ОРГАНИЗАЦИЯ ПОИСКОВОЙ И РЕФЛЕКСИВНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ ПРИ РЕШЕНИИ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Директор гимназии № 3, Заслуженный учитель России *Т.Ю.Пупанова*,

доктор педагогических наук. заведующий кафедрой МОМ и ИТ *И.Е. Малова*,

Брянск, 2010

Задание 1

1) Изобразите фигуры, участвующие в задаче, и нанесите на рисунок все данные: *Хорда AB и диаметр MN одной и той же окружности не пересекаются, а точка пересечения прямых AM и BN равноудалена от концов хорды AB на расстояние 3. Найдите радиус окружности, если* $\angle ANM = 30°$ (С.89, вариант 1, С4).

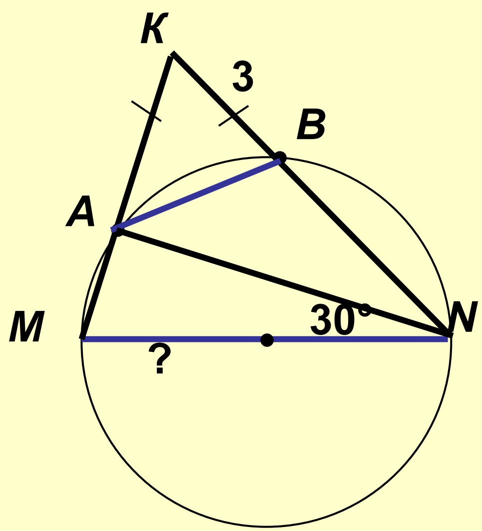


Рис.1 *а*

Попробуйте в течение 5 минут обнаружить способ решения задачи

Получилось!

Почему?

Не получилось…

Что делать?

2) Ответьте на вопросы: “Какие фигуры образовались на чертеже?”, “Что о них известно?”, “Что можно найти по данным задачи?”, заполнив схему 1. Нанесите обнаруженные данные на рисунок

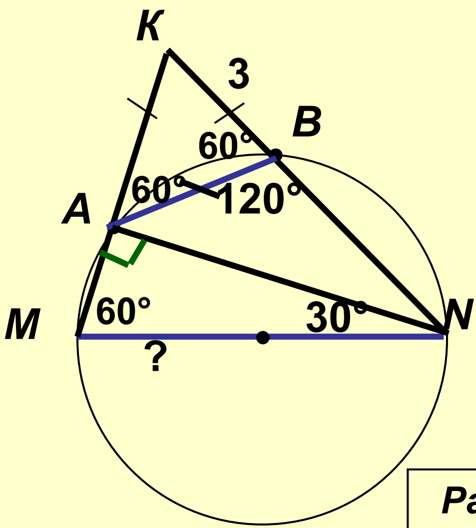


Рис.1 *а*

Какие фигуры образовались на чертеже?

- *Δ АКВ* → *Равноб, КВ = 3*
- *Δ МАN* → *Прям-й, ∠А = 90°, ∠N = 30°*
- *Вписанные углы ∠АNМ, ∠АВN, …* → *∠АNМ = 30°, ∠АВN = =½ ∪АМN*
- *Секущие КМ и КN* → *∠АКN = =½ (∪МN – ∪АВ)*

Что известно о данных фигурах?

Что можно найти по данным задачи?

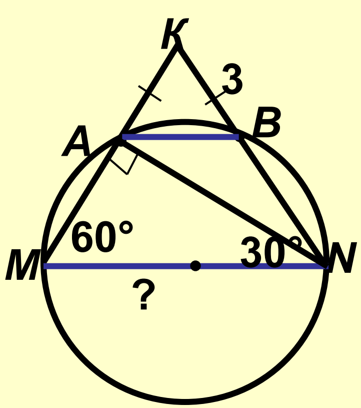
∠АМN = 60°,
АМ = ½ МN

АВ | | МN ⇒

∪АМ = 60°,
∠АВN = ½ (60° + 180) = 120°

Перестроить чертеж

Схема 1



Составьте план решения задачи

тема

Рассмотрите еще один способ доказательства того, что треугольник MKN – равносторонний.

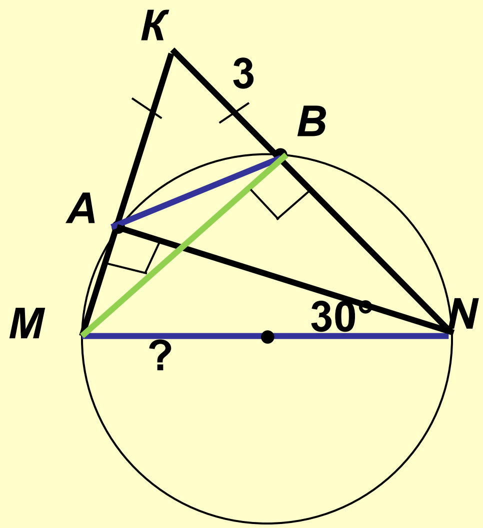


Рис.1 *а*

В **Δ MKN проведена высота NA. Из соображений симметрии, выполним дополнительное построение, соединив точки М и В.**

Аналогично тому, что NA высота, можно доказать, что МВ – высота Δ MKN.
Из планиметрии известно, что треугольник, образованный основаниями двух высот остроугольного треугольника и его вершиной, подобен данному. Значит, Δ MKN подобен ΔАКВ. По условию ΔАКВ равнобедренный, значит, Δ MKN – равнобедренный. Но в Δ MKN угол AMN = 60^0, значит, Δ MKN – равносторонний.

