

ЛОГАРИФМ

«Определение логарифма Основное логарифмическое тождество»

Автор: Ковалева М.П.
учитель математики
ГБОУ СОШ №658

Санкт – Петербург
2011



**«Изобретение
логарифмов, сокращая
вычисления нескольких
месяцев в труд нескольких
дней словно удваивает
жизнь астрономов»**

П.С. Лаплас

ЦЕЛЬ УРОКА

**Познакомиться с понятием
логарифма,
основным логарифмическим
тождеством,
научиться применять их на
практике.**

ПОВТОРЕНИ

Показательная функция, показательные уравнения и неравенства.

Устно:



$$2^x = 4$$
$$x = 2$$

$$2^x = 1$$
$$x = 0$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x = 8$$
$$x = -3$$

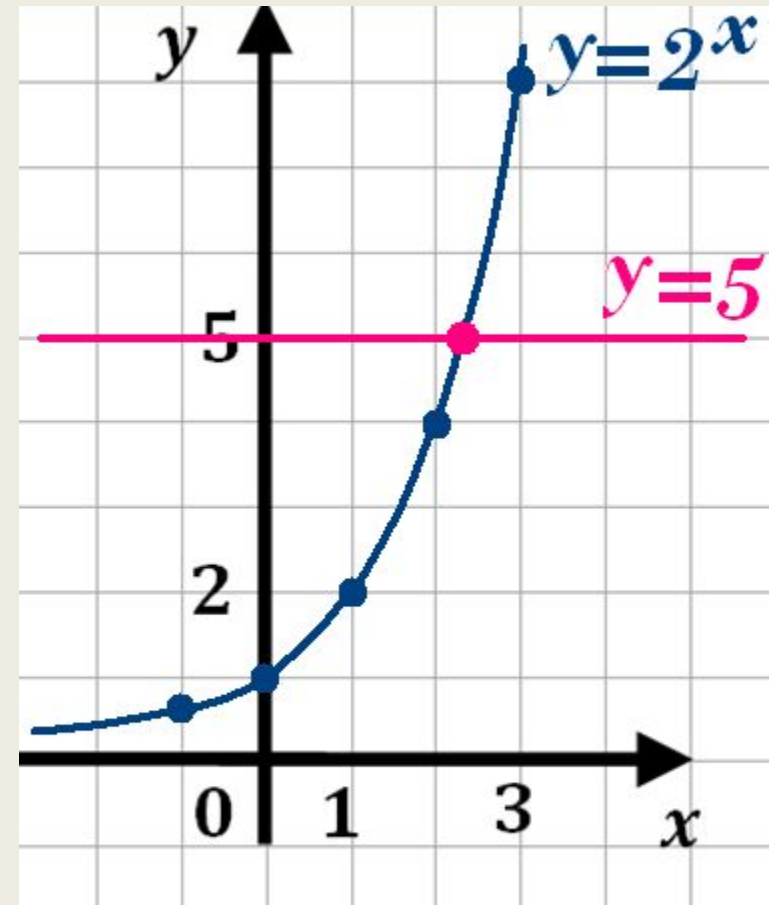
$$2^x = \frac{1}{2}$$
$$x = -1$$

$$2^x = 5$$

$$x = ?$$

| $y = 2^x$ | | | | | |
|-----------|-----|---|---|---|---|
| x | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| y | 1/2 | 1 | 2 | 4 | 8 |

$$x = \log_2 5$$



ОПРЕДЕЛЕНИ

Логарифмом по основанию **a** от аргумента **x** называют степень, в которую нужно возвести **a**, чтобы получить **x**.

$$\log_a x = b$$

Где:

a – основание логарифма;

x – аргумент (число или выражение под знаком логарифма);

b – значение логарифма.

