Кафедра математики и моделирования
Старший преподаватель Е.Г. Гусев
Курс «Высшая математика»

Лекция 1.

Тема: Определители и их свойства.

Цель: Рассмотреть понятие определителя и усвоить основные правила его нахождения.

Определителем произвольной матрицы второго порядка

$$\begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix}$$

называется число, которое обозначается Δ

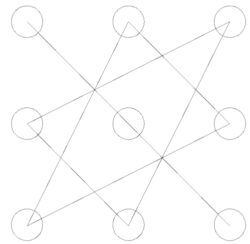
$$\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{vmatrix} = \alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}\alpha_{21}$$

Определителем произвольной квадратной матрицы третьего порядка

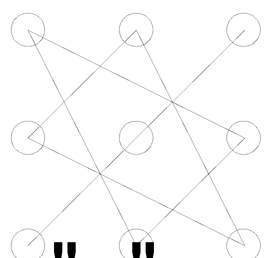
$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix}$$

называется сумма шести слагаемых, каждое из которых представляет собой произведение трех элементов матрицы, выбираемых **по следующему правилу**:

три произведения элементов, стоящих на главной диагонали и в вершинах двух треугольников:



берутся со знаком "+", а три произведения элементов, стоящих на побочной диагонали и в вершинах двух других треугольников:



берутся со знаком "−".

Определитель третьего порядка обозначается так:

$$\begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{vmatrix}$$

Свойства определителей

1. Если поменять местами две строки определителя (два столбца), то получим новый определитель, равный исходному, умноженному на (-1).
2. Определитель, имеющий две равных строки (два равных столбца), равен нулю.
3. Если одну из строк определителя умножить на какое-либо число, то получится определитель, равный исходному, умноженному на это число.
4. Определитель транспонированной матрицы равен определителю исходной матрицы.
5. Если в определителе вместо любой строки записать сумму этой строки и любой другой строки, умноженной на некоторое число, то полученный новый определитель будет равен исходному.

Матрицы и их свойства. Действия над матрицами.

Цель: Рассмотреть понятие матрицы и изучить ее основные свойства.

ВГУЭС

Таблицу, состоящую из n строк и m столбцов называют матрицей.

n x m – называется размерностью матрицы.

Если $m=n$ матрица называется квадратной.

Число n – называется порядком матрицы.

Если $m=n$ матрицу называют прямоугольной.

Матрица, у которой все элементы нули, называется нулевой матрицей и обозначается O.

Матрица с элементами

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i=j; \\ 0, & \text{если } i \neq j, \end{cases}$$

при n=m, называется единичной матрицей и обозначается E.

- Элементы с одинаковым индексом квадратной матрицы образуют главную диагональ матрицы.

- Две матрицы одинаковой размерности называют равными, если равны элементы на одинаковых местах.

Действия над матрицами.

Суммой двух матриц одинаковой размерности
A и B

называется матрица C той же размерности,

элементы которой находятся по формуле:
A+B=C; cij = aij + bij

Чтобы матрицу умножить на число, надо все элементы матрицы умножить на это число,
т.е. α x A

Свойства операций над матрицами.

1)A+B=B+A;

2) (A+B)= A+B, -число;

3) A x B B x A;

4) (A+B) x C= A x C+B x C;

5) A+O=A;

6) A x O=O;

7) A x E=A, E x A=A;

8) Ат – транспонированная; ; (At)t = A;

(A x B)t = Bt x At

9)Аквадрант (n x n) – det A - детерминант А – определитель кв. матрицы ; Det (A x B)=det A x det B

ВГУЭС

Вопросы:

1) В каком случае значение определителя меняет свой знак на противоположный?
2) Если в определителе есть хотя бы одна нулевая строка (столбец), то чему он равен?
3) Назовите условия умножения матриц.