Задание 2

1). Изобразите фигуры, участвующие в задаче, и нанесите на рисунок все данные: ***Четырехугольник MNPK вписан в окружность, его диагонали пересекаются в точке A. Найдите AP, если NP = 6; MA = 9 и MP – биссектриса угла NMK и в четырехугольник MNPK можно вписать окружность*** **(С.96, вариант 4, С4)**

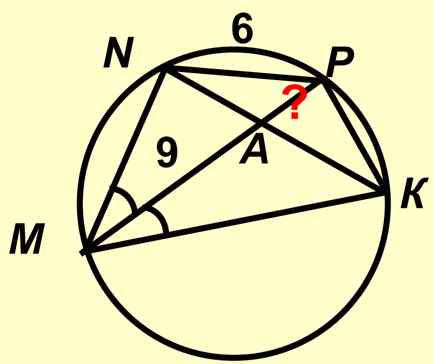


Рис.2 *а*

Попробуйте в течение 5 минут обнаружить способ решения задачи

Получилось!

Почему?

Не получилось…

Что делать?

Проанализируем способ организации поиска

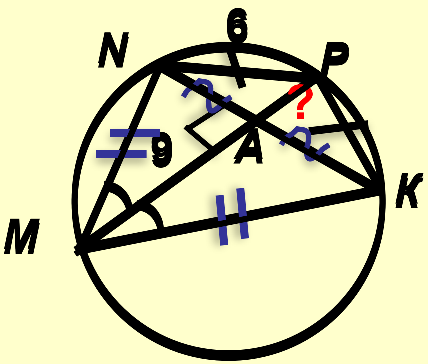


Рис. 2б

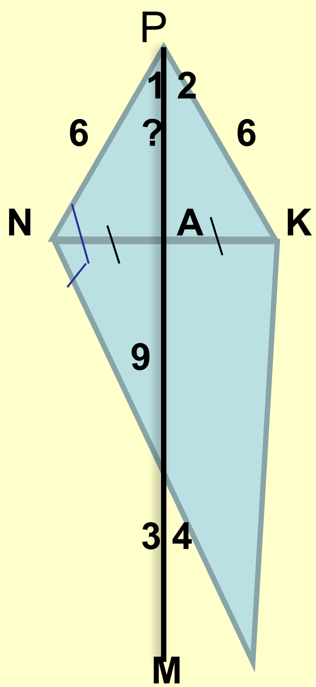


Рис. ***2 в***

Условие	Что можно узнать из данного условия?	Что можно узнать из полученного условия?
1.Четырехугольник MNPK можно вписать в окружность	**5.Суммы противополож-ных углов равны 180^0**	**13. Учитывая условие 12,** ***$\angle 1 + \angle 3 = 90^0$, значит, $\angle N = 90^0$***
2. Диагонали пересекаются в точке А	**6. Можно использовать свойство секущих: NA·AK = MA·AP**	
3. MP – биссектриса угла NMK	**7. $\smile NP = \smile PK$**	**10. NP = PK(равные дуги стягивают равные хорды), PK = 6, ΔNPK - равнобедренный**
	8. Можно использовать свойство биссектр. Δ MNK: NA:AK= MN: MK	
4. В четырехугольник можно вписать окружность	**9. Можно использовать свойство описанного четырехугольника: NP + MK = MN + PK**	**11. Учитывая усл.10, MK = MN,Δ MNK- равнобедренный.** **12. Учитывая усл. 3, MA – высота и медиана Δ MNK. Надо изменить рис.**

Задание 3

1). **Изобразите фигуры**, участвующие в задаче, и **нанесите на рисунок <u>все</u> данные**: *В треугольнике ABC проведена медиана AM. Известно, что AB = 7, AC = 5, AM = 2. Чему равны площади частей, на которые медиана делит треугольник?* (С.103, вариант 7, С4).

