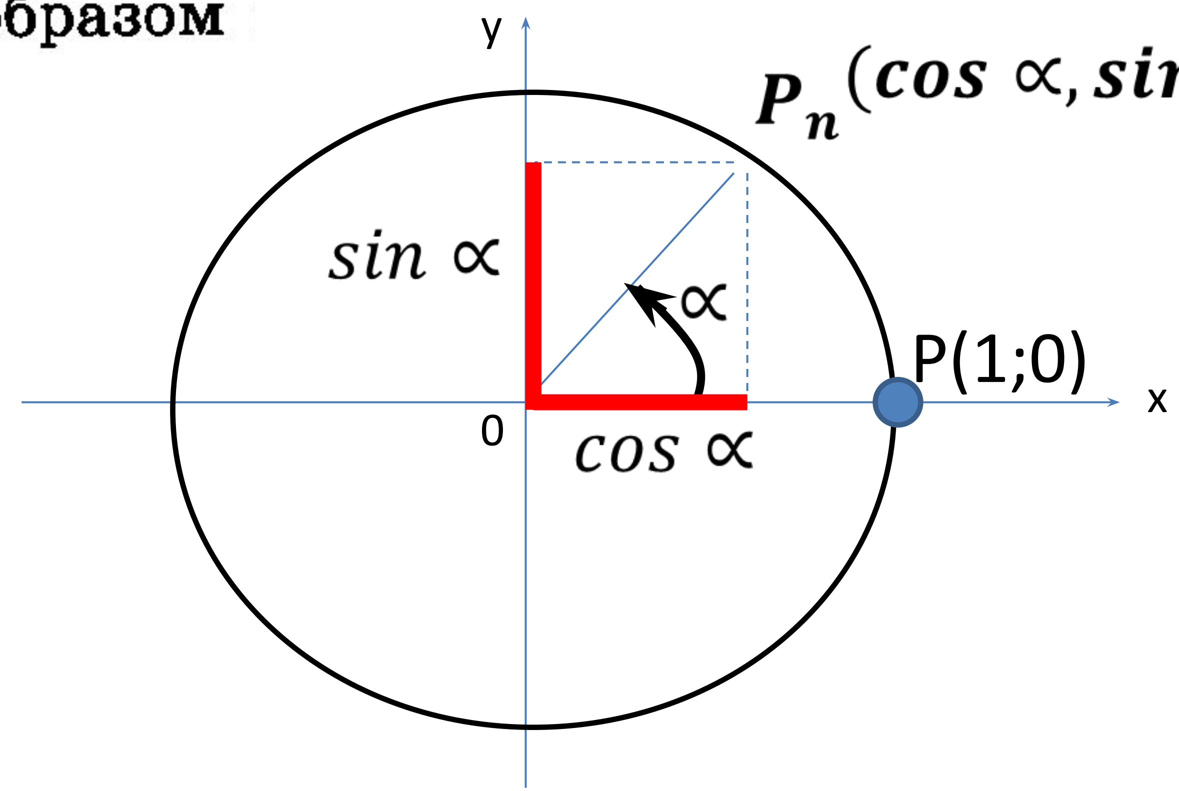
ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИНУСА, КОСИНУСА И ТАНГЕНСА УГЛА

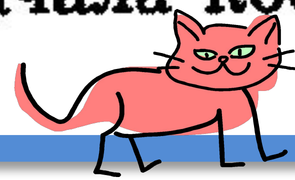
Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

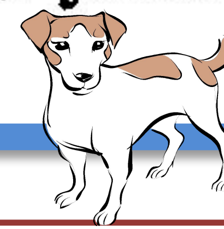
В курсе геометрии были введены синус, косинус и тангенс угла, выраженного в градусах. Этот угол рассматривался в промежутке от 0° до 180°. Синус и косинус произвольного угла определяются следующим образом



Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

Определение 1. ***Синусом угла*** α называется ордината точки, полученной поворотом точки (1; 0) вокруг начала координат на угол α (обозначается $\sin \alpha$).





Определение 2. ***Косинусом угла*** α называется абсцисса точки, полученной поворотом точки (1; 0) вокруг начала координат на угол α (обозначается $\cos \alpha$).

