ЛОГАРИФМЫ

«Определение логарифма
Основное логарифмическо
тождество»

Автор: Ковалева М.П
учитель математики
ГОУ СОШ №658

Санкт – Петербург
2011

«Изобретение логарифмов, сокращая вычисления нескольких месяцев в труд нескольких дней словно удваивает жизнь астрономов»

П.С. Лаплас

ЦЕЛЬ УРОКА

Познакомиться с понятием логарифма,
основным логарифмическим тождеством,
научиться применять их на практике.

ПОВТОРЕНИЕ

Показательная функция, показательные уравнения и неравенства.

Устно:

Основание степени → a^n ← Показатель степени

$$2^x = 4$$

x = 2

$$2^x = 1$$

x = 0

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x = 8$$

x = - 3

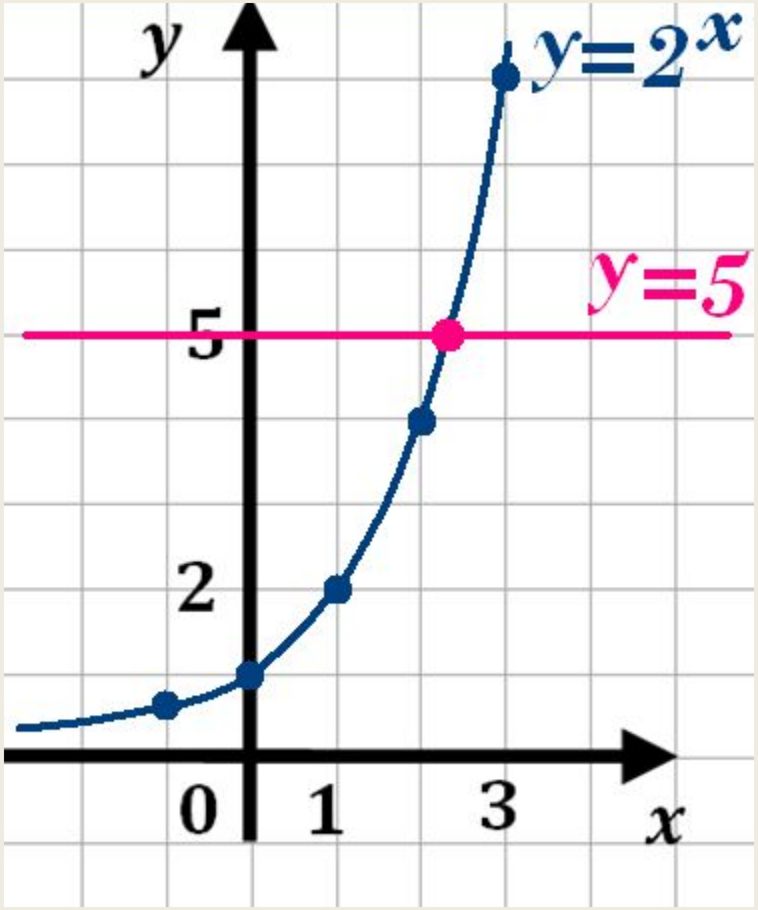
$$2^x = \frac{1}{2}$$

x = - 1

$$2^x = 5$$

$$x = ?$$

$y = 2^x$					
x	-1	0	1	2	3
y	1/2	1	2	4	8



$$x = log_2 5$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Логарифмом по основанию ***a*** от аргумента ***x*** называют степень, в которую нужно возвести ***a***, чтобы получить ***x***.

$$\log_a x = b$$

Где:
a – основание логарифма;
x – аргумент (число или выражение под знаком логарифма);
b – значение логарифма.