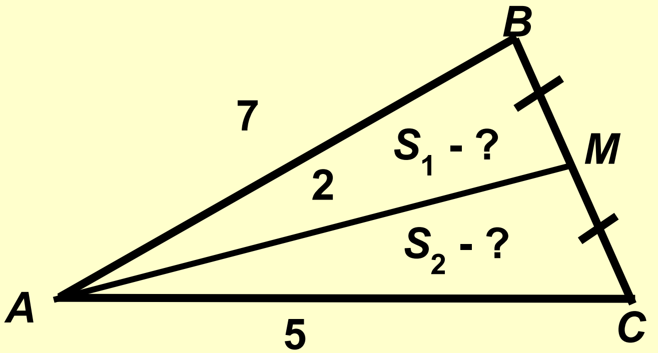


Рис. 3 *а*

Попробуйте в течение 5 минут обнаружить способ решения задачи

Получилось!

Не получилось…

Почему?

Что делать?

Проанализируем способ организации поиска

В треугольнике АВС проведена медиана АМ. Известно, что АВ = 7, АС = 5, АМ = 2. Чему равны площади частей, на которые медиана делит треугольник? **(С.103, вариант 7, С4).**

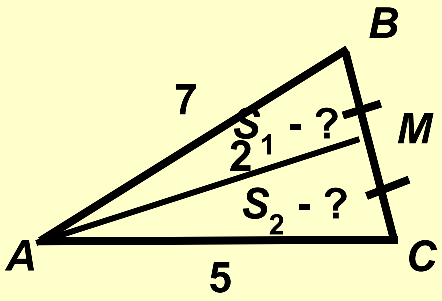


Рис. 3 *а*

Вопросы	**Ответы**
Что нужно знать, чтобы **найти площади частей, на которые медиана делит треугольник?**	Нужно **знать площадь всего треугольника**, т.к. части, на которые медиана делит тр-к, равновелики
Что нужно знать, чтобы **найти площадь всего треугольника,** зная две его стороны?	Нужно знать **длину третьей стороны** или **угол между ними**.
Подзадачи	

1. Зная две стороны и медиану, проведенную к третьей стороне, **найти третью сторону**.
2. Зная три стороны треугольника, **найдите его площадь.**
3. Зная площадь треугольника, найти **площади частей, на которые делит медиана треугольник,** учитывая, что части равновелики.

1

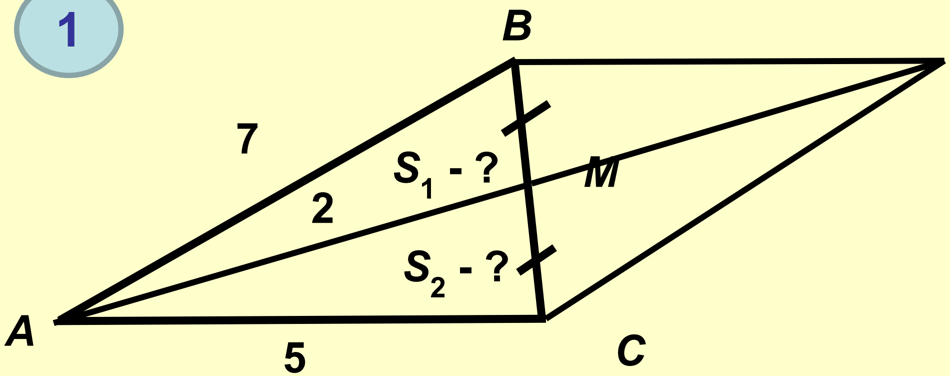


Рис. 3 *а*

Стандартное дополнительное построение: продолжить медиану на свою длину

Сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов всех его сторон

2

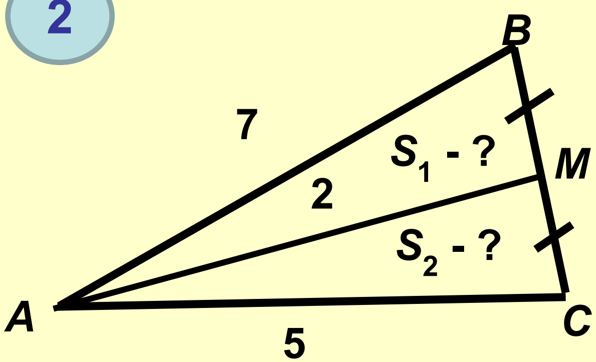


Рис. 3 *а*

Длина медианы: $m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}$

3

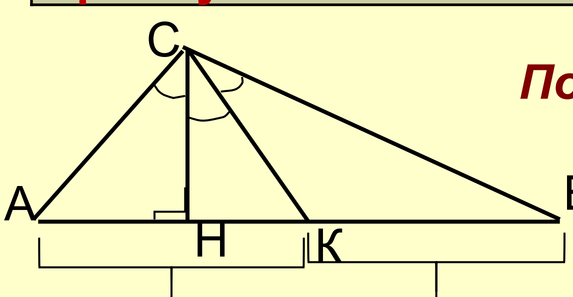
Задание 4

1). Прочитайте задачу: ***В треугольнике АВС высота СН и медиана СК делят угол АСВ на три равных угла. Длина отрезка СО, где О – центр вписанной окружности, равна*** $\frac{3\sqrt{6}}{3+\sqrt{3}}$ ***. Найдите площадь треугольника АВС.*** **(С.119, вариант 13, С4).**