В этих определениях угол α может выражаться как в градусах, так и в радианах.

VN

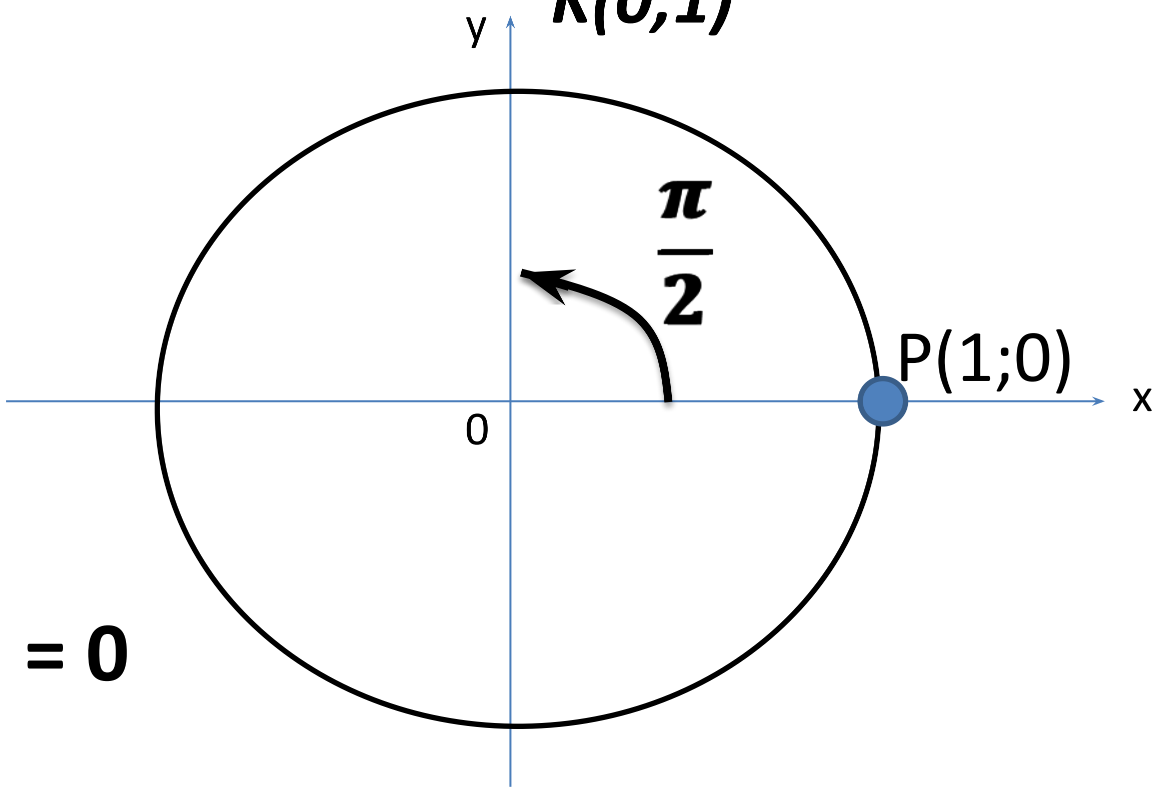
Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

$\propto = \frac{\pi}{2}$

$\cos \propto$

$\sin \propto$

K(0;1)



