

Проект по теме

# Основные формулы тригонометрии

Выполнила  
Силкина Рита  
ученица 11 Б класса  
МОУ Алексеевской СОШ  
под руководством  
Плешаковой О.В.  
2009 г.

# Содержание

1) Из истории...

2) Основные тригонометрические формулы

а) основные тригонометрические тождества

б) формулы сложения

в) формулы суммы и разности синусов, косинусов

г) формулы двойного аргумента

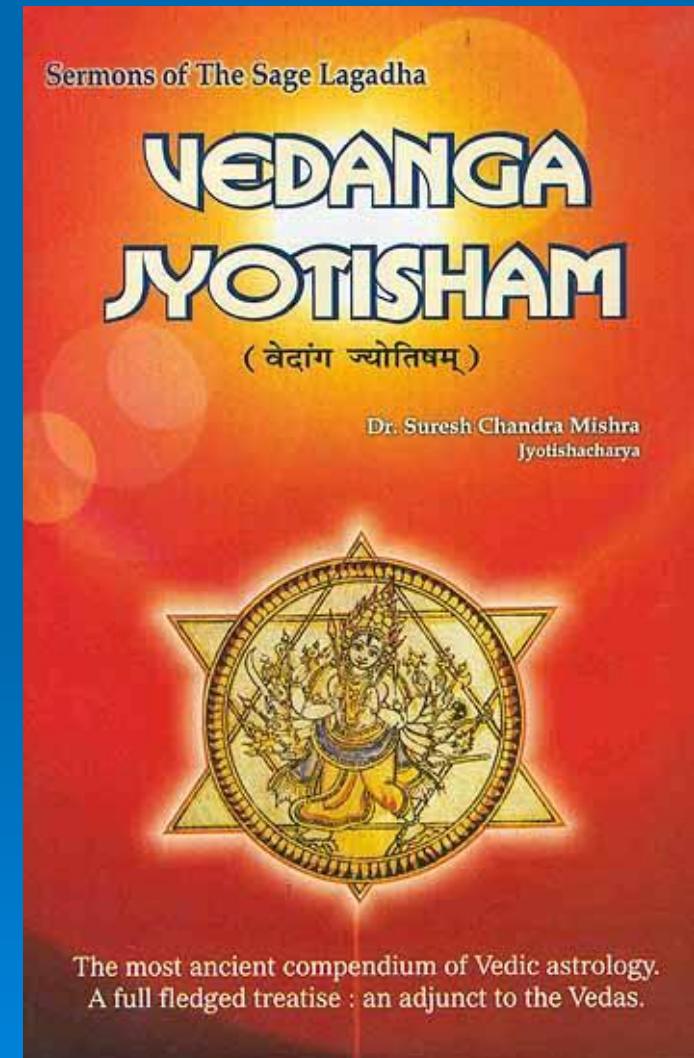
д) формулы половинного аргумента

3) Применение

4) Используемая литература

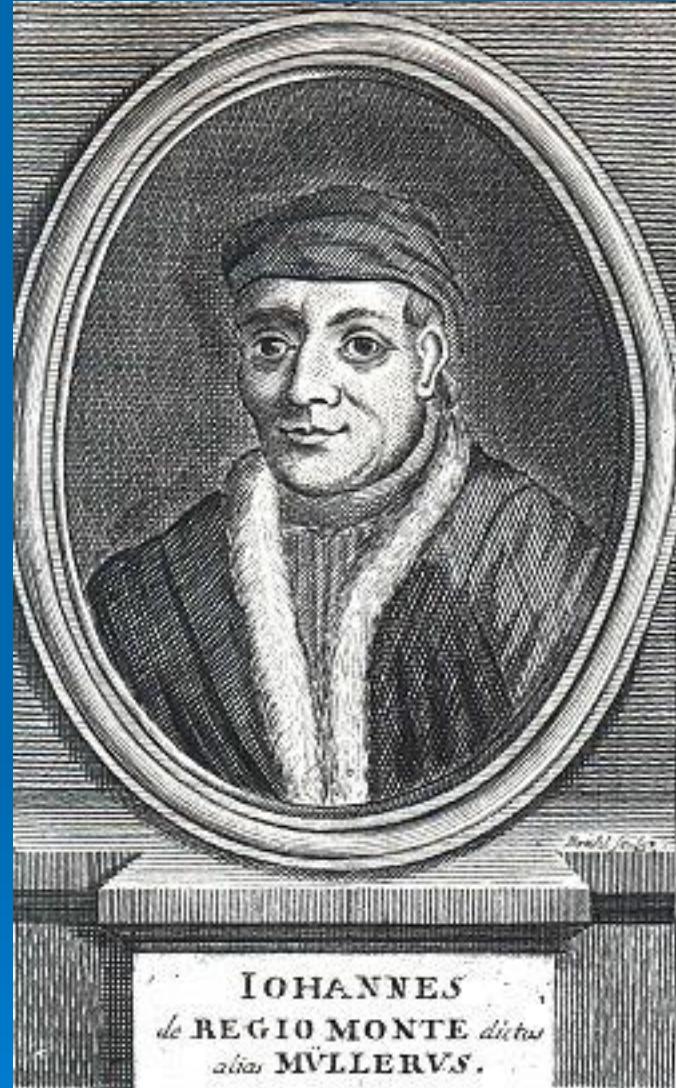
**Истоки тригонометрии берут начало в древнем Египте, Вавилонии и долине Инда более 3000 лет назад. Индийские математики были первопроходцами в применении алгебры и тригонометрии к астрономическим вычислениям.**