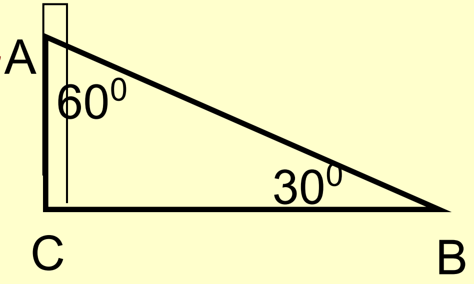
Поскольку величина $\frac{3\sqrt{6}}{3+\sqrt{3}}$ **не является привычной, обозначьте ее какой-нибудь буквой и временно отбросьте. Изобразите фигуры, участвующие в задаче без этой величины, и нанесите на рисунок оставшиеся данные. Выясните свойства треугольника, у которого высота и медиана, проведенные из одной и той же вершины треугольника, делят его угол на три равные части (№349, уч-к Л.С.Атанасян, 7 – 9 кл), отвечая на вопросы: “Какие фигуры образовались на чертеже?”, “Что о них известно?”, “Что можно узнать по данным задачи?”, “Что можно узнать по полученным условиям?”. (Вопросы и ответы занесите в таблицу).**

В треугольнике АВС высота СН и медиана СК делят угол АСВ на три равных угла. Длина отрезка СО, где О – центр вписанной окружности, равна $\frac{3\sqrt{6}}{3+\sqrt{3}}$. Найдите площадь треугольника АВС.

Какие фигуры образовались на чертеже?	Что о них известно? Что можно узнать?	Что можно узнать по полученным данным?
∆ АСК	1. СН – биссектриса и высота	2. ∆ АСК- равнобедренный, СН - медиана
∆ НСВ	3. ∆НСВ – прямоугольный, СК – биссектриса; КВ в два раза больше КН	4. Можно исп. св-во биссектрисы. Тогда СВ в 2 раза больше СН, значит, *∠СВН = 30^0* 5. Тогда *∠НСВ = 60^0,а, значит, ∠НСК = ∠КСВ = 30^0* 6. Тогда *∠АСВ = 90^0, т.е.∆ АСВ- прямоугольный*
Вывод: если в треугольнике высота и медиана, проведенные из одной вершины, делят угол на три равные части, то…**треугольник является прямоугольным и в нем острые углы 30^0 и 60^0.**		



Попробуйте обнаружить способ решения задачи



В треугольнике ABC высота CH и медиана CK делят угол ABC на три равных угла. Длина отрезка CO, где O – центр вписанной окружности, равна $\frac{3\sqrt{6}}{3+\sqrt{3}}$. Найдите площадь треугольника ABC.

3) Используя рисунок 4 *в*, нанесите на чертеж условие: *длина отрезка CO, где O – центр вписанной окружности, равна a=* $\frac{3\sqrt{6}}{3+\sqrt{3}}$, выполните *стандартное* дополнительное построение: центр вписанной в треугольник окружности соедините с точками касания. Определите фигуры, которые образовались, выясните, что о них известно, что можно узнать по полученным данным, заполнив таблицу 7.

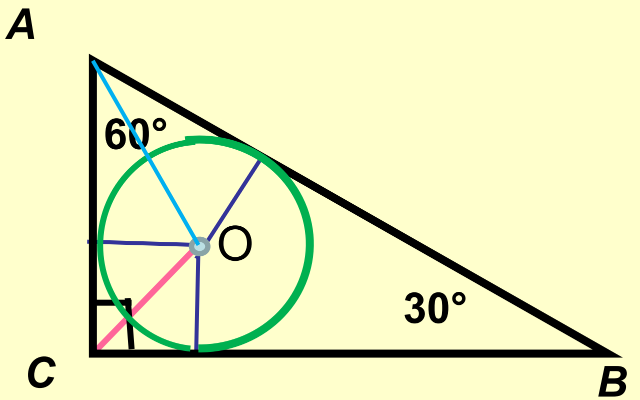


Рис. 4 *в*

Какие фигуры образовались на чертеже?	Что о них известно? Что можно узнать?