Например:
$\log_2 8 = 3$
(логарифм по основанию 2 от числа 8 равен 3, поскольку $2^3 = 8$)

ЛОГАРИФМИРОВАНИЕ

ЭТО ОПЕРАЦИЯ НАХОЖДЕНИЯ ЛОГАРИФМА ПО ЗАДАННОМУ ОСНОВАНИЮ

Степень	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5
Значение степени	2	4	8	16	32
Показатель степени	$\log_2 2 = 1$	$\log_2 4 = 2$	$\log_2 8 = 3$	$\log_2 16 = 4$	$\log_2 32 = 5$

$\log_2 5 = 2{,}321928\ldots$ - иррациональное число

$2 \le \log_2 5 \le 3$,так как $2^2 < 5 < 2^3$

Если логарифм получается иррациональным, его лучше так и оставить:

$\log_2 5$, $\log_3 7$, $\log_5 2$ и другие

ВАЖНЫЕ ФАКТЫ:

*1.*Аргумент и основание логарифма всегда должны быть больше нуля. Это следует из определения степени с рациональным показателем, к которому сводится определение логарифма.

*2.*Основание должно быть отличным от единицы, поскольку единица в любой степени все равно остается единицей.

$$\log_a x = b \Rightarrow x > 0,\ a > 0,\ a \neq 1.$$

*3.*На число *b* (значение логарифма) никаких ограничений не накладывается.

ОСНОВНОЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ ТОЖДЕСТВО

$$a^{\log_a b} = b$$

Равенство справедливо при **b > 0, a > 0, a ≠ 1**

$$3^{\log_3 5} = 5$$

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{\log_{\frac{1}{7}} 2} = 2$$

ТРИ ФОРМУЛЫ:

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a^c = c$$

ИСТОРИЧЕСКАЯ СПРАВКА

На протяжении 16 века быстро возрастало количество приближенных вычислений, прежде всего, в астрономии. Совершенствование инструментов, исследование планетных движений и другие работы потребовали колоссальных, иногда многолетних, расчетов. Астрономам грозила реальная опасность утонуть в невыполненных расчетах.

Проблемы возникали и в других областях, например, в финансовом и страховом деле нужны были таблицы сложных процентов для различных значений процента.
Главную трудность представляли умножение, деление многозначных чисел.

ИСТОРИЧЕСКАЯ СПРАВКА

Джон Непер

Логарифмы были придуманы для ускорения и упрощения вычислений.
Идея логарифма, т. е. идея выражать числа в виде степени одного и того же основания, принадлежит Михаилу Штифелю. Но во времена Штифеля математика была не столь развита и идея логарифма не нашла своего развития.
Логарифмы были изобретены позже одновременно и независимо друг от друга шотландским учёным Джоном Непером (1550-1617) и швейцарцем Иобстом Бюрги (1552-1632).

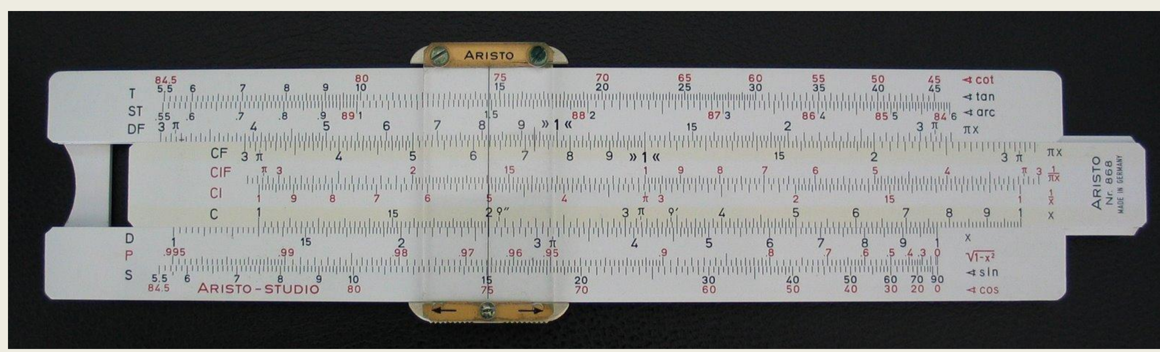
В1614г. была опубликована работа Непера под названием «Описание удивительной таблицы логарифмов»
Слово «логарифм» введено Непером, происходит от греческих слов **logoz** и **ariumoz** - оно означает буквально “**числа отношений**”.