**Лагадха (450-350 до Р.Х.) — единственный из самых древних известный сегодня математик, использовавший геометрию и тригонометрию в своей книге «Джьётиша-веданга» («Jyotisa Vedanga»), большая часть работ которого была уничтожена иностранными захватчиками.**



**Книга «Jyotisa Vedanga»**

**Теорему тангенсов доказал Региомонтан (латинизированное имя немецкого астронома и математика Иоганна Мюллера (1436–1476). Основным математическим трудом Региомонтана было сочинение «О всех видах треугольников» (1462—1464). Это был первый труд в Европе, в котором тригонометрия рассматривалась как самостоятельная дисциплина. В печатном виде это сочинение было опубликовано в 1533 году.**



**Арабские ученые аль-Батани (850-929) и Абу-ль-Вефа Мухамед-бен Мухамед (940-998), который составил таблицы синусов и тангенсов через  $10'$  с точностью до  $1/604$ .**



**Аль-Батани**

**Теорему синусов уже знали индийский ученый Бхаскара (р. 1114, год смерти неизвестен) и азербайджанский астроном и математик Насиреддин Туси Мухамед.**



**Насиреддин Туси Мухамед**

**В Европе основы геометрии закладывал древнегреческий астроном и математик Аристарх Самосский (310-230 лет до Р.Х.) в труде «О величинах и взаимных расстояниях Солнца и Луны».**



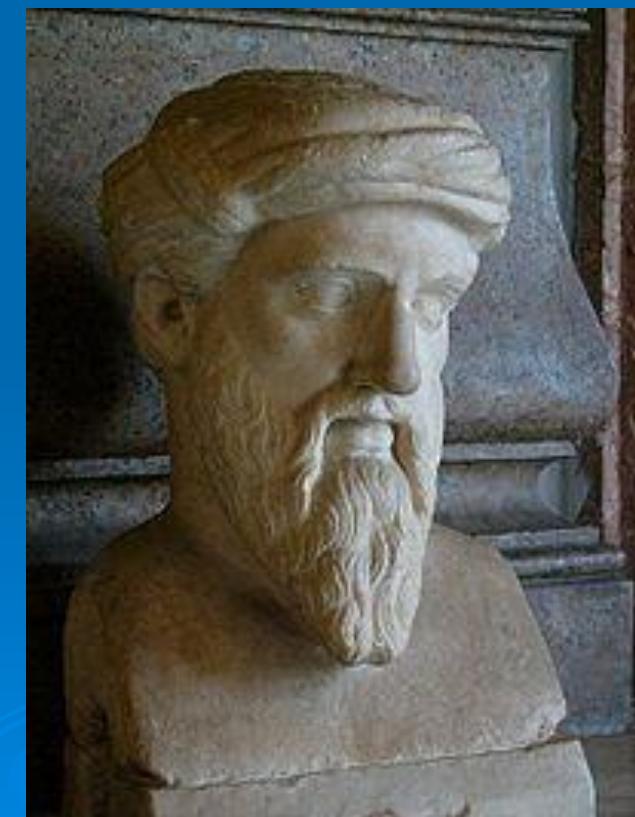
**Первые тригонометрические таблицы были, вероятно, составлены Гиппархом Никейским (180-125 до н.э.), который сейчас известен как «отец тригонометрии».**



Греческий математик Клавдий Птолемей (87-165 от Р.Х) также внес большой вклад в развитие тригонометрии. Он расширил Гипарховы «Хорды в окружности» в его «Математическом синтаксисе». Тринадцатая его книга очень распространенная и значимая тригонометрическая работа всей античности.



