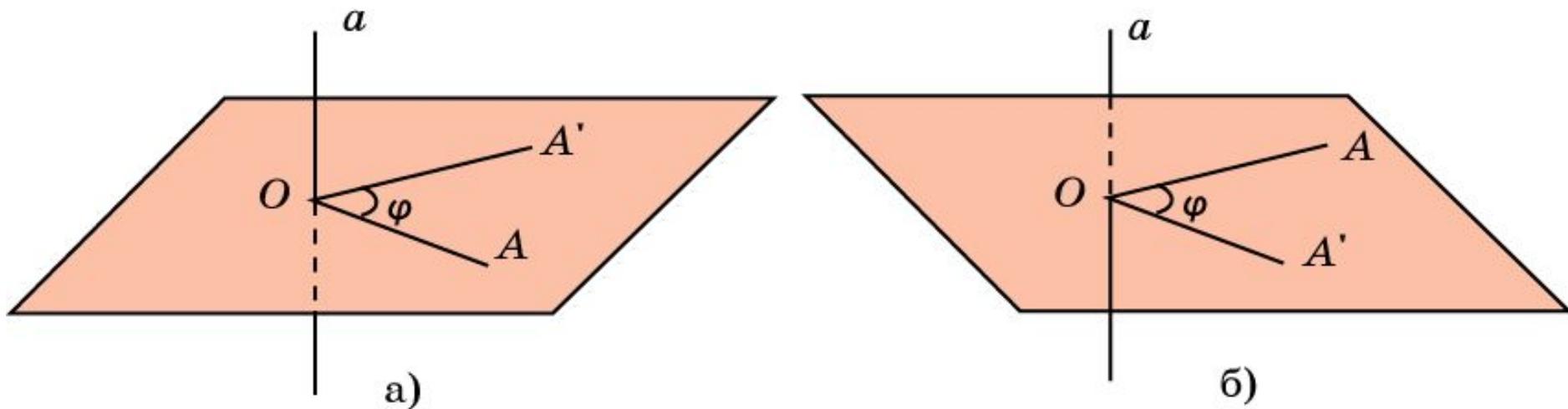


# ОРИЕНТАЦИЯ ПОВЕРХНОСТИ

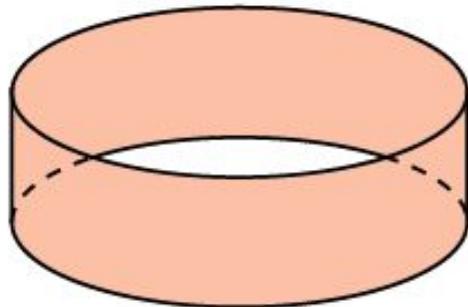
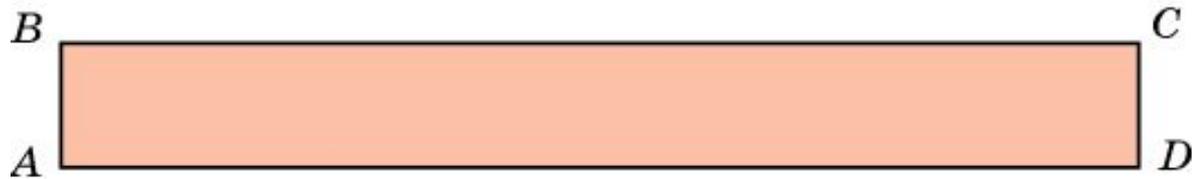
Пусть в пространстве заданы плоскость и поворот этой плоскости вокруг точки  $O$  на угол  $\varphi$ . На рисунке а) мы смотрим на плоскость сверху, и этот поворот выглядит как поворот против часовой стрелки. Однако, если мы будем смотреть на плоскость снизу (рис. б), то этот же поворот будет выглядеть как поворот по часовой стрелке. Таким образом, направление поворота не является свойством, изначально присущим плоскости и зависит от выбора стороны, с которой мы смотрим на плоскость. Такой выбор стороны называется **ориентацией плоскости**. Аналогичным образом можно определить понятие ориентации и для других двусторонних поверхностей, среди которых: сфера, поверхность многогранника, поверхности цилиндра, конуса и др. Выбирая сторону поверхности, мы как бы производим мысленное закрашивание этой стороны.