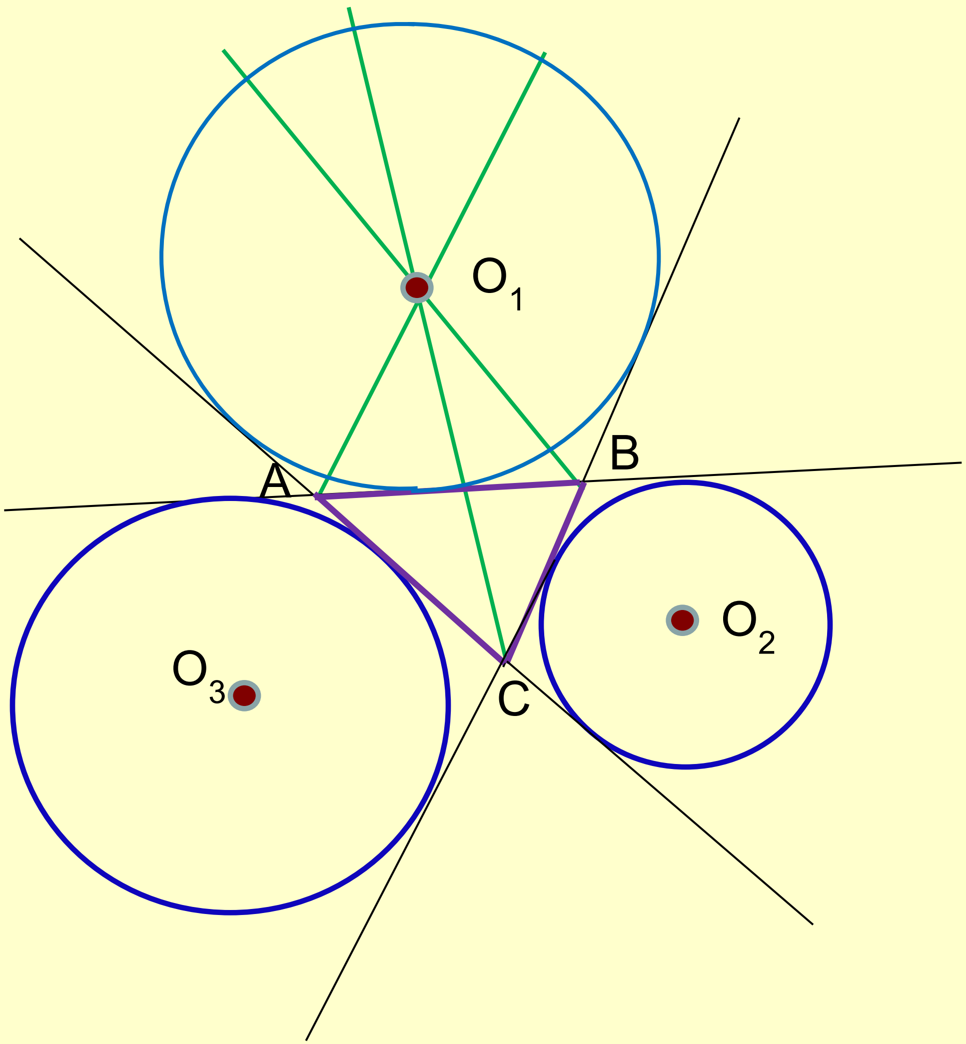
Задачи про вневписанную окружность

Учитель высшей категории СОШ №3
г. Стародуба ***И.А. Коваленко***

г.Стародуб

2010

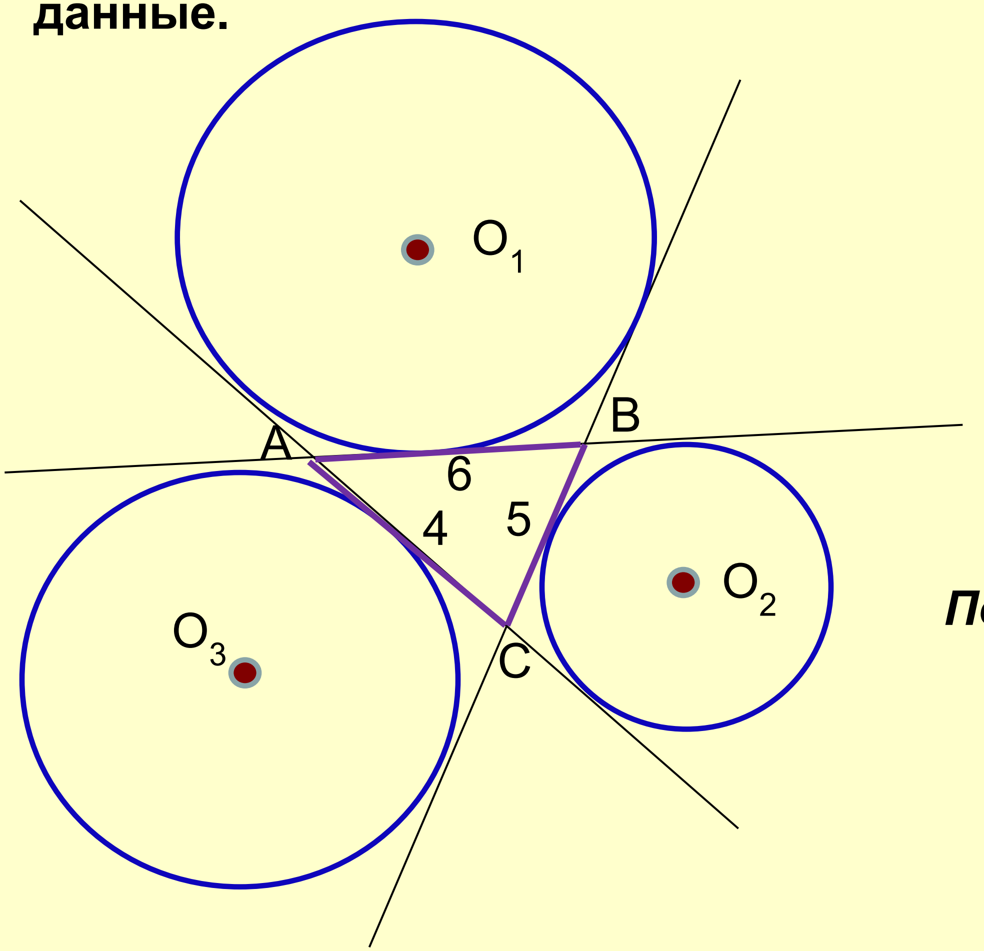
Определение. ***Окружность, касающаяся одной стороны треугольника и продолжений двух других его сторон, называется вневписанной.***