Формула  $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$  является следствием теоремы Пифагора.



# Основные тригонометрические тождества

- $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
- $\operatorname{tg}\alpha = \sin\alpha/\cos\alpha$
- $\operatorname{ctg}\alpha = \cos\alpha/\sin\alpha$
- $\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$
- $\operatorname{tg}^2\alpha + 1 = 1/\cos^2\alpha$
- $\operatorname{ctg}^2\alpha + 1 = 1/\sin^2\alpha$

# Формулы сложения

- $\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$
- $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$
- $\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta$
- $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$
- $\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \tan\beta}$
- $\tan(\alpha-\beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \tan\beta}$

# Формулы суммы и разности

## Синусов, косинусов

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin(\alpha + \beta) / 2 \cos(\alpha - \beta) / 2$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin(\alpha - \beta) / 2 \cos(\alpha + \beta) / 2$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos(\alpha + \beta) / 2 \cos(\alpha - \beta) / 2$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin(\alpha - \beta) / 2 \sin(\alpha + \beta) / 2$$

# Формулы двойного аргумента

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$$

$$\operatorname{tg} 2a = \frac{2 \operatorname{tg} a}{1 - \operatorname{tg}^2 a}$$

# Формулы половинного аргумента

- $\sin^2 a/2 = 1 - \cos a/2$
- $\cos^2 a/2 = 1 + \cos a/2$
- $\operatorname{tg}^2 a/2 = 1 - \cos a / 1 + \cos a$
- $\operatorname{tg} a/2 = \sin a / 1 + \cos a$
- $\operatorname{tg} a/2 = 1 - \cos a / \sin a$

*Тригонометрические формулы применяются практически во всех областях геометрии, физики, инженерного дела. Большое значение имеет техника триангуляции, позволяющая измерять расстояния до недалёких звезд в астрономии, между ориентирами в географии.*

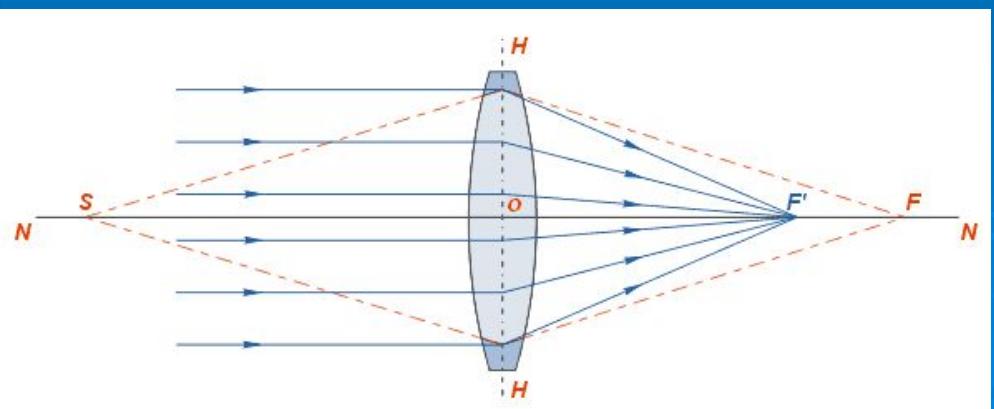
*Применяется также в таких отраслях как*

- *техника навигации;*
- *теория музыки;*
- *акустика;*
- *теория чисел;*
- *экономика, анализ финансовых рынков;*
- *электроника;*
- *теория вероятности;*
- *статистика и др.*

