

Тема: Определение вероятности

Вероятность события характеризует степень объективной возможности этого события.

Классическое определение вероятности основано на понятии равновозможности элементарных событий и вычисляется по правилу:

Если событие **A** состоит из **m** элементарных событий ω (эти события называются благоприятствующими событию **A**), а количество всех элементарных событий **n**, то вероятность события **A** вычисляют по формуле:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Статистическое определение основано на свойстве устойчивости частоты появления события A при осуществлении достаточно большого количества комплекса условий G .

ПРИМЕР: При большом числе подбрасываний монеты были получены следующие результаты, известные из истории развития теории вероятности:

	Кол-во испытаний	Герб	Частота
Бюффон	4040 раз	2048	0,5080
Пирсон	12000 раз	6019	0,5016
Пирсон	24000 раз	12012	0,5005

Анализ частоты выпадения герба показывает, что при увеличении числа экспериментов она близка к определенному положительному числу: $P(A) = 0,5$.

Пример. Выпущено 100 лотерейных билетов, причем установлены призы, из которых 8 по 1 руб. 2-по 5 руб.и 1-10 руб. Найти вероятность того, что купленный билет выиграл:

а) 5 рублей; б) не более 5 рублей.

Решение: а) Общее число исходов равно числу выпущенных билетов $n = 100$. Благоприятное число исходов равно числу с выигрышем в 5 руб. $m = 2$.

Тогда искомая вероятность равна: $P(A) = 0,02$.

б) Условие выигрыш “не более 5 рублей” означает, что купленный билет должен иметь выигрыш, равный 1 руб. (таких билетов 8), либо выигрыш, равный 5 руб. (таких билетов 2). Общее число исходов $n = 100$, число благоприятных исходов $m = 8+2=10$. Тогда: $P(A) = 0,1$.

Основные свойства вероятности:

1. Вероятность достоверного события равна **1**.
2. Вероятность невозможного события равна **0**.
3. Каждому случайному событию **A** поставлено в соответствие число **P(A)**, такое, что
$$0 \leq P(A) \leq 1.$$

Это число называют вероятностью события **A**.

4. Сумма вероятностей противоположных событий всегда равна единице:

$$p(A) + p(\bar{A}) = 1$$

Тема: Теоремы сложения и умножения вероятностей

Условной вероятностью события **A** при условии **B** (обозначается $P(A|B)$) называют вероятность,

вычисленную при условии, что событие **B** уже произошло и, тем самым, изменило ход эксперимента.

События называют **зависимыми**, если наступление одного из них изменяет вероятность появления другого.

События называют **независимыми**, если происхождение одного из них никак не влияет на

Теорема сложения совместных событий.

Вероятность суммы 2-х совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления:

$$p(A + B) = p(A) + p(B) - p(A \cdot B).$$

Теорема сложения несовместных событий.

Вероятность суммы 2-х несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий:

$$p(A + B) = p(A) + p(B).$$

Следствие теорем сложения:

Если A_1, A_2, \dots, A_n - полная группа событий, то сумма их вероятностей всегда равна единице.

Пример. В порт приходят корабли только из трех пунктов отправления. Вероятность появления корабля из первого пункта равна **0,2**, из второго пункта – **0,6**. Найти вероятность прибытия корабля из третьего пункта.

Решение. Обозначим $p(A_i)$ – вероятность прибытия корабля из пункта i .

Из свойств вероятности следует, что:

$$p(A_1) + p(A_2) + p(A_3) = 1$$

Тогда искомая вероятность прибытия корабля из 3-го пункта отправления равна

$$p(A_3) = 1 - 0,2 - 0,6 = 0,2.$$

Пример. Два стрелка делают по одному выстрелу в мишень. Вероятность попадания первого стрелка – **0,9**; второго стрелка – **0,8**. Найти вероятность того, что в мишень попадет только один стрелок.

Решение: а) Пусть событие **A** – в мишень попадет только один стрелок. Введем события: **A₁** – в мишень попадет 1-ый стрелок; **A₂** – в мишень попадет 2-ой стрелок. По условию: **p(A₁) = 0,9**; **p(A₂) = 0,8**. Вероятности промахов стрелков:

$$p(\bar{A}_1) = 1 - 0,9 = 0,1; \quad p(\bar{A}_2) = 1 - 0,8 = 0,2.$$

Событие **A** означает: в мишень попадет только 1-ый стрелок (т. е. 1-ый попадет и 2-ой промахнётся) или попадет только 2-ой стрелок (т.е. 1-ый промахнётся и 2-ой попадет). Тогда

Найти вероятность того, что **В** – мишень будет поражена. Событие **В** произойдет, если в мишень попадет **хотя бы один** стрелок: **или** только первый, **или** только второй, **или** оба (**и** первый, **и** второй). Тогда искомая вероятность:

$$\begin{aligned} P(\mathbf{B}) &= 0,9 \cdot 0,2 + 0,1 \cdot 0,8 + 0,9 \cdot 0,8 = \\ &= 0,18 + 0,08 + 0,72 = \underline{\underline{0,98}}. \end{aligned}$$