Теорема. ***Центр вневписанной окружности лежит на пересечении биссектрис внешних углов при вершинах касаемой стороны и биссектрисы угла при третьей вершине.***

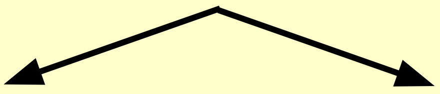
Задание5

1. Прочитайте задачу. Найдите произведение радиусов вневписанных окружностей треугольника со сторонами 4, 5, 6. (с.125, вариант 15, С4). Изобразите фигуры, участвующие в задаче, и нанесите на рисунок все данные.



Проверьте, все ли данные нанесены на чертеж

Попробуйте в течение 5 минут обнаружить способ решения задачи



Получилось! — **Почему?**

Не получилось… — **Что делать?**

Задание5

1. Прочитайте задачу. Найдите произведение радиусов вневписанных окружностей треугольника со сторонами 4,5,6. (с.125, вариант 15, С4)

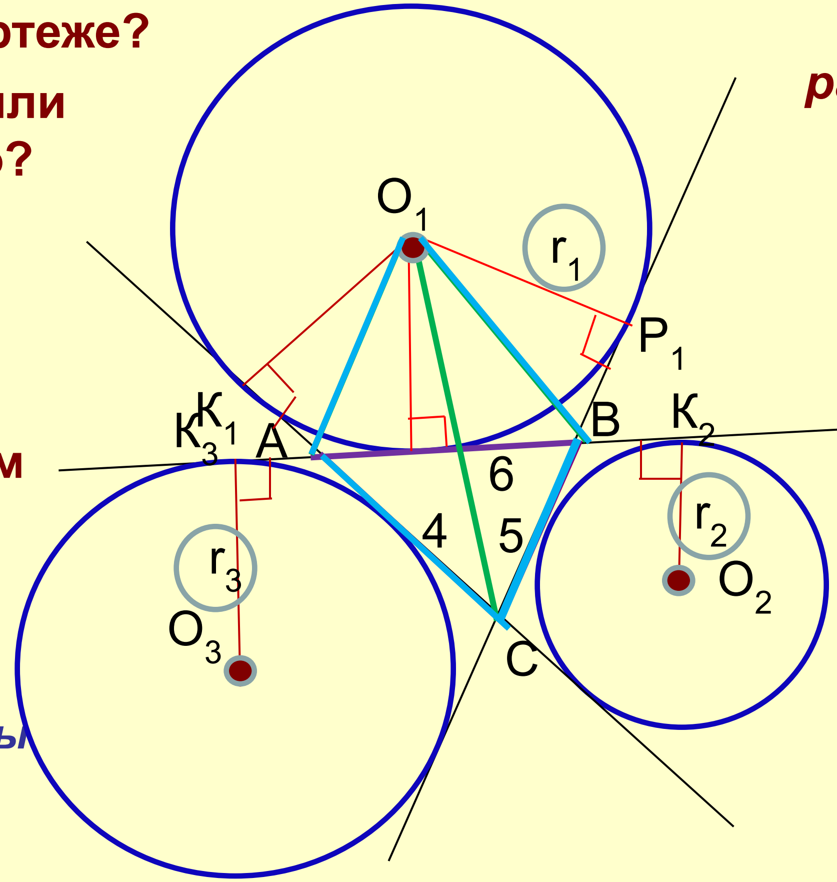
Какие фигуры образовались на чертеже?

Что о них известно или может быть найдено?

Достаточно ли в них данных, чтобы провести вычисления?

Как поступают в этом случае?