Например:

$$\log_2 8 = 3$$

(логарифм по основанию 2 от числа 8 равен 3, поскольку $2^3 = 8$)

ЛОГАРИФМИРОВАНИЕ

ЭТО ОПЕРАЦИЯ НАХОЖДЕНИЯ ЛОГАРИФМА ПО ЗАДАННОМУ ОСНОВАНИЮ

| | | | | | |
|--------------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| Степень | 2^1 | 2^2 | 2^3 | 2^4 | 2^5 |
| Значение степени | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 |
| Показатель степени | $\log_2 2 = 1$ | $\log_2 4 = 2$ | $\log_2 8 = 3$ | $\log_2 16 = 4$ | $\log_2 32 = 5$ |

$\log_2 5 = 2,321928\dots$ - иррациональное число

$$2 \leq \log_2 5 \leq 3, \text{ так как } 2^2 < 5 < 2^3$$

Если логарифм получается иррациональным, его лучше так и оставить:

$\log_2 5$, $\log_3 7$, $\log_5 2$ и другие

ВАЖНЫЕ ФАКТЫ:

1. Аргумент и основание логарифма всегда должны быть больше нуля. Это следует из определения степени с рациональным показателем, к которому сводится определение логарифма.
2. Основание должно быть отличным от единицы, поскольку единица в любой степени все равно остается единицей.

$$\log_a x = b \Rightarrow x > 0, a > 0, a \neq 1.$$

3. На число b (значение логарифма) никаких ограничений не накладывается.

ОСНОВНОЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ ТОЖДЕСТВО

$$a^{\log_a b} = b$$

Равенство справедливо при $b > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$

$$3^{\log_3 5} = 5$$

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{\log_{\frac{1}{7}} 2} = 2$$

ТРИ ФОРМУЛЫ:

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a^c = c$$

ИСТОРИЧЕСКАЯ СПРАВКА

На протяжении 16 века быстро возрастало количество приближенных вычислений, прежде всего, в астрономии. Совершенствование инструментов, исследование планетных движений и другие работы потребовали колоссальных, иногда многолетних, расчетов. Астрономам грозила реальная опасность утонуть в невыполненных расчетах.

Проблемы возникали и в других областях, например, в финансовом и страховом деле нужны были таблицы сложных процентов для различных значений процента. Главную трудность представляли умножение, деление многозначных чисел.

ИСТОРИЧЕСКАЯ СПРАВКА



Джон Непер

Логарифмы были придуманы для ускорения и упрощения вычислений.

Идея логарифма, т. е. идея выражать числа в виде степени одного и того же основания, принадлежит Михаилу Штифелю. Но во времена Штифеля математика была не столь развита и идея логарифма не нашла своего развития.

Логарифмы были изобретены позже одновременно и независимо друг от друга шотландским учёным Джоном Непером (1550-1617) и швейцарцем Иобстом Бюрги (1552-1632).

В 1614 г. была опубликована работа Непера под названием «Описание удивительной таблицы логарифмов»

Слово «логарифм» введено Непером, происходит от греческих слов **logoz** и **ariumoz** - оно означает буквально “**числа отношений**”.

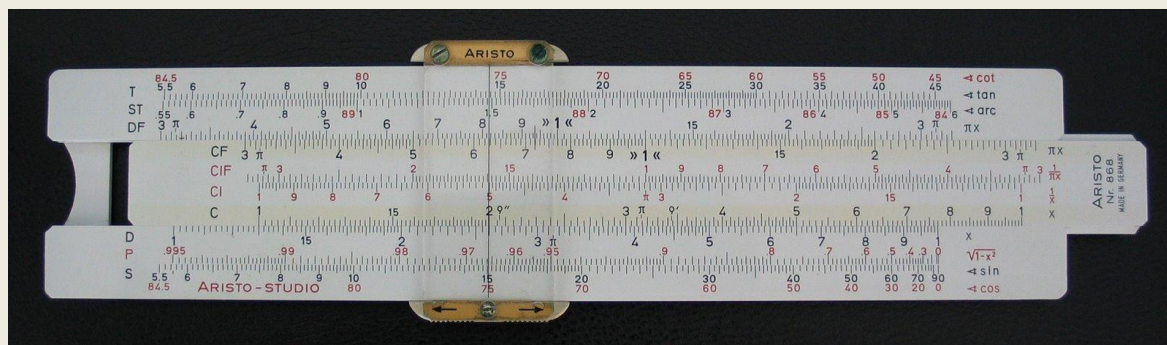
ЦЕННОСТЬ ЛОГАРИФМОВ

состоит в сведении сложных действий возведения в степень и извлечения корня к более простым действиям - умножению и делению, а последних к - самым простым – сложению и вычитанию.

