Оптимальная математика

Презентация учащихся 11 класса

Седых П.
Комкова В.
Склейнова А.

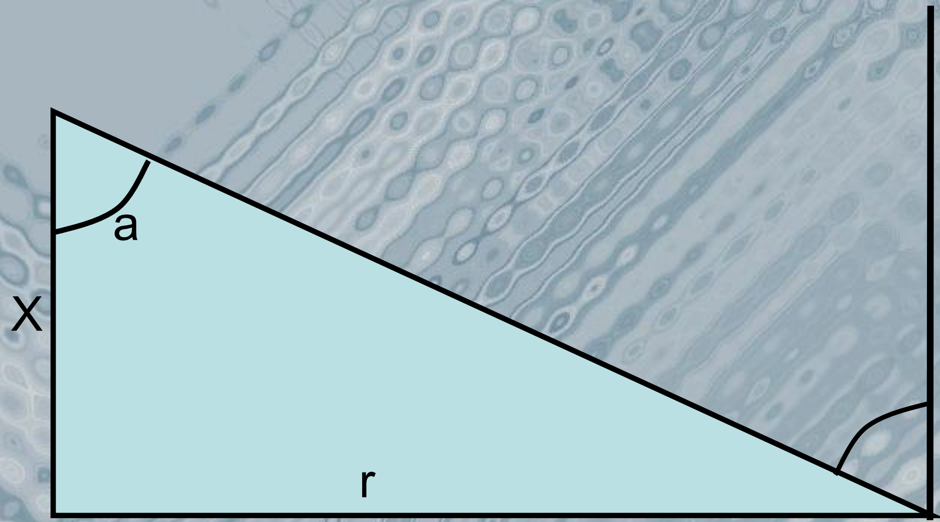
Цели работы:

- познакомиться с проблемой;
- проанализировать ситуацию с целью создания ее математической модели;
- провести опрос среди учащихся с целью выдвижения гипотезы;
- обработать результаты опроса;
- проверить выдвинутую гипотезу с помощью математических вычислений;
- осмыслить полученный результат в рамках решения поставленной проблемы;

Проблема – задача

- На какой высоте нужно установить фонари, чтобы как можно лучше осветить улицу, если расстояние между соседними фонарями 30м?

Математическая модель задачи



X – искомая высота фонаря;

r – половина расстояния между соседними фонарями;

a – угол падения светового луча.

Необходимо сконструировать функцию и исследовать ее на наибольшее значение с помощью аппарата производной.

Опрос учащихся

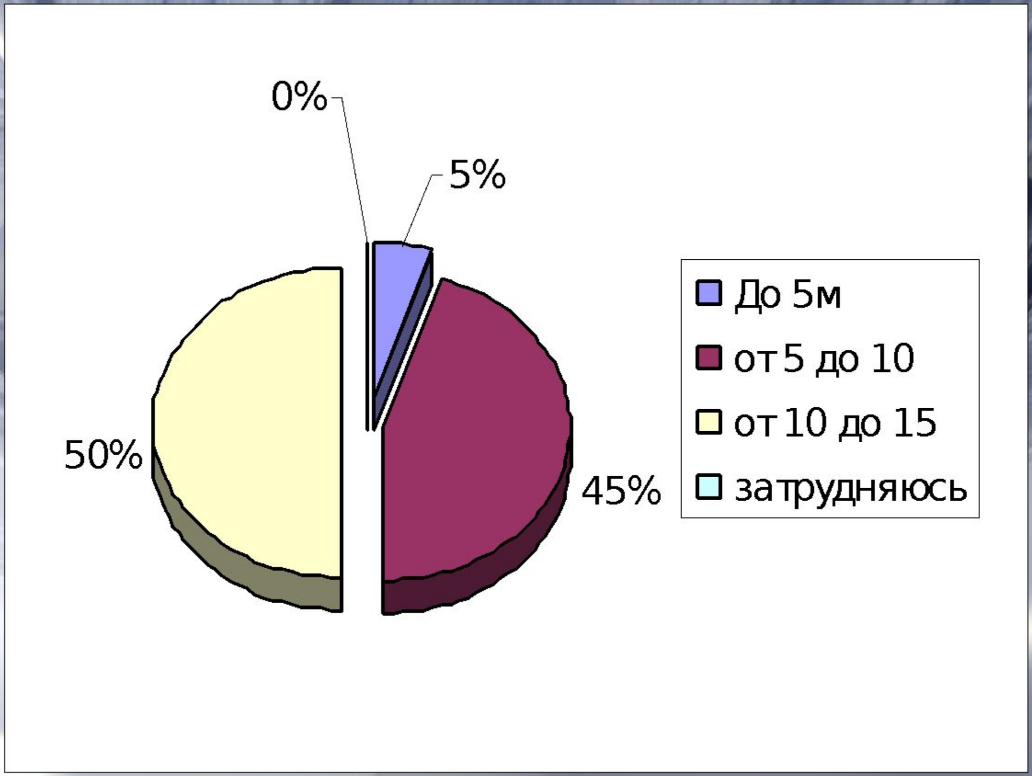
На какой высоте надо установить фонари?

