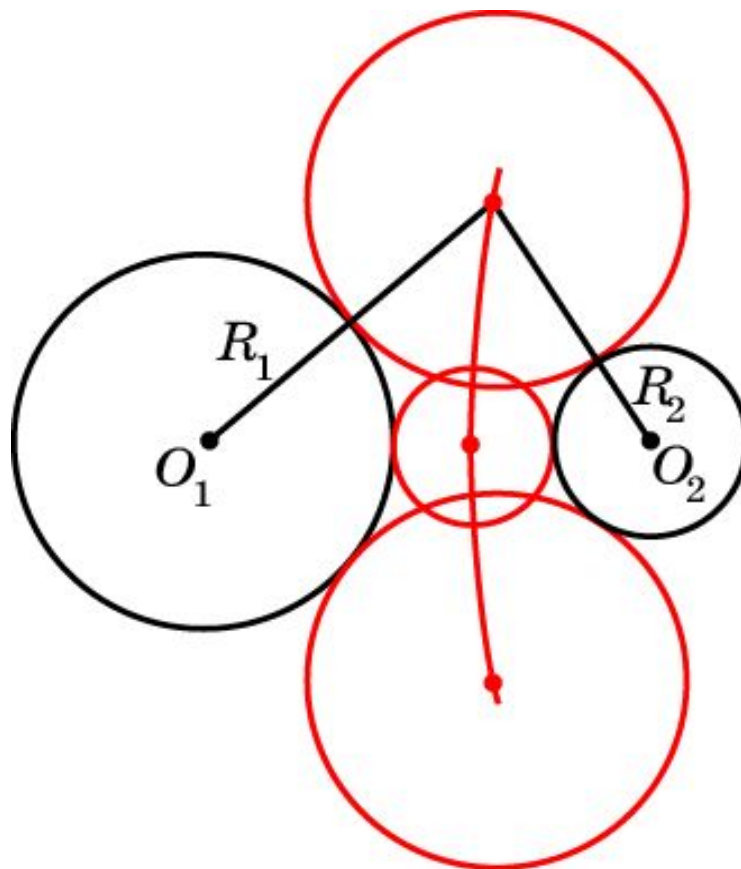
Найдите геометрическое место точек пересечения пар окружностей с заданными центрами и разностью радиусов.



Ответ: Гипербола.

Упражнение 7

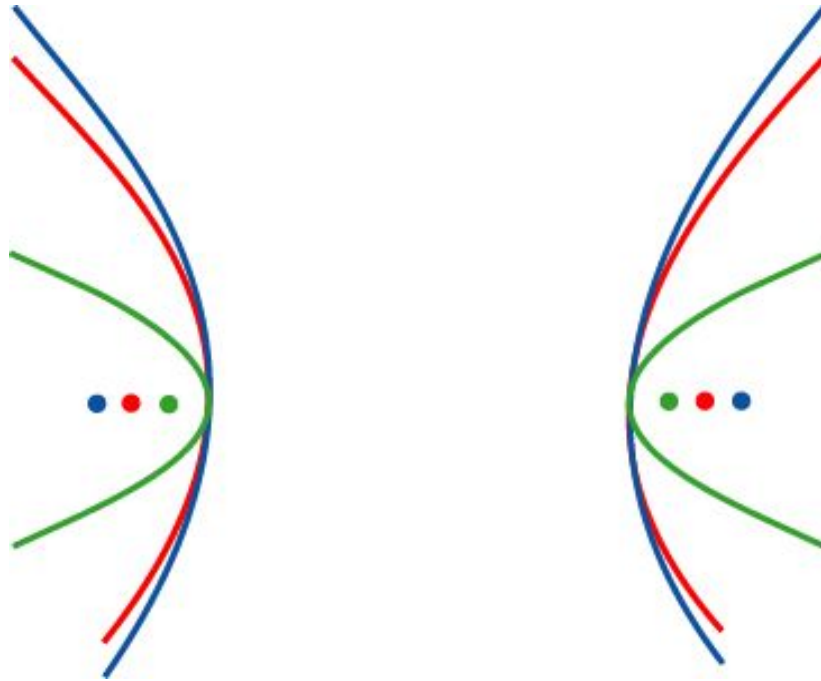
Найдите геометрическое место центров окружностей, касающихся двух заданных окружностей.



Ответ: Гипербола.

Упражнение 8

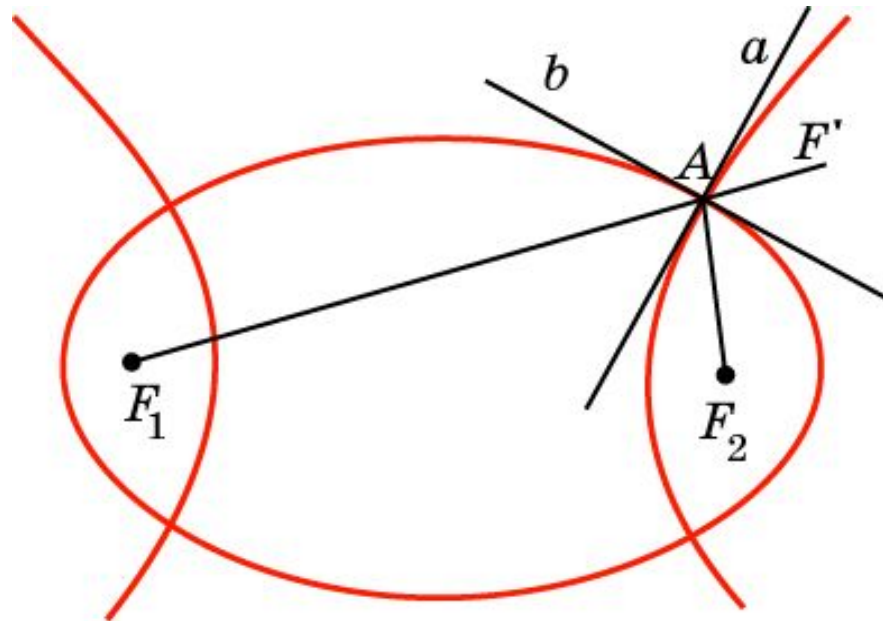
Что будет происходить с гиперболой, если константа c не изменяется, а фокусы: а) приближаются друг к другу; б) удаляются друг от друга?



Ответ: а) Ветви гиперболы сжимаются; б) ветви гиперболы расширяются.

Упражнение 9

Какой угол образуют касательные, к эллипсу и гиперболе с общими фокусами, проведенные через их общую точку?



Решение: Касательная к гиперболе содержит биссектрису угла F_1AF_2 . Касательная к эллипсу содержит биссектрису угла F_2AF' . Следовательно, искомый угол равен 90° .