= 0

= 1

Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

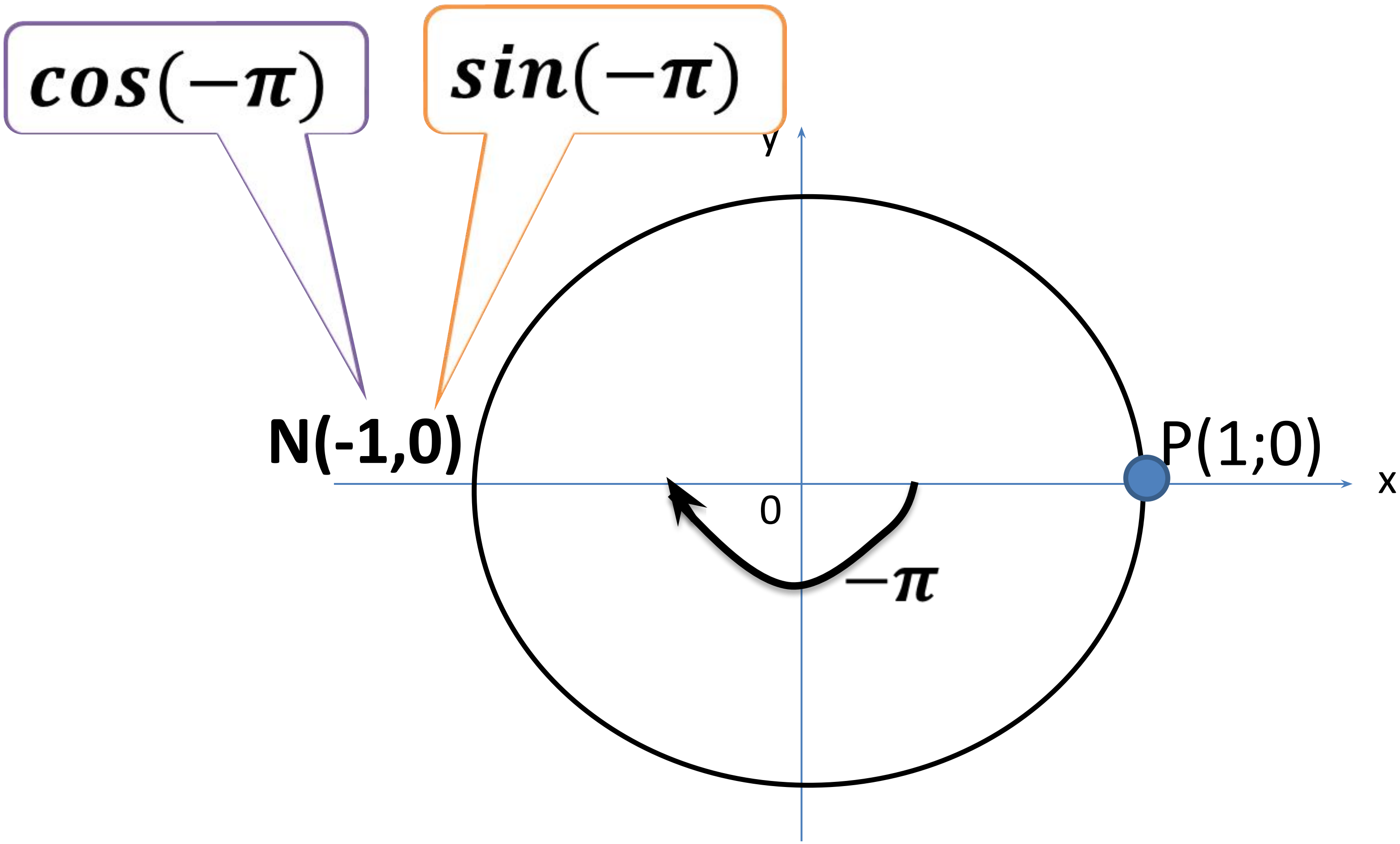
Заметим, что приведенные определения синуса и косинуса в случае, когда угол заключен в промежутке от 0° до 180°, совпадают с определениями синуса и косинуса, известными из курса геометрии. Например,