Составить уравнение помогает прием: ***выразить площадь одной и той же фигуры двумя способами***



Данные задачи расположены разрозненно, поэтому выполняют дополнительные построения

План:

1. Выразить S AO_1BC как сумму верхнего и нижнего тр-ка и как сумму левого и правого тр-ка ⇒ r_1.

2. Найти анал-но r_2 и r_3.

3. Ответить на вопрос задачи

Площадь какой фигуры можно выразить двумя способами?

Выполните *еще одно стандартное* дополнительное построение: центр вписанной (вневписанной) в треугольник окружности соедините с точками касания.

Выполните *стандартное* дополнительное построение: центр вписанной (вневписанной) в треугольник окружности соедините с вершинами треугольника.

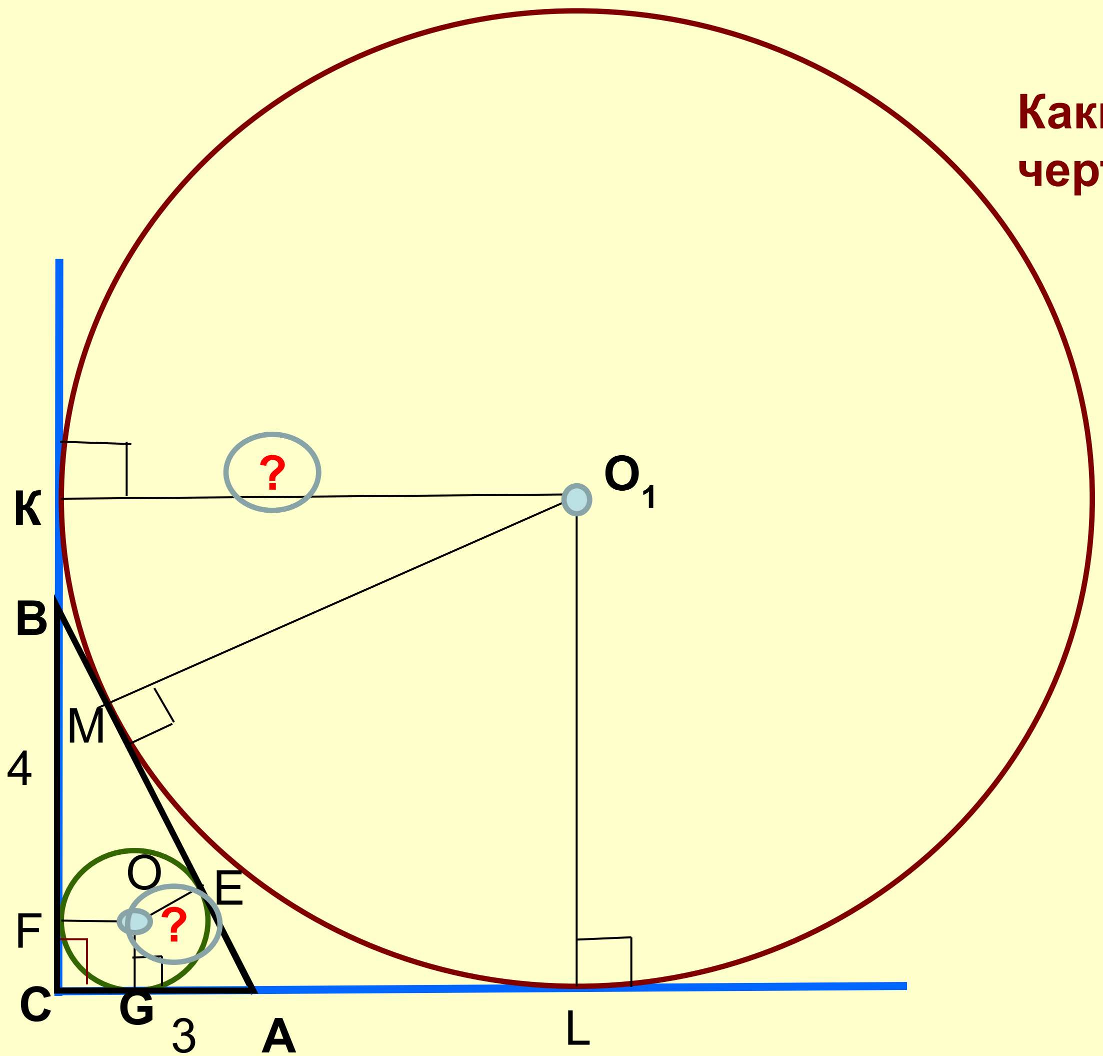
Составьте план решения задачи

Задание 6

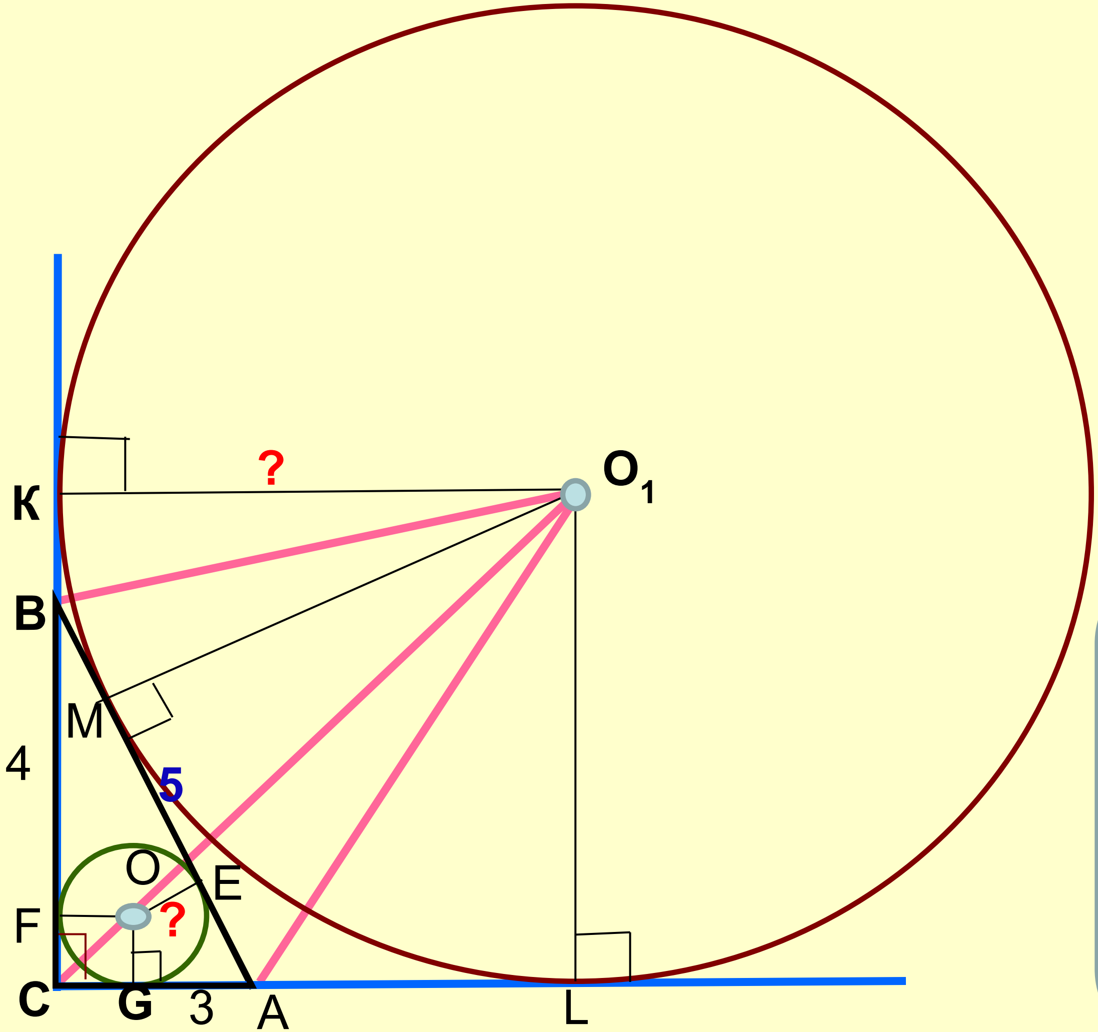
Прочитайте задачу: ***Прямая отсекает от сторон прямого угла отрезки 3 и 4. Найдите радиус окружности, касающейся этой прямой и сторон угла.*** **Изобразите фигуры, участвующие в задаче, и нанесите на рисунок все данные.**

Сравните свой рисунок с предложенным

Какие фигуры образовались на чертеже?



Случай 1 Случай 2



Фигура	Что о них известно? Что можно узнать?	Что можно узнать по полученным данным?
Δ ABC	1. Прямоугольный, $<C = 90^0$, AC=3,BC=4	4. AB = 5 по теореме Пифагора 5. Учитывая 4. S_{ABC}; p
Окр. (O_1; r =O_1K)	2.Вписанная в Δ ABC. 3.Формула связи между площадью тр-ка и радиусом вписанной окр.	6. Учитывая 3 и 5, $r = S_{\Delta}/p$

Данные задачи расположены разрозненно, поэтому выполняют стандартные дополнительные построения

Достаточно ли данных, чтобы провести вычисления?

Как поступают в этом случае?

Составить уравнение помогает метод площадей: выразить площадь известного треугольника как сумму или разность площадей нескольких треугольников, основаниями которых являются стороны известного треугольника

План решения задачи

Составьте план решения задачи

1. Найти площадь и полупериметр тр-ка ABC ⇒ радиус вписанной окружности.
2. Используя метод площадей, найти радиус вневписанной окружности.
3. Ответить на вопрос задачи.