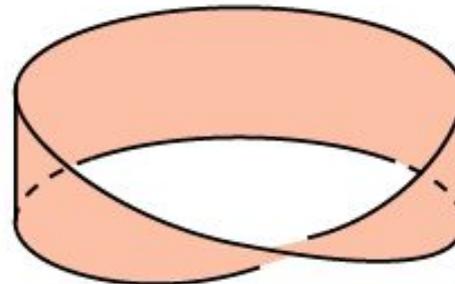
# Лист Мёбиуса 1

Оказывается, однако, что это можно сделать не для любой поверхности. Первым примером такой неориентируемой поверхности была поверхность, называемая **листом**, или **лентой Мёбиуса**, открытая в 1858 году немецким астрономом и математиком А.Ф. Мёбиусом (1790-1868).

Изготовить модель листа Мебиуса очень просто. Возьмем бумажную полоску в форме прямоугольника  $ABCD$  (рис. 210). Если склеить противоположные стороны  $AB$  и  $CD$ , совместив точку  $A$  с точкой  $D$ , а точку  $B$  с точкой  $C$ , то получим боковую поверхность цилиндра (рис. а). Если же перед склеиванием противоположных сторон одну из них повернуть на  $180^\circ$  и соединить точку  $A$  с точкой  $C$ , точку  $B$  с точкой  $D$  (рис. б), то получим лист Мебиуса.



а)

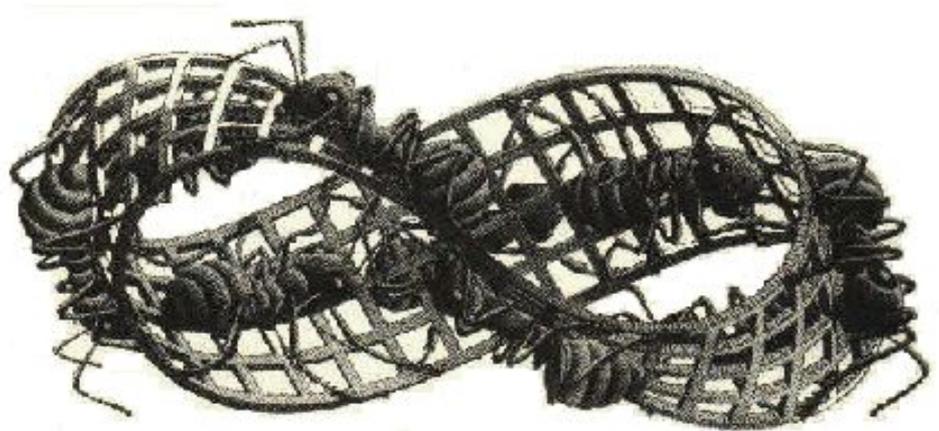
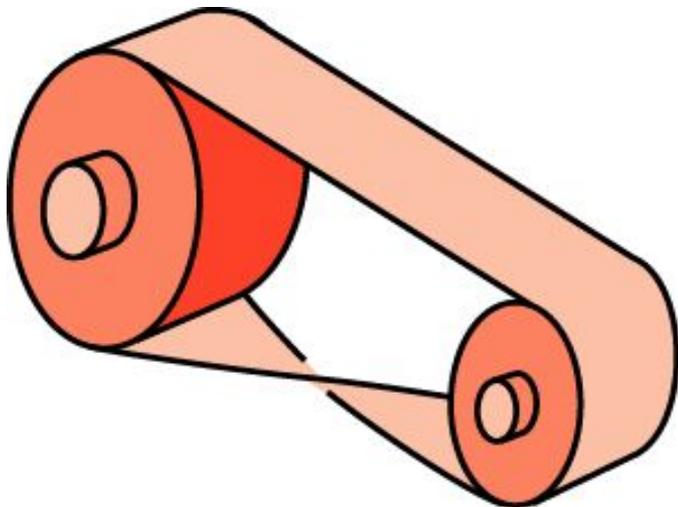


б)

## Лист Мёбиуса 2

Лист Мёбиуса имеет только одну сторону. Муравью, ползущему по листу Мебиуса, не надо переползать через его край, чтобы попасть на противоположную сторону, как это видно на гравюре М. Эшера.

Свойство односторонности листа Мебиуса используется при изготовлении ременных передач. Если ремень сделать в виде ленты Мебиуса, то он будет изнашиваться вдвое медленнее, чем обычный. Это объясняется тем, что в работе ремня, изготовленного в виде ленты Мебиуса, принимает участие вся поверхность, а не только внутренняя ее часть, как у обычной ременной передачи.



# Упражнение 1

Является ли ориентируемой: а) сфера; б) боковая поверхность цилиндра; в) поверхность конуса?