$$\sin\frac{\pi}{6} = \sin 30° = \frac{1}{2}, \quad \cos\pi = \cos 180° = -1.$$

VN

Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

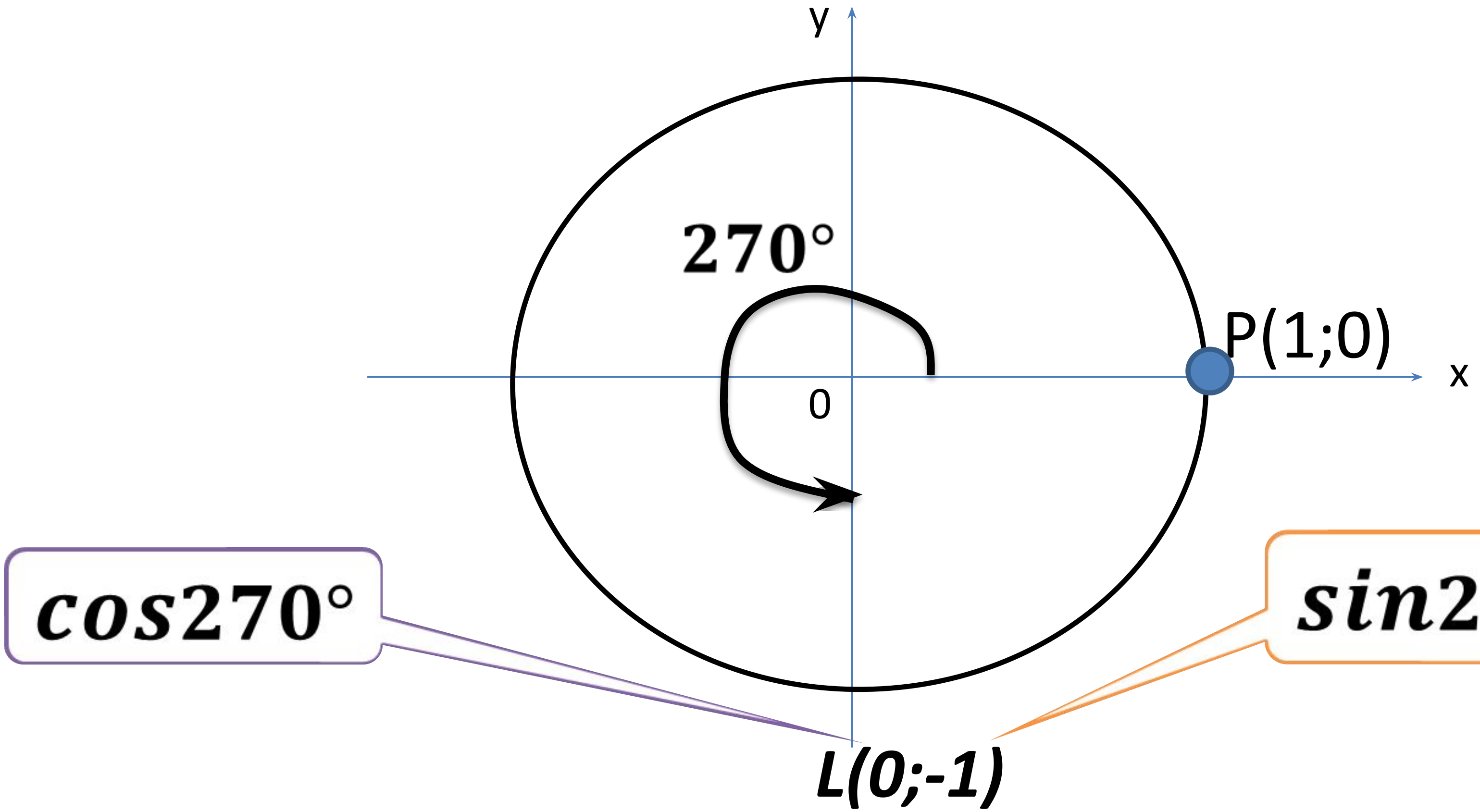
Найти sin (−π) и cos (−π).



