

ОРГАНИЗАЦИЯ ПОИСКОВОЙ И РЕФЛЕКСИВНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ ПРИ РЕШЕНИИ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Директор гимназии № 3, Заслуженный учитель
России *Т.Ю.Пупанова,*

доктор педагогических наук. заведующий
кафедрой МОМ и ИТ *И.Е. Малова,*

Брянск, 2010

Задание 1

1) Изобразите фигуры, участвующие в задаче, и нанесите на рисунок все данные: *Хорда AB и диаметр MN одной и той же окружности не пересекаются, а точка пересечения прямых AM и BN равноудалена от концов хорды AB на расстояние 3. Найдите радиус окружности, если $\angle ANM = 30^\circ$* (С.89, вариант 1, С4).

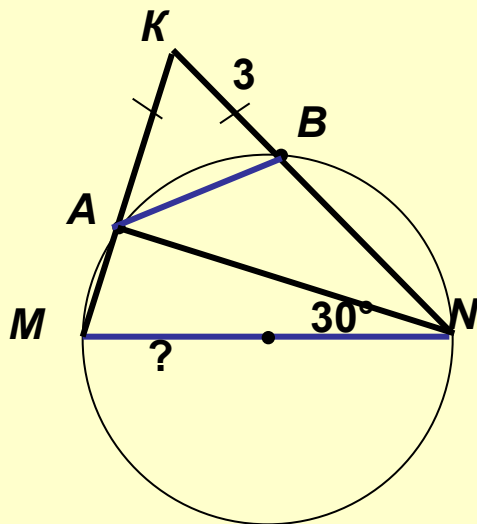


Рис.1 а

*Попробуйте в течение 5 минут
обнаружить способ решения
задачи*

Получилось!

Не получилось...



Почему?



Что делать?

2) Ответьте на вопросы: “Какие фигуры образовались на чертеже?”, “Что о них известно?”, “Что можно найти по данным задачи?”, заполнив схему 1. Нанесите обнаруженные данные на рисунок

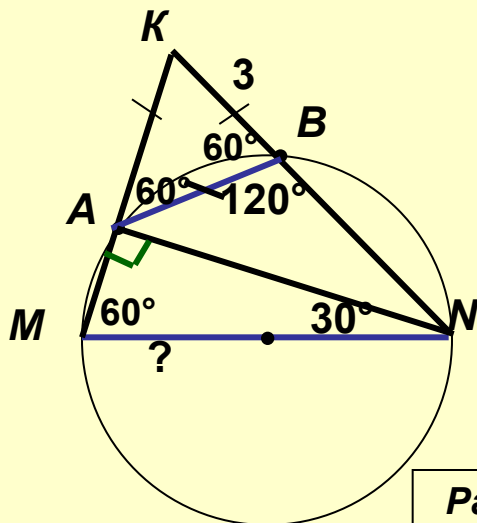


Рис.1 а

Какие фигуры образовались на чертеже?

$\Delta АКВ$

$\Delta МАН$

Вписанные углы
 $\angle ANM, \angle ABN, \dots$

Секущие KM и KN

Что известно о данных фигурах?

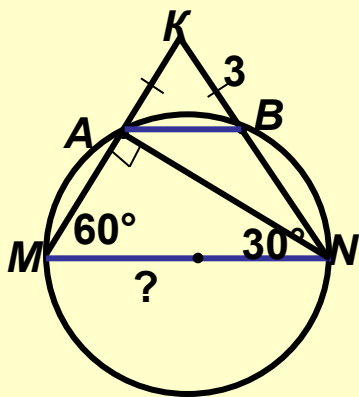
Равноб, $KB = 3$

Прям-й, $\angle A = 90^\circ$, $\angle N = 30^\circ$

$\angle ANM = 30^\circ$, $\angle ABN = \frac{1}{2} \angle AMN$

$\angle AKN = \frac{1}{2} (\angle UMN - \angle UAB)$

Что можно найти по данным задачи?



$\angle AMN = 60^\circ$, $\angle UAM = 60^\circ$,
 $AM = \frac{1}{2} MN$, $\angle ABN = \frac{1}{2} (60^\circ + 180) = 120^\circ$
 $AB \parallel MN \Rightarrow$ **Перестроить чертеж**

Схема 1

Составьте план решения задачи

[тема](#)

Рассмотрите еще один способ доказательства того, что треугольник MKN – равносторонний.

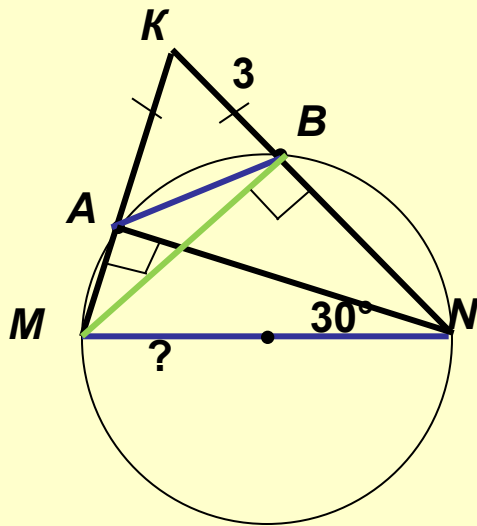


Рис.1 а

В $\triangle MKN$ проведена высота NA . Из соображений симметрии, выполним дополнительное построение, соединив точки M и B .