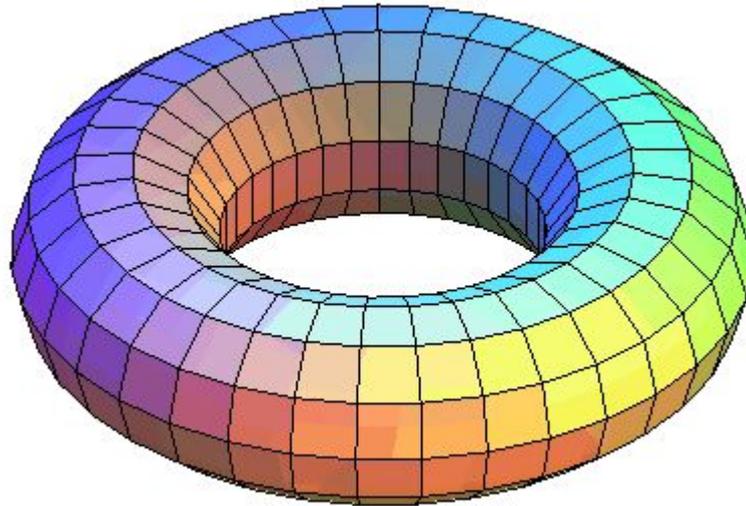
Ответ: а) Да;

б) да;

в) да.

## Упражнение 2

Сколько сторон имеет тор (напомним, это поверхность, полученная вращением окружности вокруг прямой, лежащей в плоскости окружности и не пересекающей эту окружность)?



Ответ: Две.

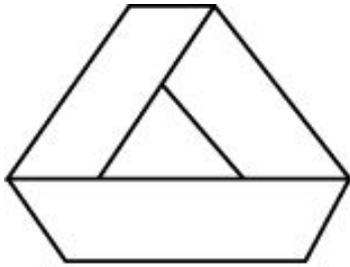
## Упражнение 3

Является ли ориентируемой поверхностью: а) дважды перекрученная лента; б) трижды перекрученная лента?

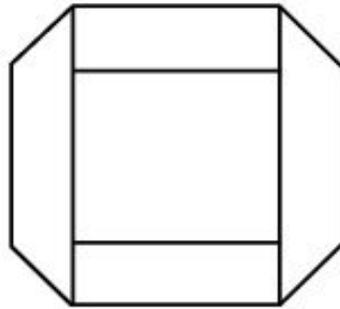
Ответ: а) Да; б) нет.

# Упражнение 4

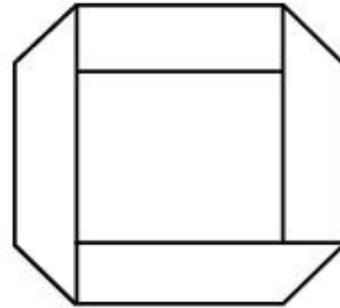
На рисунке укажите неориентируемые поверхности.



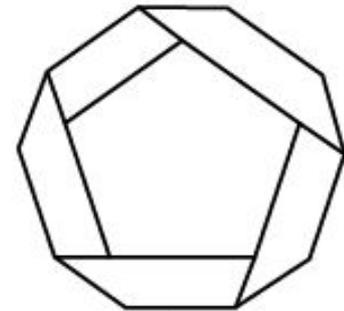
а)



б)



в)

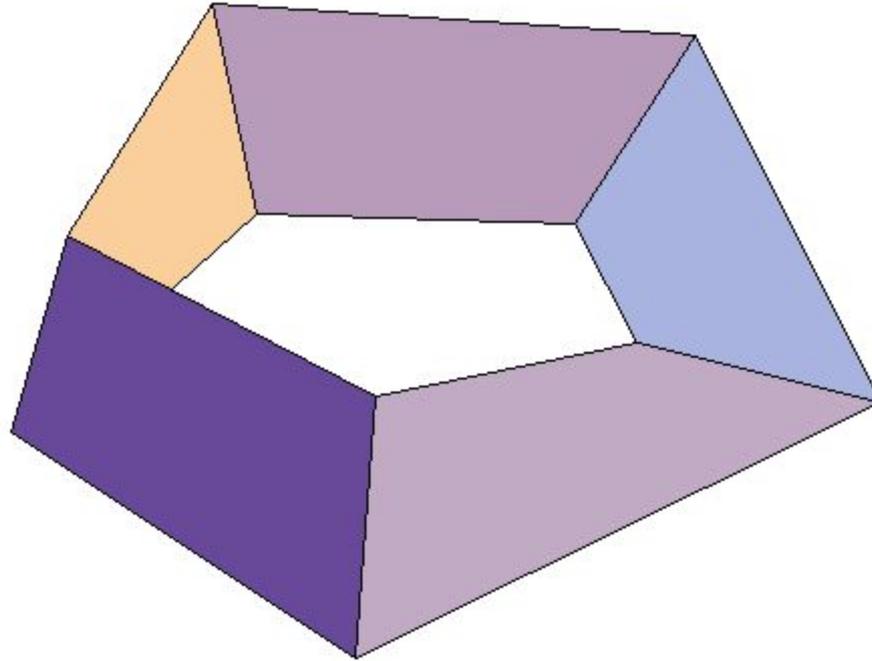


г)

Ответ: а), в), г).