- До 5 метров;
- От 5 до 10 метров;
- От 10 до 15 метров;
- Затрудняюсь ответить

	До 5 метров	От 5 до 10 м	От 10 до 15 метров	Затруд-няюсь ответить
Количество ответов	2	18	20	0
Процент от общего кол-ва опрошенных	5%	45%	50%	0%

Всего опрошено: 40 человек

Результаты опроса (диаграмма)

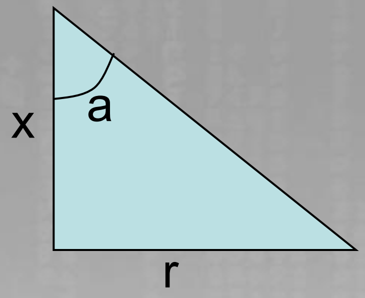


Гипотеза

Таким образом по результатам опроса выдвигается гипотеза:

ф**онари надо установить на высоте от 10 до 15 метров.**

Проверка гипотезы.



Из курса физики известно, что освещенность плоскости обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника света и прямо пропорциональна косинусу угла падения а:

$$\int f(x) = \frac{(k\cos\alpha)}{(x^2+r^2)} \; ; \; \cos\alpha = \frac{x}{\sqrt{r^2+x^2}}$$

$$f(x) = \frac{kx}{(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Исследуем функцию f на наибольшее значение

Решение задачи внутри математической модели

1. Находим производную данной функции:

$$f'(x)=\frac{k(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}-\frac{3}{2}(x^2+r^2)^{\frac{1}{2}}\cdot 2x\cdot kx}{(x^2+r^2)^3}=$$

$$f(x)=\frac{k(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}-\dfrac{3}{2}(x^2+r^2)^{\frac{1}{2}}\cdot 2x\cdot kx}{(x^2+r^2)^3}=$$

$$=\frac{k(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}-3kx^2(x^2+r^2)^{\frac{1}{2}}}{(x^2+r^2)^3}$$

$$=\frac{k(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}-3kx^2(x^2+r^2)^{\frac{1}{2}}}{(x^2+r^2)^3}$$

2. Разделим числитель и знаменатель дроби на x^2+r^2

$$f'(x)=\frac{k(x^2+r^2)^{\frac{1}{2}}-\dfrac{3kx^2}{(x^2+r^2)^{\frac{1}{2}}}}{(x^2+r^2)^2}=\frac{\dfrac{k(x^2+r^2)-2kx^2}{(x^2+r^2)^{\frac{1}{2}}}}{(x^2+r^2)^2}=$$

$$=\frac{k(x^2+r^2)-3kx^2}{(x^2+r^2)^{2,5}}=\frac{k(x^2+r^2-3x^2)}{(x^2+r^2)^{2,5}}=\frac{k(r^2-2x^2)}{(x^2+r^2)^{2,5}}$$

3. Найдем критические точки функции

$$f'(x)=0 \qquad \Rightarrow \qquad r=2x^2\ ; \qquad x=\frac{r}{\sqrt{2}}\approx 0.7r$$

Вывод

- Фонари на улице, если расстояние между ними 30м (r = 15), целесообразно установить на высоте
15 * 0.7 = 10,5 (м)

Гипотеза подтвердилась.

Использованные источники

- Учебник алгебры и начала анализа для 10-11 классов п/р А.Н. Колмогорова Москва, «Просвещение», 2000г.
- В.А. Далингер «Методика реализации внутрепредметных связей при обучении математике» Москва, «Просвещение» 1991г.
- П. Токарева «Изучение производной в 10 классе» Газета «Математика» №2 2000г.
- Учебник алгебры и начала анализа для 10-11 классов п/р «Алимова» Москва «Просвещение» 1993г.
- Н. Муратова «Применение производной» газета «Математика» №24, 2005г.