Аналогично тому, что NA высота, можно доказать, что MB – высота $\triangle MKN$. Из планиметрии известно, что треугольник, образованный основаниями двух высот остроугольного треугольника и его вершиной, подобен данному. Значит, $\triangle MKN$ подобен $\triangle АКВ$. По условию $\triangle АКВ$ равнобедренный, значит, $\triangle MKN$ – равнобедренный. Но в $\triangle MKN$ угол $AMN = 60^\circ$, значит, $\triangle MKN$ – равносторонний.

Задание 2

1). Изобразите фигуры, участвующие в задаче, и нанесите на рисунок все данные: Четырехугольник $MNPK$ вписан в окружность, его диагонали пересекаются в точке A . Найдите AP , если $NP = 6$; $MA = 9$ и MP – биссектриса угла NMK и в четырехугольник $MNPK$ можно вписать окружность (С.96, вариант 4, С4)

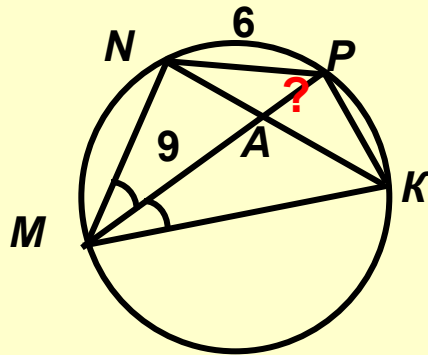


Рис.2 а

Попробуйте в течение 5 минут
обнаружить способ решения
задачи

Получилось!

Не получилось...

Почему?

Что делать?

Проанализируем способ организации
поиска

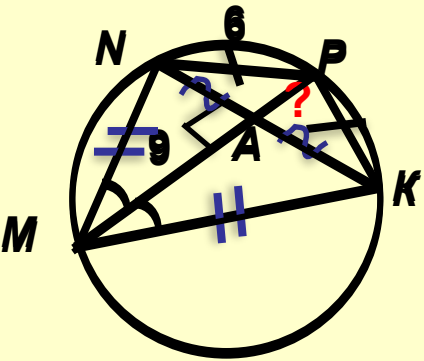


Рис. 2б

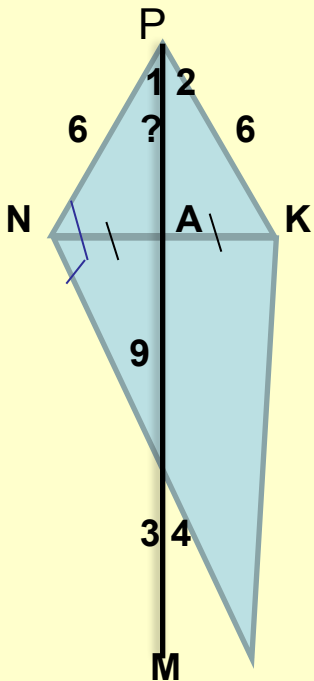


Рис. 2 в

| Условие | Что можно узнать из данного условия? | Что можно узнать из полученного условия? |
|--|---|--|
| 1. Четырехугольник MNPK можно вписать в окружность | 5. Суммы противоположных углов равны 180° | 13. Учитывая условие 12, $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$, значит, $\angle N = 90^\circ$ |
| 2. Диагонали пересекаются в точке A | 6. Можно использовать свойство секущих: $NA \cdot AK = MA \cdot AP$ | |
| 3. MP – биссектриса угла NMK | 7. $NP = PK$ | 10. $NP = PK$ (равные дуги стягивают равные хорды), $PK = 6$, $\triangle NPK$ – равнобедренный |
| | 8. Можно использовать свойство биссектр. $\triangle MNK$: $NA : AK = MN : MK$ | |
| 4. В четырехугольник можно вписать окружность | 9. Можно использовать свойство описанного четырехугольника: $NP + MK = MN + PK$ | 11. Учитывая усл. 10, $MK = MN$, $\triangle MNK$ – равнобедренный. 12. Учитывая усл. 3, MA – высота и медиана $\triangle MNK$. Надо изменить рис. |

Задание 3

1). Изобразите фигуры, участвующие в задаче, и нанесите на рисунок **все** данные: В треугольнике ABC проведена медиана AM . Известно, что $AB = 7$, $AC = 5$, $AM = 2$. Чему равны площади частей, на которые медиана делит треугольник? (С.103, вариант 7, С4).