ЦЕННОСТЬ ЛОГАРИФМОВ

состоит в сведении сложных действий возведения в степень и извлечения корня к более простым действиям - умножению и делению, а последних к - самым простым – сложению и вычитанию.

Поэтому открытие логарифмов, сводящее умножение и деление чисел к сложению и вычитанию их логарифмов упростило жизнь тех, кто по роду своей деятельности был связан с громоздкими вычислениями и сложными расчетами

Палочки Непера



Логарифмическая линейка

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО:

Докажите, что:	Доказательство:
$log_2 8 = 3$	$2^3 = 8$
$log_{0,3} 0,09 = 2$	$0,3^2 = 0,09$
$log_{16} 4 = \frac{1}{2}$	$16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16} = 4$
$log_{\frac{1}{3}} 81 = -4$	$(\frac{1}{3})^{-4} = 3^4 = 81$
$log_{19} 19 = 1$	$19^1 = 19$
$log_{51} 1 = 0$	$51^0 = 1$

ВЫЧИСЛИТЕ: №267-270(нч) ПРОВЕРКА:

$$log_2 16 = 4$$

$$log_3 27 = 3$$

$$log_2 2 = 1$$

$$log_3 3 = 1$$

$$log_2 \frac{1}{2} = -1$$

$$log_3 \frac{1}{9} = -2$$

$$log_2 \sqrt{2} = \frac{1}{2}$$

$$log_3 \sqrt[4]{3} = \frac{1}{4}$$

ВЫЧИСЛИТЕ: №274-276(нч)

ПРОВЕРКА:

$3^{\log_3 18} = 18$

$0,3^{2\log_{0,3} 6} = 36$

$10^{\log_{10} 2} = 2$

$8^{\log_2 5} = 125$

$3^{5\log_3 2} = 32$

$16^{\log_4 7} = 49$

ВЫЯСНИТЕ ПРИ КАКИХ ЗНАЧЕНИЯХ Х СУЩЕСТВУЕТ ЛОГАРИФМ: № 278(НЧ) ПРОВЕРКА:

$$log_{\frac{1}{2}}(4-x)$$

$$4-x>0$$

$$x<4$$

$$log_{\frac{1}{4}}(-x^2)$$

Нет таких *x*.

$$log_6 \frac{1}{1-2x}$$

$$\frac{1}{1-2x}>0$$

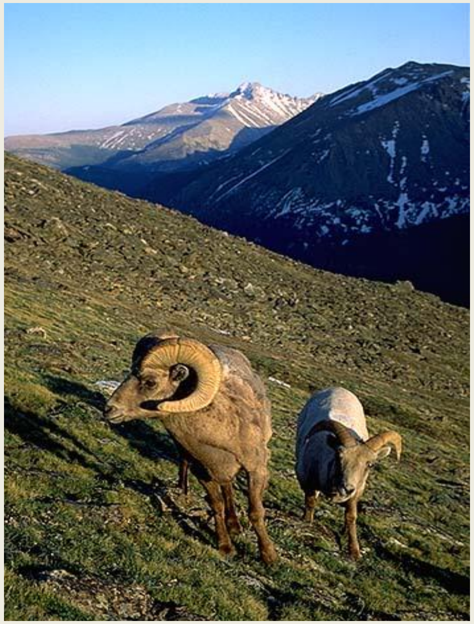
$$1-2x>0$$

$$x<\frac{1}{2}$$

ОКАЗЫВАЕТСЯ...

математическим символом соотношения формы и роста является **логарифмическая спираль**

раковина моллюска



рога горных баранов

семена подсолнечника

ОКАЗЫВАЕТСЯ...

По логарифмическим спиралям закручены и многие галактики, в том числе и Галактика, которой принадлежит Солнечная система.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

1.Параграф 15 – выучить определение логарифма.

2.Решить в тетрадях для домашних работ:

- первый уровень - №271-273(четные), №283(2).

- второй уровень - №279-281(четные), №284(четные).

СПАСИБО ЗА УРОК

ДО СВИДАНИЯ