**медицина,  
фармацевтика**



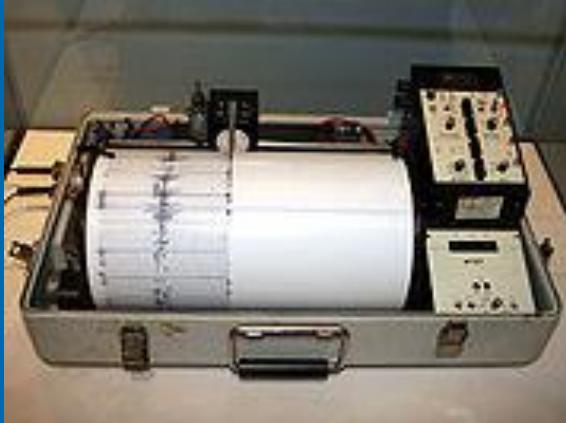
**ОПТИКА**



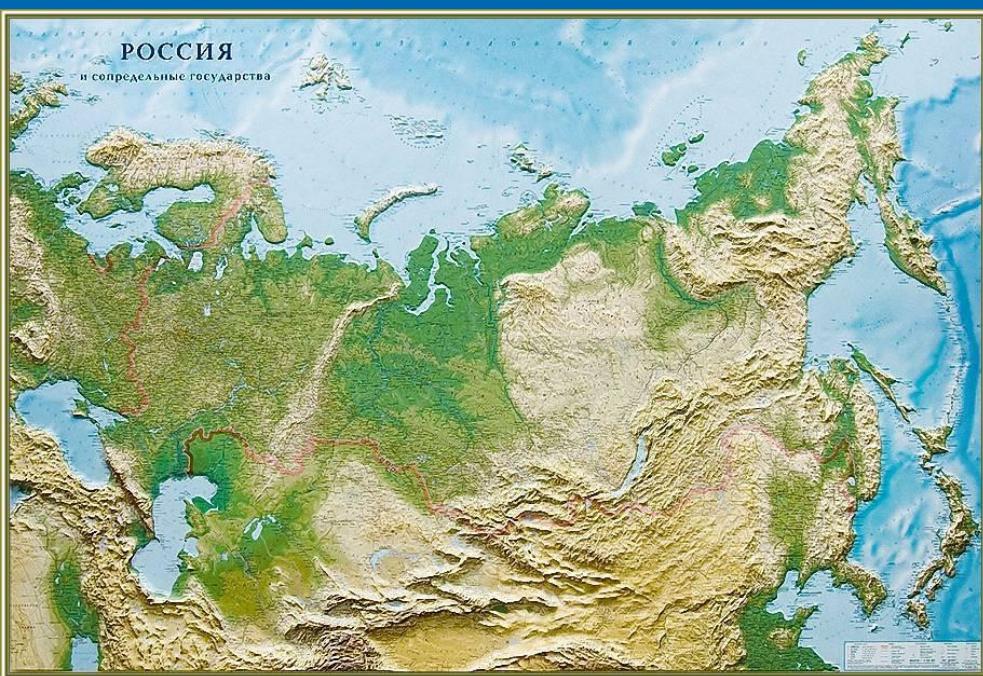
**ХИМИЯ**



*сейсмология*



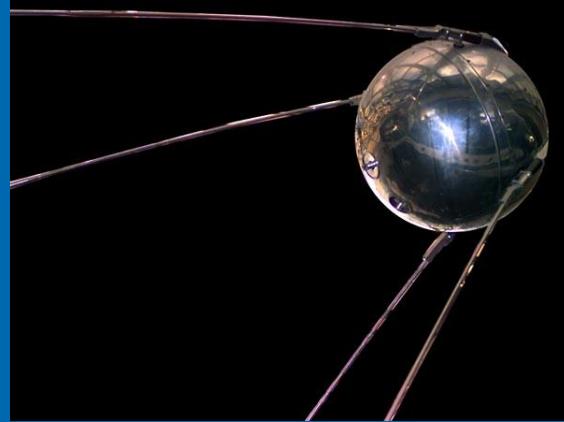
*картография*



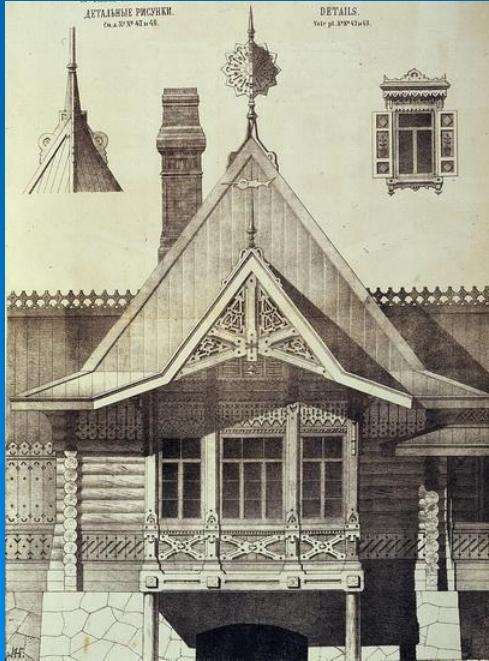
*метеорология*



# СИСТЕМЫ НАВИГАЦИИ СПУТНИКОВ



архитектура



астрономия



# **Используемая литература**