$$cos(-\pi) = -1 \qquad sin(-\pi) = 0$$

Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

Найти sin 270° и cos 270°



$$\cos 270° = 0$$

$$\sin 270° = -1$$

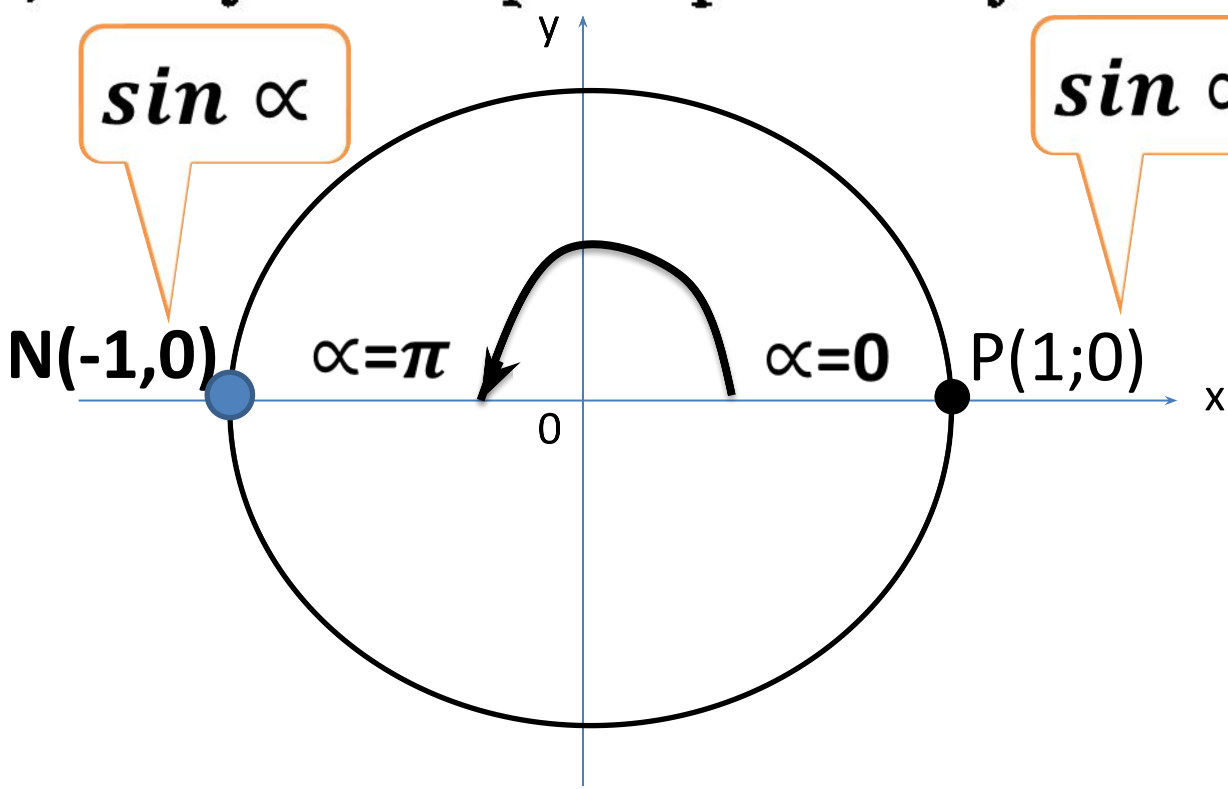
Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

Напомним, что меру угла α (в радианах) можно рассматривать как действительное число. Поэтому $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$ можно рассматривать как числовое выражение. Например, в уравнении $\sin x = \alpha$, где α — заданное число, считается, что x — неизвестное число.

Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

Решить уравнение sin $x = 0$

Решить уравнение sin $x = 0$ — это значит найти все углы, синус которых равен нулю.