## Упражнение 5

Является ли ориентируемой поверхность, изображенная на рисунке?



Ответ: Нет.

## Упражнение 6

Сколько сторон имеет поверхность, полученная при разрезании листа Мебиуса по средней линии?

Ответ: Две.

## Упражнение 7

Что получится, если дважды перекрученную ленту разрезать по средней линии?

**Ответ:** Две сцепленные дважды перекрученные ленты.

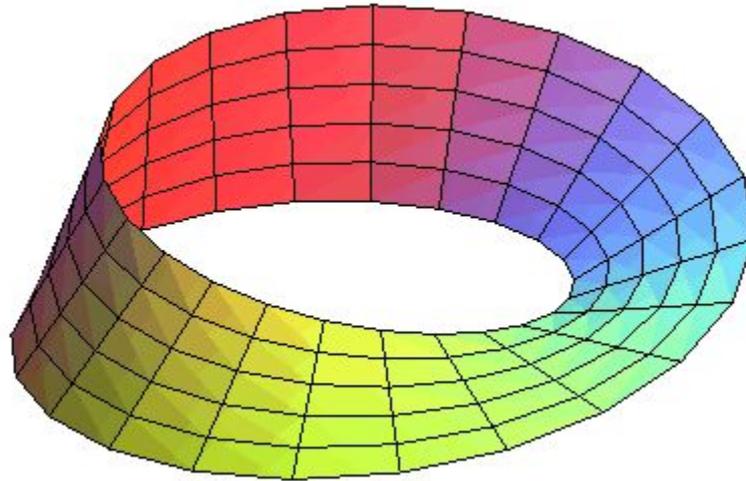
## Упражнение 8

Что получится, если лист Мебиуса разрезать не по средней линии, а отступив от края на треть ширины ленты?

**Ответ:** Сцепленные лист Мебиуса и четырежды перекрученная лента.

## Упражнение 9

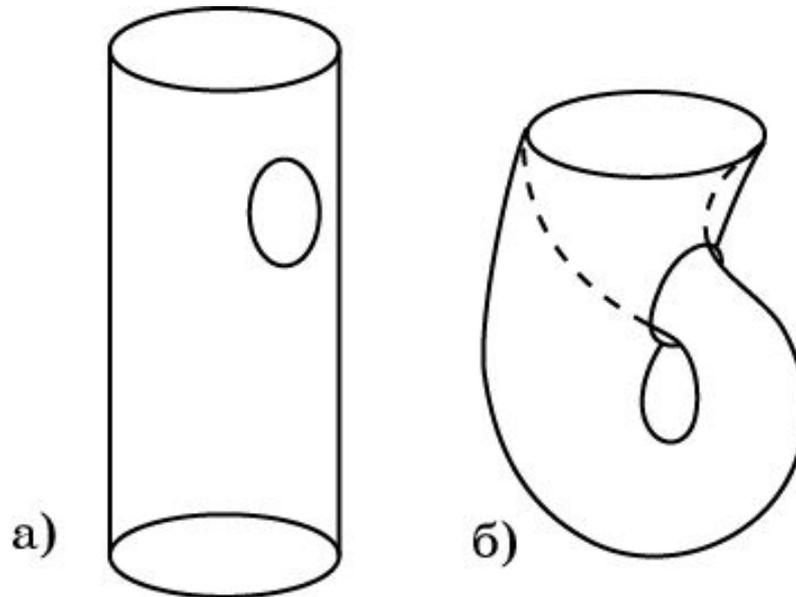
Отрезок  $AB$ , параллельный прямой  $a$ , вращается вокруг этой прямой и одновременно вращается вокруг своего центра в плоскости отрезка  $AB$  и прямой  $a$ . За время полного оборота вокруг прямой  $a$  отрезок совершает поворот на  $180^\circ$  вокруг своего центра?



Ответ: Лист Мебиуса.