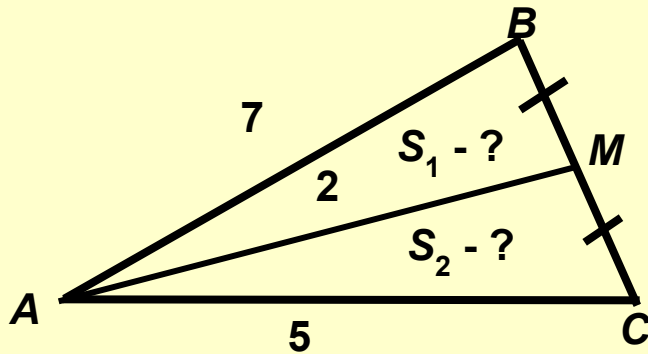


Рис. 3 а

Попробуйте в течение 5 минут
обнаружить способ решения
задачи

Получилось!

Не получилось...

Почему?

Что делать?

Проанализируем способ организации
поиска

В треугольнике ABC проведена медиана AM . Известно, что $AB = 7$, $AC = 5$, $AM = 2$. Чему равны площади частей, на которые медиана делит треугольник? (С.103, вариант 7, С4).

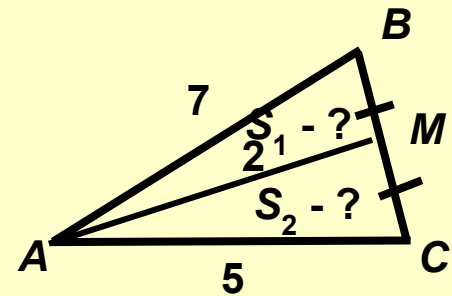


Рис. 3 а

| Вопросы | Ответы |
|---|--|
| Что нужно знать, чтобы найти площади частей, на которые медиана делит треугольник? | Нужно знать площадь всего треугольника , т.к. части, на которые медиана делит тр-к, равновелики |
| Что нужно знать, чтобы найти площадь всего треугольника , зная две его стороны? | Нужно знать длину третьей стороны или угол между ними . |
| Подзадачи | |
| <ol style="list-style-type: none"> Зная две стороны и медиану, проведенную к третьей стороне, найти третью сторону. Зная три стороны треугольника, найдите его площадь. Зная площадь треугольника, найти площади частей, на которые делит медиана треугольник, учитывая, что части равновелики. | |

1

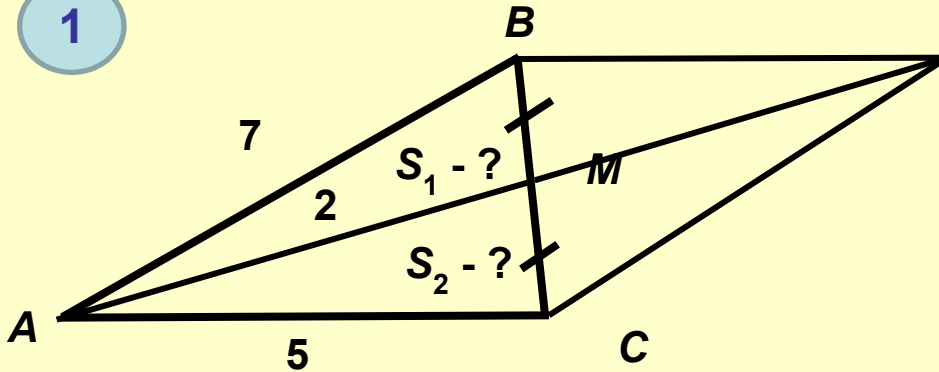


Рис. 3 а

**Стандартное
дополнительное
построение:**
продолжить медиану
на свою длину

Сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов всех его сторон

2

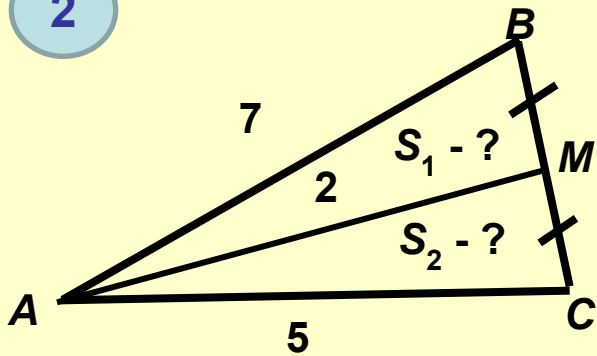


Рис. 3 а

Длина медианы: $m_a = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$

3

Задание 4

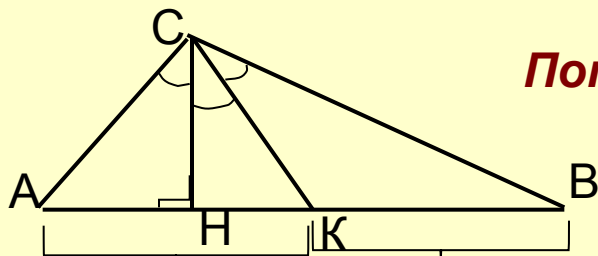
1). Прочитайте задачу: *В треугольнике ABC высота CH и медиана СК делят угол ACB на три равных угла. Длина отрезка CO, где O – центр вписанной окружности, равна $\frac{3\sqrt{6}}{3 + \sqrt{3}}$. Найдите площадь треугольника ABC.* (С.119, вариант 13, С4).