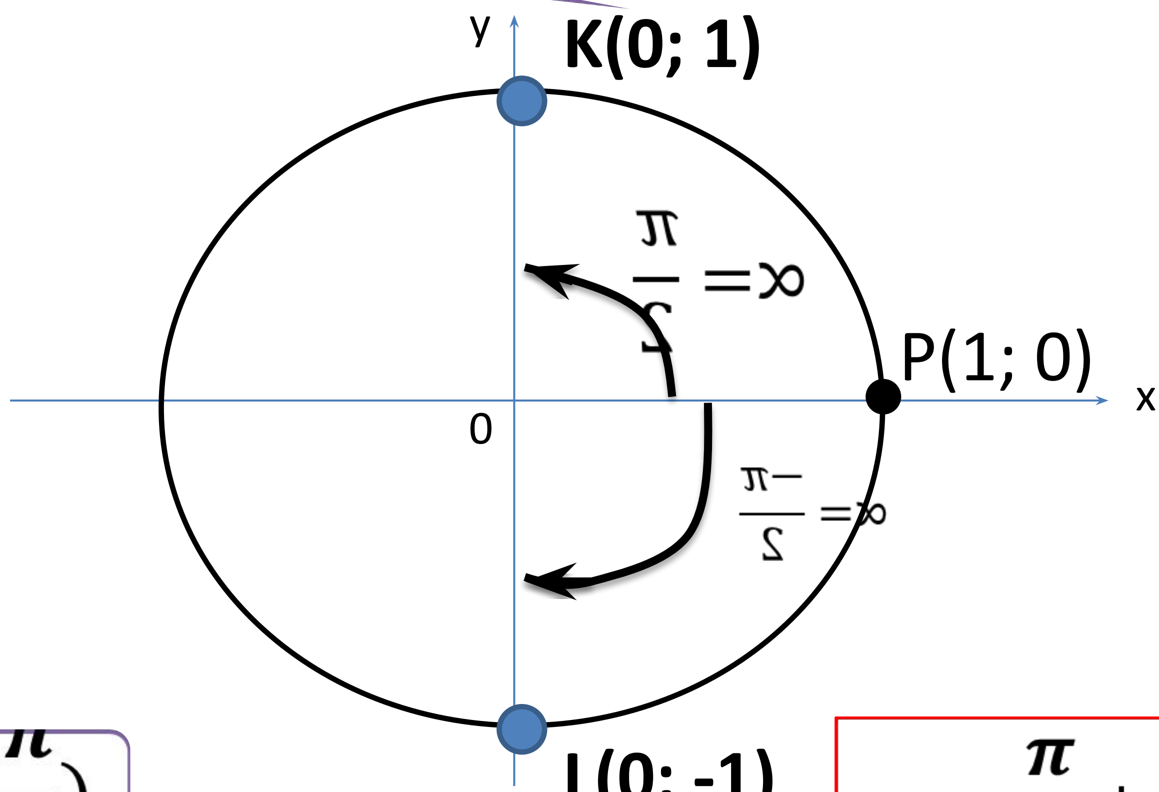


$$\boxed{x = \pi k, k \in Z}$$

VN

Решить уравнение $\cos x = 0$

$\cos(\frac{\pi}{2})$

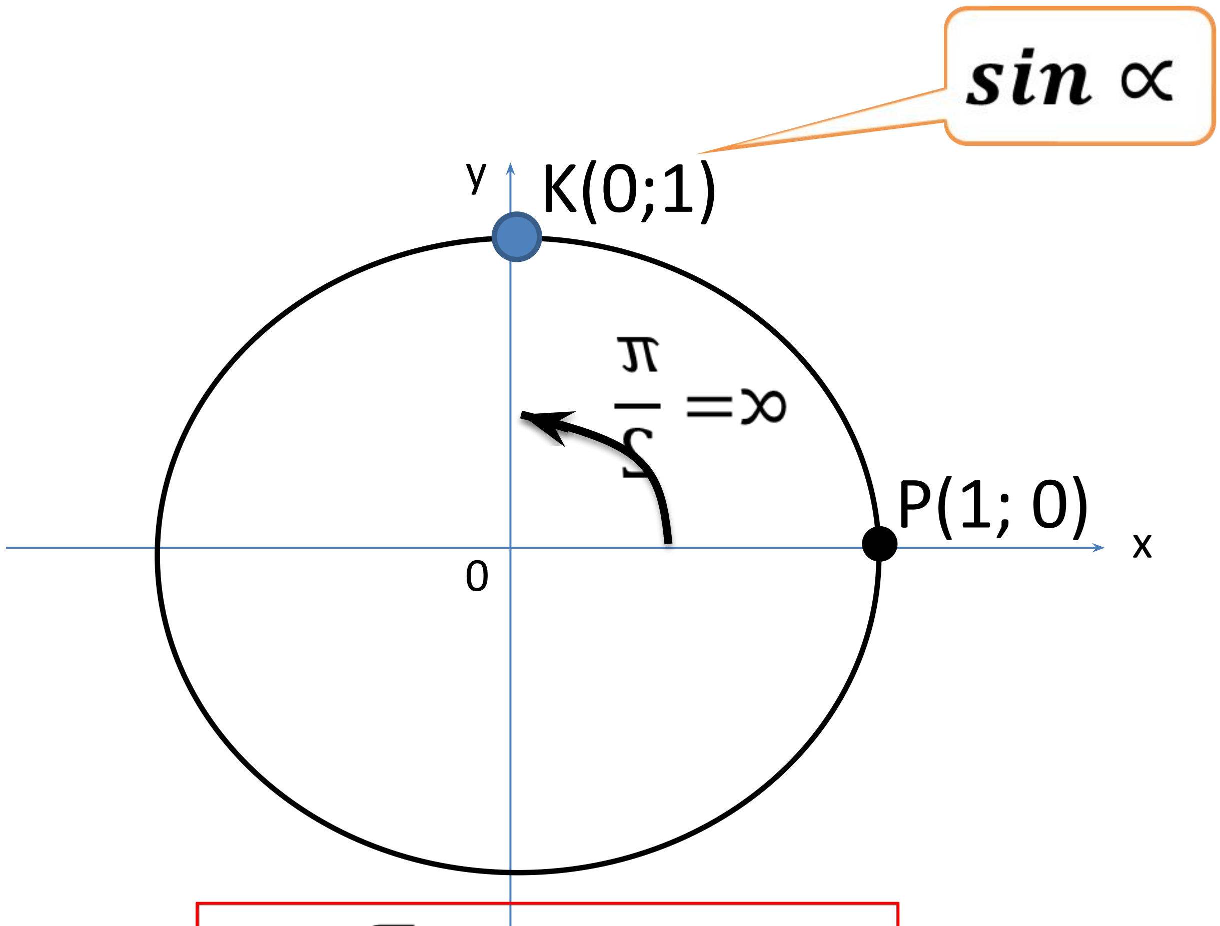