Поэтому открытие логарифмов, сводящее умножение и деление чисел к сложению и вычитанию их логарифмов упростило жизнь тех, кто по роду своей деятельности был связан с громоздкими вычислениями и сложными расчетами



Палочки Непера



Логарифмическая линейка

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО:

| Докажите, что: | Доказательство: |
|------------------------------|------------------------------------|
| $\log_2 8 = 3$ | $2^3 = 8$ |
| $\log_{0,3} 0,09 = 2$ | $0,3^2 = 0,09$ |
| $\log_{16} 4 = \frac{1}{2}$ | $16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16} = 4$ |
| $\log_{\frac{1}{3}} 81 = -4$ | $(\frac{1}{3})^{-4} = 3^4 = 81$ |
| $\log_{19} 19 = 1$ | $19^1 = 19$ |
| $\log_{51} 1 = 0$ | $51^0 = 1$ |

ВЫЧИСЛИТЕ: №267-270(нч)

ПРОВЕРКА:

$$\log_2 16 = 4$$

$$\log_3 27 = 3$$

$$\log_2 2 = 1$$

$$\log_3 3 = 1$$

$$\log_2 \frac{1}{2} = -1$$

$$\log_3 \frac{1}{9} = -2$$

$$\log_2 \sqrt{2} = \frac{1}{2}$$

$$\log_3 \sqrt[4]{3} = \frac{1}{4}$$

ВЫЧИСЛИТЕ: №274-276(нч)

ПРОВЕРКА:

$$3^{\log_3 18} = 18$$

$$0,3^{2\log_{0,3} 6} = 36$$

$$10^{\log_{10} 2} = 2$$

$$8^{\log_2 5} = 125$$

$$3^{5\log_3 2} = 32$$

$$16^{\log_4 7} = 49$$

**ВЫЯСНИТЕ ПРИ КАКИХ ЗНАЧЕНИЯХ x
СУЩЕСТВУЕТ ЛОГАРИФМ: № 278(НЧ)
ПРОВЕРКА:**

$$\log_{\frac{1}{5}}(4 - x)$$

$$4 - x > 0$$

$$x < 4$$

$$\log_{\frac{1}{4}}(-x^2)$$

Нет таких x .

$$\log_6 \frac{1}{1 - 2x}$$

$$\frac{1}{1 - 2x} > 0$$

$$1 - 2x > 0$$

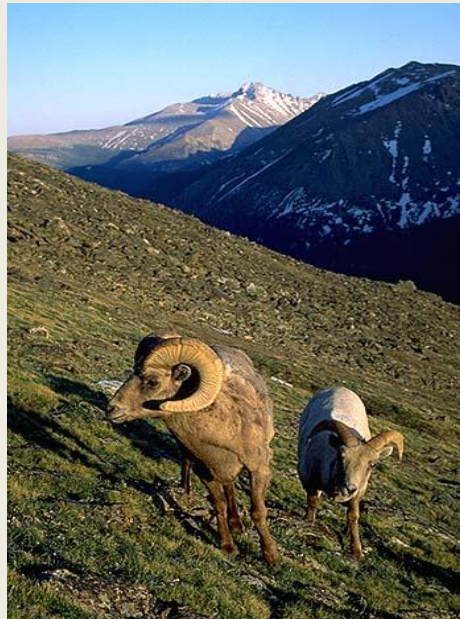
$$x < \frac{1}{2}$$

ОКАЗЫВАЕТСЯ...

математическим символом соотношения формы и роста является **логарифмическая спираль**



раковина моллюска



рога горных баранов



семена подсолнечника

ОКАЗЫВАЕТСЯ...

По логарифмическим спиралям закручены и многие галактики, в том числе и Галактика, которой принадлежит Солнечная система.



ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

1.Параграф 15 – выучить определение логарифма.

2.Решить в тетрадях для домашних работ:

- первый уровень - №271-273(четные), №283(2).

- второй уровень - №279-281(четные), №284(четные).

СПАСИБО ЗА УРОК

ДО СВИДАННЯ