Поскольку величина $\frac{3\sqrt{6}}{3 + \sqrt{3}}$ не является привычной, обозначьте ее какой-нибудь буквой и временно отбросьте. Изобразите фигуры, участвующие в задаче без этой величины, и нанесите на рисунок оставшиеся данные. **Выясните свойства треугольника, у которого высота и медиана, проведенные из одной и той же вершины треугольника, делят его угол на три равные части (№349, уч-к Л.С.Атанасян, 7 – 9 кл), отвечая на вопросы: “Какие фигуры образовались на чертеже?”, “Что о них известно?”, “Что можно узнать по данным задачи?”, “Что можно узнать по полученным условиям?”. (Вопросы и ответы занесите в таблицу).**

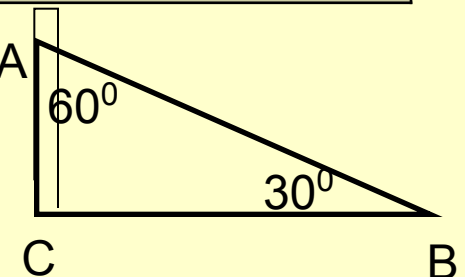
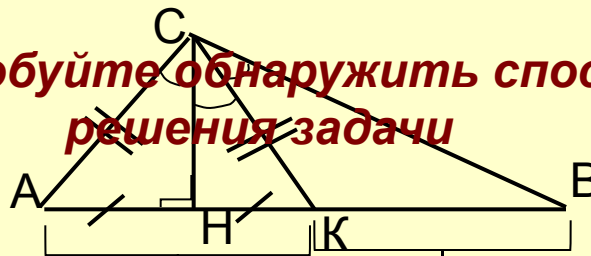
В треугольнике ABC высота CH и медиана СК делят угол ACB на три равных угла. Длина отрезка CO, где O – центр вписанной окружности, равна $\frac{3\sqrt{6}}{3+\sqrt{3}}$. Найдите площадь треугольника ABC.

| Какие фигуры образовались на чертеже? | Что о них известно? Что можно узнать? | Что можно узнать по полученным данным? |
|---------------------------------------|---|---|
| $\triangle ACK$ | 1. CH – биссектриса и высота | 2. $\triangle ACK$ -равнобедренный, CH – медиана |
| $\triangle HCB$ | 3. $\triangle HCB$ – прямоугольный, СК – биссектриса; KB в два раза больше KH | 4. Можно исп. св-во биссектрисы. Тогда CB в 2 раза больше CH, значит, $\angle CBH = 30^\circ$ |
| | | 5. Тогда $\angle HCB = 60^\circ$, а, значит, $\angle HCK = \angle KCB = 30^\circ$ |
| | | 6. Тогда $\angle ACB = 90^\circ$, т.е. $\triangle ACB$ -прямоугольный |

Вывод: если в треугольнике высота и медиана, проведенные из одной вершины, делят угол на три равные части, то **треугольник является прямоугольным и в нем острые углы 30° и 60°** .



Попробуйте обнаружить способ решения задачи



В треугольнике ABC высота CH и медиана СК делят угол ABC на три равных угла. Длина отрезка CO, где O – центр вписанной окружности, равна $\frac{3\sqrt{6}}{3+\sqrt{3}}$. Найдите площадь треугольника ABC.

3) Используя рисунок 4 в, нанесите на чертеж условие: *длина отрезка CO, где O – центр вписанной окружности, равна $a = \frac{3\sqrt{6}}{3+\sqrt{3}}$* , выполните *стандартное* дополнительное построение: *центр вписанной в треугольник окружности соедините с точками касания*. Определите фигуры, которые образовались, выясните, что о них известно, что можно узнать по полученным данным, заполнив таблицу 7.