$\cos(-\frac{\pi}{2})$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$$

Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

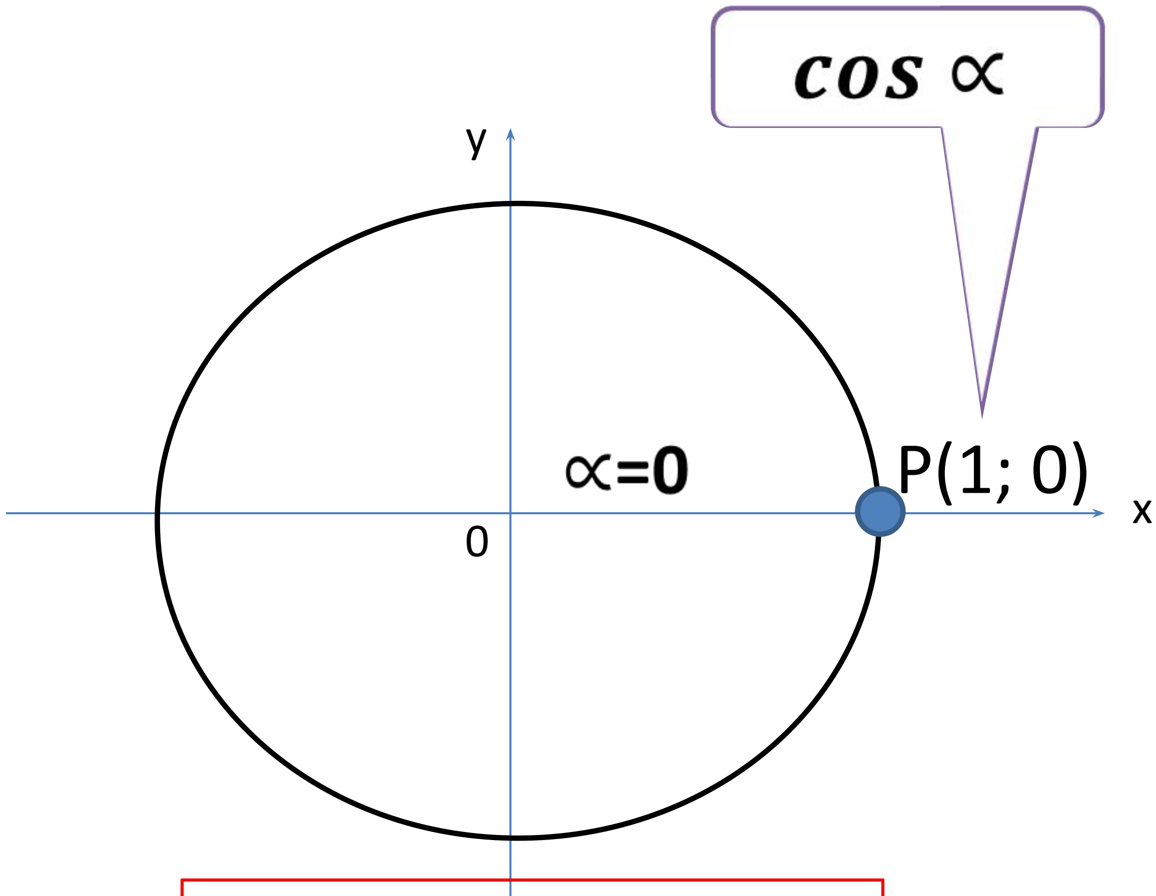
Решить уравнение: 1) $\sin x = 1$;