Найти вероятность события **В** также можно по теореме сложения совместных событий A_1 и A_2 .

$$\begin{aligned} P(\mathbf{B}) &= P(A_1 + A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 A_2) \\ &= 0,9 + 0,8 - 0,9 \cdot 0,8 = 1,7 - 0,72 = \underline{\underline{0,98}}. \end{aligned}$$

Домашнее задание

1. Найти вероятность того, что наудачу выбранное двузначное число делится без остатка:
 - а) на 8;
 - б) на 8 и на 3.
2. Два стрелка делают по одному выстрелу в мишень. Вероятность попадания первого стрелка - 0,6; второго стрелка - 0,3. Найти вероятность того, что:
 - а) в мишень попадет только один стрелок;
 - б) оба промахнутся.
3. В первом ящике 7 красных и 11 синих шаров, во втором – 5 красных и 9 синих. Из произвольного ящика достают один шар. Найти вероятность того, что он будет синего цвета.

Задание №2. (Выбрать один вариант ответа)

Заданы множества $A=\{1, 2, 3\}$ и $B=\{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Верным для них будет утверждение ...

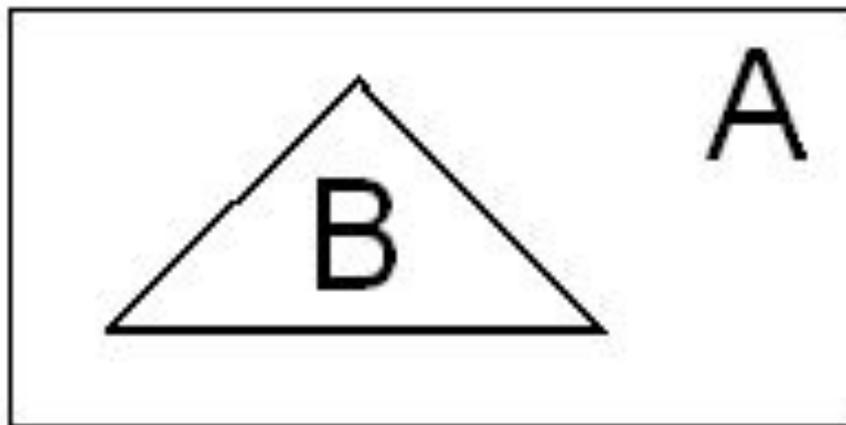
Варианты ответов:

1. Множества A и B не имеют общих элементов.
2. Множества A и B равны.
3. Множество A включает в себя множество B .
4. Множество A есть подмножество множества B .

Ответ: пункт №4.

Задание №3. (Выбрать один вариант ответа)

Пусть **A** и **B** множества, изображенные на рисунке:



Тогда объединением этих множеств является:

Варианты ответов:

1) **B**

2) **A**

3) **$A \setminus B$**

4) **\emptyset**

Ответ: пункт №2. **A**.

Задание №4. (Выбрать один вариант ответа)

Количество комбинаций, которое можно получить путем перестановки букв, входящих в слово «WORD», равно ...

Варианты ответов:

1) 16

2) 20

3) 24

4) 8

Ответ: пункт № 3, т.е. количество перестановок

$$P_4 = 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24.$$

Задание №5. (Выбрать один вариант ответа)

Количество различных двузначных чисел,
которые можно составить из цифр 1, 2, 3, 4
(все цифры различны) равно ...

Варианты ответов:

1) 6

2) 24

3) 4

4) 12

Ответ: пункт №4., т.е. количество размещений

$$A_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 3 \cdot 4 = 12$$

Дидактическая единица. Теория вероятностей.

Задание №7. (Выбрать один вариант ответа)

Игральный кубик бросают один раз. Вероятность того, что на верхней грани выпадет число очков, больше чем три, равна ...

Варианты ответов:

1) $\frac{1}{2}$

2) $\frac{1}{3}$

3) 0

4) 1

Ответ: пункт № 1, т.е. выпадет или 4, или 5, или 6.

Задание №11. (Выбрать один вариант ответа)

В урне находятся шесть шаров: три белых и три черных. Событие A – «вынули белый шар». Событие B – «вынули черный шар». Если опыт состоит в выборе только одного шара, то для этих событий **неверным** будет утверждение...

Варианты ответов:

- 1) «События A и B несовместны»
- 2) «События A и B равновероятны»
- 3) «Событие A невозможно»
- 4) «Вероятность события B равна 0,5»

Ответ: пункт № 3, другие пункты – верные утверждения.

Задание №12. (Выбрать один вариант ответа)

Вероятность наступления некоторого события
не может быть равна ...

Варианты ответов:

1) 0

2) $\frac{1}{2}$

3) 1

4) 2

Ответ: пункт № 4, по свойствам вероятности.