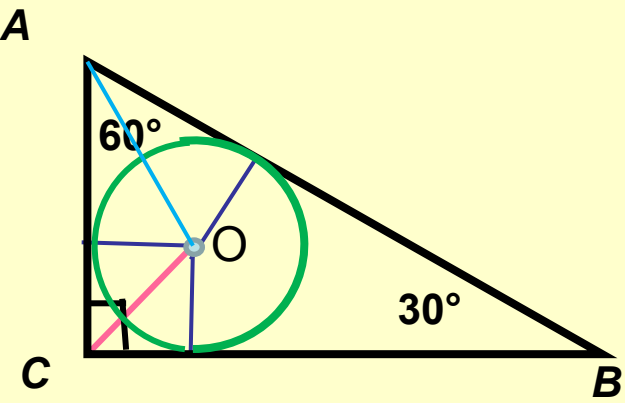


Рис. 4 в

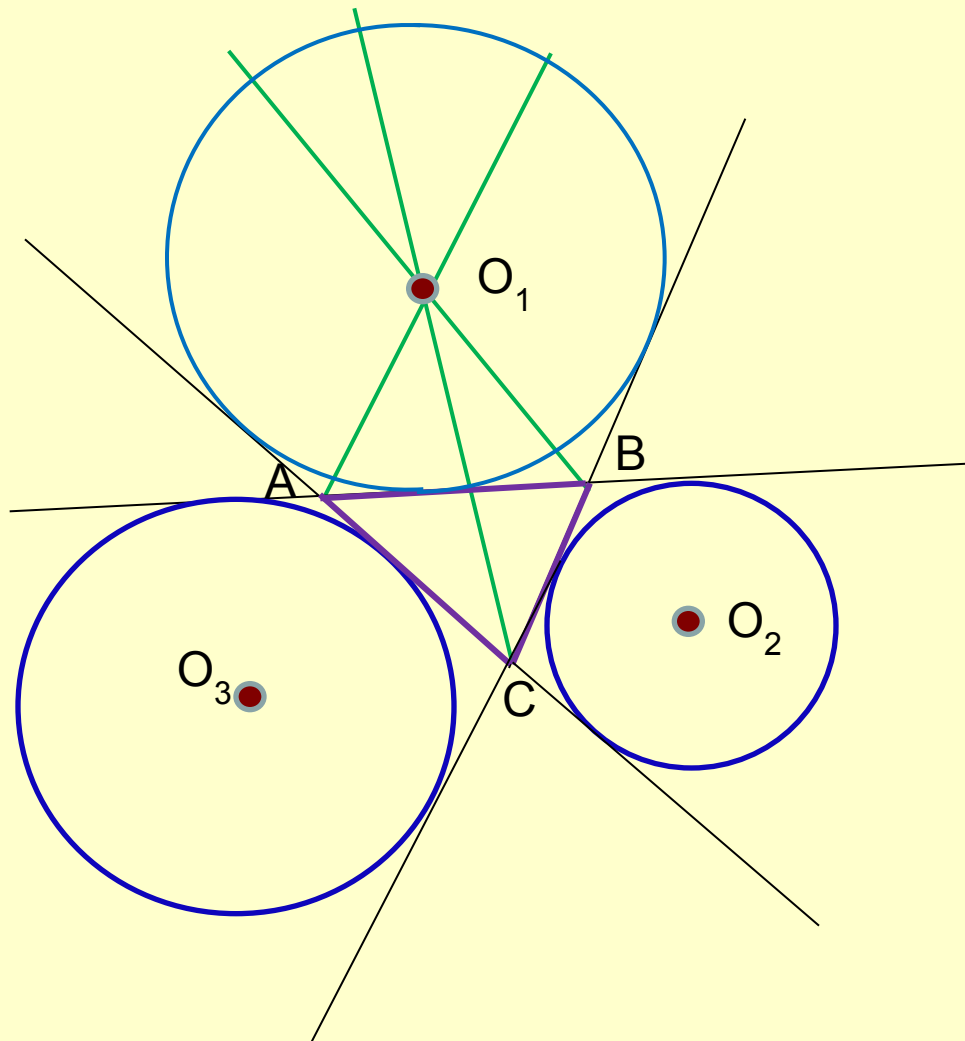
| Какие фигуры образовались на чертеже? | Что о них известно? Что можно узнать? |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| | |
| | |
| | |
| | |