## Упражнение 10

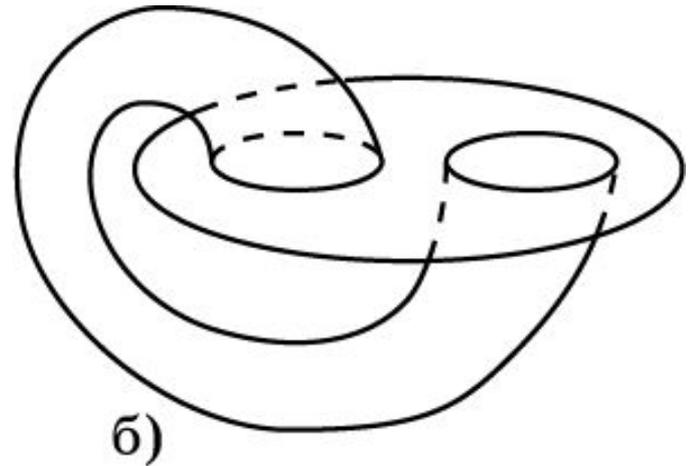
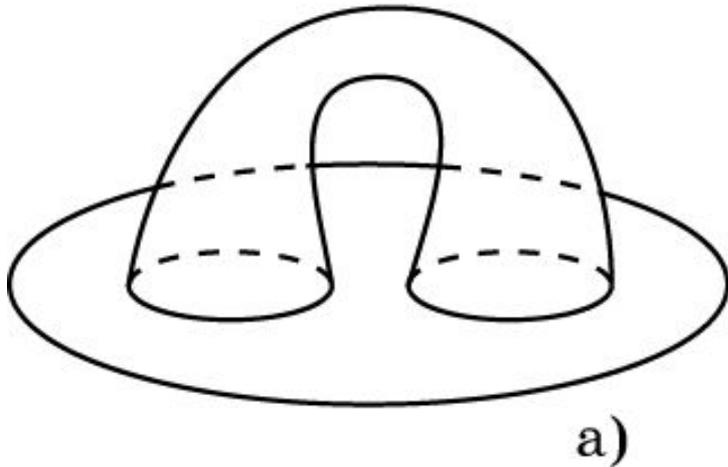
Представим себе боковую поверхность цилиндра, сделанную из эластичного материала. Вырежем в ней круглое отверстие (рис. а), проденем в него один конец цилиндра и склеим окружности оснований. Получившаяся поверхность изображена на рисунке б (бутылка Клейна). Сколько у нее сторон?



Ответ: Одна.

# Упражнение 11

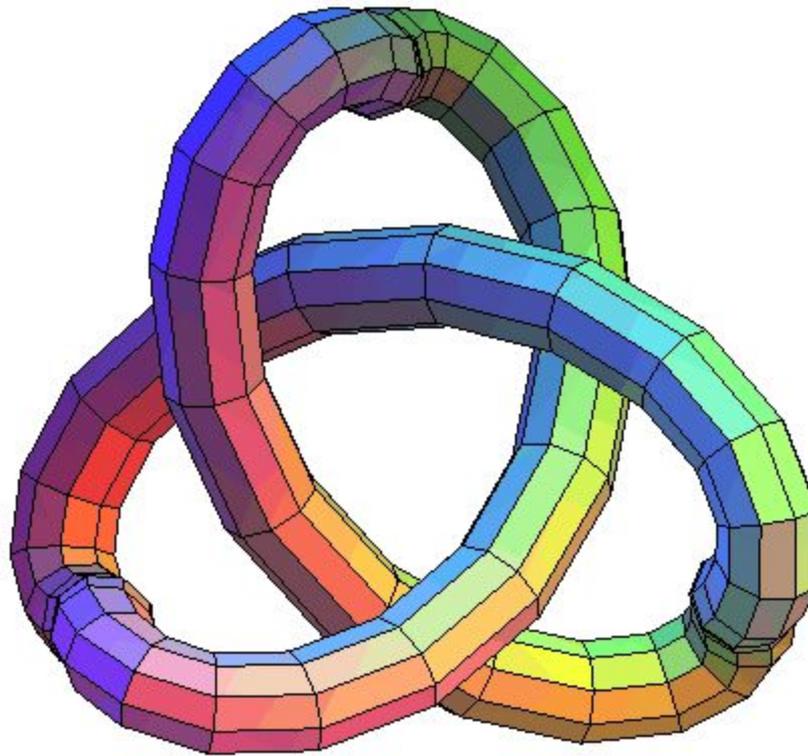
В круге вырезали два круглых отверстия и к их краям приклеили основания боковой поверхности цилиндра (рис. а, б). Сколько сторон имеет образовавшаяся поверхность?



Ответ: а) Две; б) одну.

## Упражнение 12

Сколько сторон имеет поверхность, изображенная на рисунке? Является ли она ориентируемой?



Ответ: Две. Да.