$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$$

Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

Решить уравнение: 2) $\cos x = 1$



$$x = 2\pi k, k \in Z$$

Частные уравнения с решениями

$\sin x = 0$, $\cos x = 0$, $\sin x = 1$, $\cos x = 1$

$x = \pi k, k \in Z$

$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$

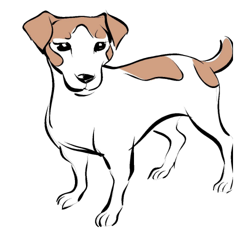
$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$

$x = 2\pi k, k \in Z$

Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

Определение 3. ***Тангенсом угла*** **α называется отношение синуса угла α к его косинусу (обозначается $\mathrm{tg}\,\alpha$).**

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}.$$



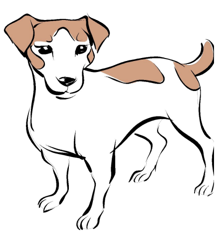
$$\mathrm{tg}\,0^\circ = \frac{\sin 0^\circ}{\cos 0^\circ} = \frac{0}{1} = 0, \quad \mathrm{tg}\,\frac{\pi}{4} = \frac{\sin\frac{\pi}{4}}{\cos\frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$$

VN

Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

$$\boxed{\mathrm{ctg}\ \alpha = \frac{\cos\ \alpha}{\sin\ \alpha}}$$

$$\mathrm{ctg}\ 270° = \frac{\cos\ 270°}{\sin\ 270°} = \frac{0}{-1} = 0$$



$$\boxed{ctg \propto = \frac{1}{tg \propto}}$$

$$\mathrm{ctg}\ \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\mathrm{tg}\ \frac{\pi}{4}} = \frac{1}{1} = 1$$

VN

Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

$\sin\alpha$ и $\cos\alpha$ **Определены для любого угла**

$$\boxed{-1 \le \boldsymbol{sin} \propto \le 1}$$

$$\boxed{-1 \le \boldsymbol{cos} \propto \le 1}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

Определен лишь для тех углов, для которых $\boldsymbol{cos} \propto \neq \mathbf{0}$, т.е. для любых углов, кроме

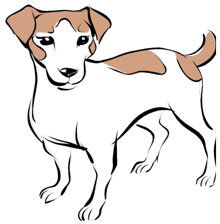
$$\propto = \frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{2}} + \boldsymbol{\pi k}, \boldsymbol{k} \in \boldsymbol{Z}$$

Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

Определен лишь для тех углов, для которых $\boldsymbol{sin} \propto \neq \mathbf{0}$, т.е. для любых углов, кроме

$$\propto = \boldsymbol{\pi k}, \boldsymbol{k} \in \boldsymbol{Z}$$



Приведем таблицу часто встречающихся значений синуса, косинуса, тангенса и котангенса.

VN

Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

α	0 $(0°)$	$\frac{\pi}{6}$ $(30°)$	$\frac{\pi}{4}$ $(45°)$	$\frac{\pi}{3}$ $(60°)$	$\frac{\pi}{2}$ $(90°)$	π $(180°)$	$\frac{3}{2}\pi$ $(270°)$	2π $(360°)$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\mathrm{tg}\,\alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	Не существует	0	Не существует	0
$\mathrm{ctg}\,\alpha$	Не существует	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	Не существует	0	Не существует

VN