Задачи про вневыписанную окружность

Учитель высшей категории СОШ №3
г. Стародуба *И.А. Коваленко*

г.Стародуб
2010

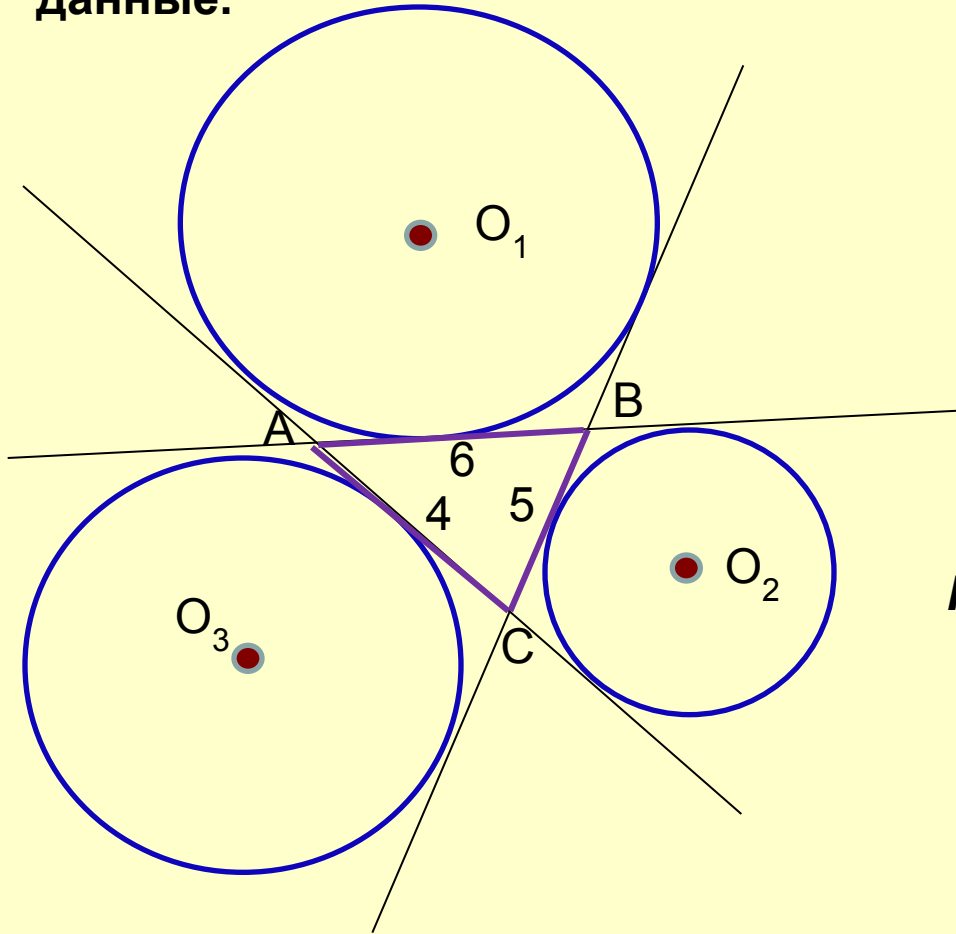
Определение. *Окружность, касающаяся одной стороны треугольника и продолжений двух других его сторон, называется **внеписанной**.*



Теорема. *Центр **внеписанной** окружности лежит на пересечении **биссектрис** **внешних** углов при вершинах касаемой стороны и **биссектрисы** угла при третьей вершине.*

Задание 5

1. Прочитайте задачу. Найдите произведение радиусов **внеписанных окружностей** треугольника со сторонами 4, 5, 6. (с.125, вариант 15, С4). Изобразите фигуры, участвующие в задаче, и нанесите на рисунок все данные.



Проверьте, все ли данные нанесены на чертёж

Попробуйте в течение 5 минут обнаружить способ решения задачи

Получилось!

Не получилось...



Почему?



Что делать?

Задание 5

1. Прочитайте задачу. Найдите произведение радиусов вневписанных окружностей треугольника со сторонами 4,5,6. (с.125, вариант 15, С4)

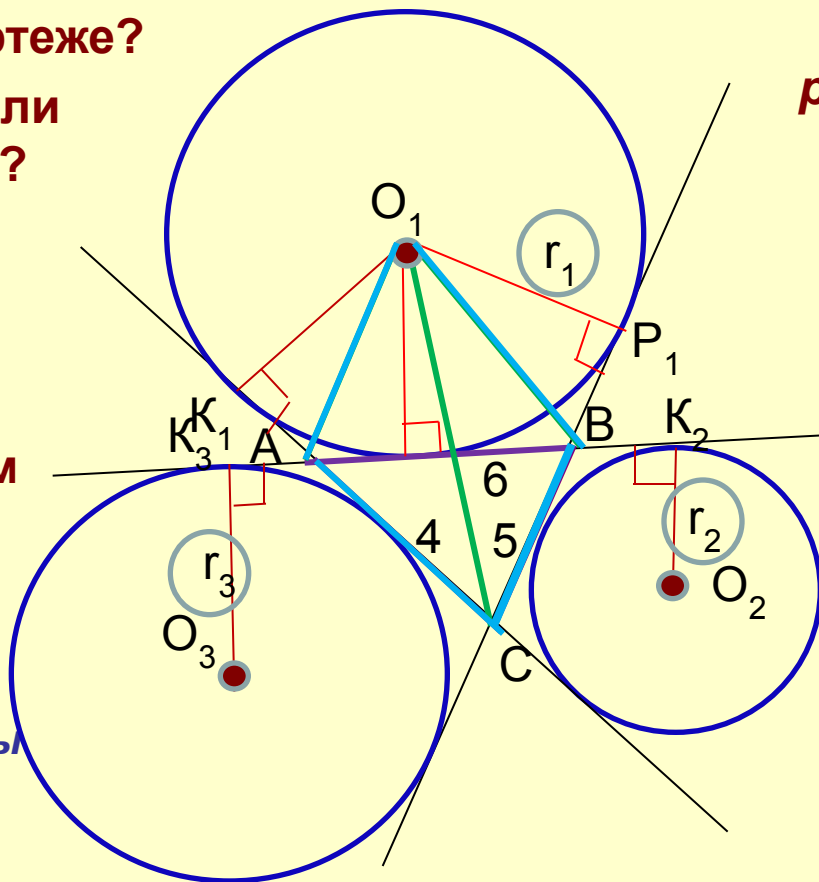
Какие фигуры образовались на чертеже?

Что о них известно или может быть найдено?

Достаточно ли в них данных, чтобы провести вычисления?

Как поступают в этом случае?

Составить уравнение помогает прием: выразить площадь одной и той же фигуры двумя способами



Данные задачи расположены разрозненно, поэтому выполняют дополнительные построения

План:

1. Выразить S_{AO_1BC} как сумму верхнего и нижнего тр-ка и как сумму левого и правого тр-ка $\Rightarrow r_1$.
2. Найти аналогично r_2 и r_3 .
3. Ответить на вопрос задачи

Выполните еще одно стандартное дополнительное построение: центра вписанной (вневписанной) окружности соедините с вершинами треугольника. Составьте план решения задачи

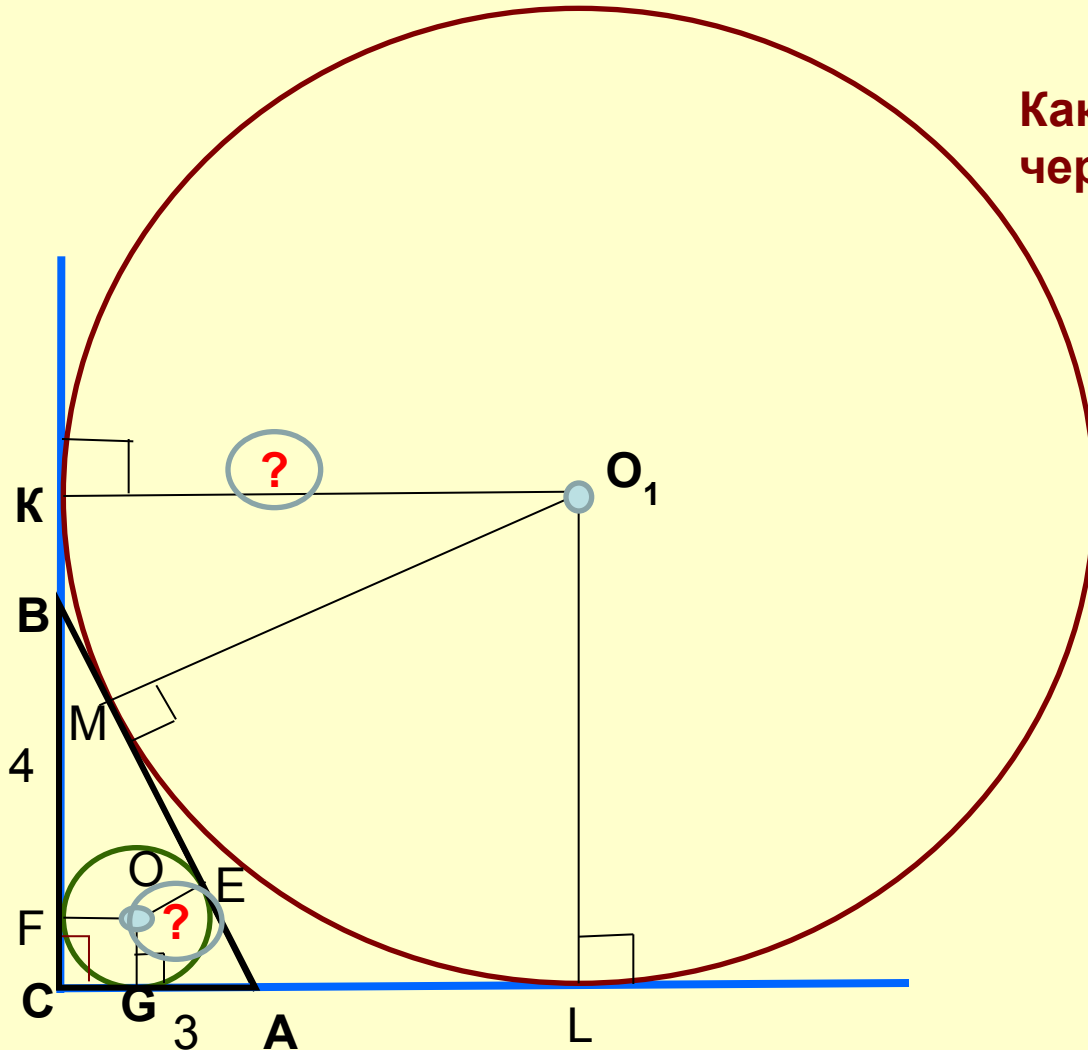
Площадь какой фигуры можно выразить двумя способами?

Задание 6

Прочитайте задачу: *Прямая отсекает от сторон прямого угла отрезки 3 и 4. Найдите радиус окружности, касающейся этой прямой и сторон угла.* Изобразите фигуры, участвующие в задаче, и нанесите на рисунок все данные.

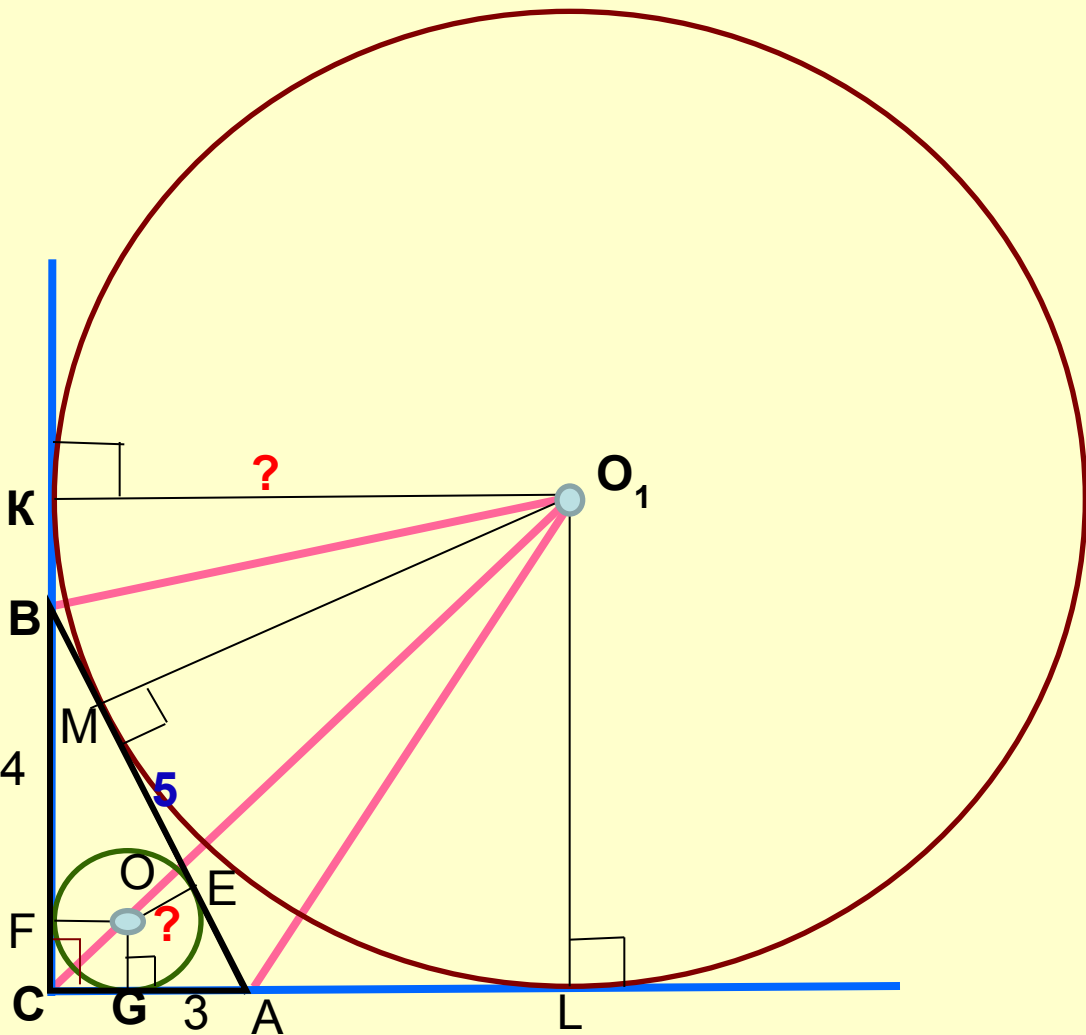
Сравните свой рисунок с предложенным

Какие фигуры образовались на чертеже?



Случай 1 Случай 2

| | | |
|---|--|--|
| <p>Фигура</p> | <p>по которым известно? что можно узнать?</p> | <p>что можно узнать по полученным данным?</p> |
| <p>$\triangle ABC$</p> <p>Как поступают в этом случае?</p> | <p>1. Прямоугольный, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 3, BC = 4$</p> | <p>4. $AB = 5$ по теореме Пифагора</p> |
| <p>Окружность ($O_1 = O_1$)</p> | <p>2. Вписанная или несколько треугольников, основаниями которых являются стороны вписанной окр.</p> | <p>5. Учитывая 4, $S_{ABC}; p$</p> <p>6. Учитывая 3 и 5, $r = S_{ABC} / p$</p> |



План решения задачи

1. Найти площадь и полупериметр тр-ка ABC \Rightarrow радиус вписанной окружности.
2. Используя метод площадей, найти радиус внеписанной окружности.
3. Ответить на вопрос задачи.

Составьте план решения задачи