

# САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА №12

Тема: «Основные понятия комбинаторики».

Выполнил: Абдилов  
Алымбек

Группа: ТОб 1-1

# Содержание

- ▣ Введение
- ▣ Понятия
- ▣ Правила
- ▣ Задачи
- ▣ Факториал
- ▣ Задачи

# Введение

- ▣ Комбинаторика очень важна в нашей жизни, потому что она имеет широкий спектр применения в различных областях знаний (например в генетике, информатике, статистической физике). Комбинаторные методы лежат в основе решения многих задач теории вероятностей и ее приложений. Основные понятия и свойства комбинаторики мы рассмотрим далее...

# ПОНЯТИЯ

- ▣ **Комбинаторика** — математический раздел, изучающий вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.
- ▣ Размещением из  $n$  элементов по  $k$  называется упорядоченный набор из  $k$  различных элементов некоторого  $n$ -элементного множества.
- ▣ Перестановкой из  $n$  элементов (например чисел  $1, 2, \dots, n$ ) называется всякий упорядоченный набор из этих элементов. Перестановка также является размещением из  $n$  элементов по  $n$ .
- ▣ Сочетанием из  $n$  по  $k$  называется набор  $k$  элементов, выбранных из данных  $n$  элементов. Наборы, отличающиеся только порядком следования элементов (но не составом), считаются одинаковыми, этим сочетания отличаются от размещений.
- ▣ Композицией числа  $n$  называется всякое представление  $n$  в виде упорядоченной суммы целых положительных чисел.
- ▣ Разбиением числа  $n$  называется всякое представление  $n$  в виде неупорядоченной суммы целых положительных чисел.

**Правило сложения (правило «или») — одно из основных правил комбинаторики, утверждающее, что, если элемент  $A$  можно выбрать  $n$  способами, а элемент  $B$  можно выбрать  $m$  способами, то выбрать  $A$  или  $B$  можно  $n + m$  способами.**

▣ **Пример 1**

- ▣ Выбрать книгу *или* диск из 10 книг и 12 дисков можно  $10 + 12 = 22$  способами.

▣ **Пример 2**

- ▣ Пусть требуется найти количество слов, составленных не более, чем из 3 букв алфавита  $\{a, b, c, d\}$ . Т.к. слово может состоять из одной буквы *или* из двух *или* из трёх букв, то соответствующие количества складываются. По правилу умножения количество  $n$ -буквенных слов равно  $4^n$ . Тогда ответ на первоначальный вопрос будет  $4^1 + 4^2 + 4^3 = 84$ .

Правило произведения. Если объект можно выбрать способами, а после каждого такого выбора другой объект можно выбрать (независимо от выбора объекта способами, то пары объектов и можно выбрать способами.

- ▣ **Пример 6.** Сколько существует двузначных чисел?
- ▣ Решение. Поскольку в двузначном числе цифра, обозначающая число десятков, должна быть отлична от нуля, то  $A = \{1, 2, \dots, 9\}$ ,  $B = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$  и

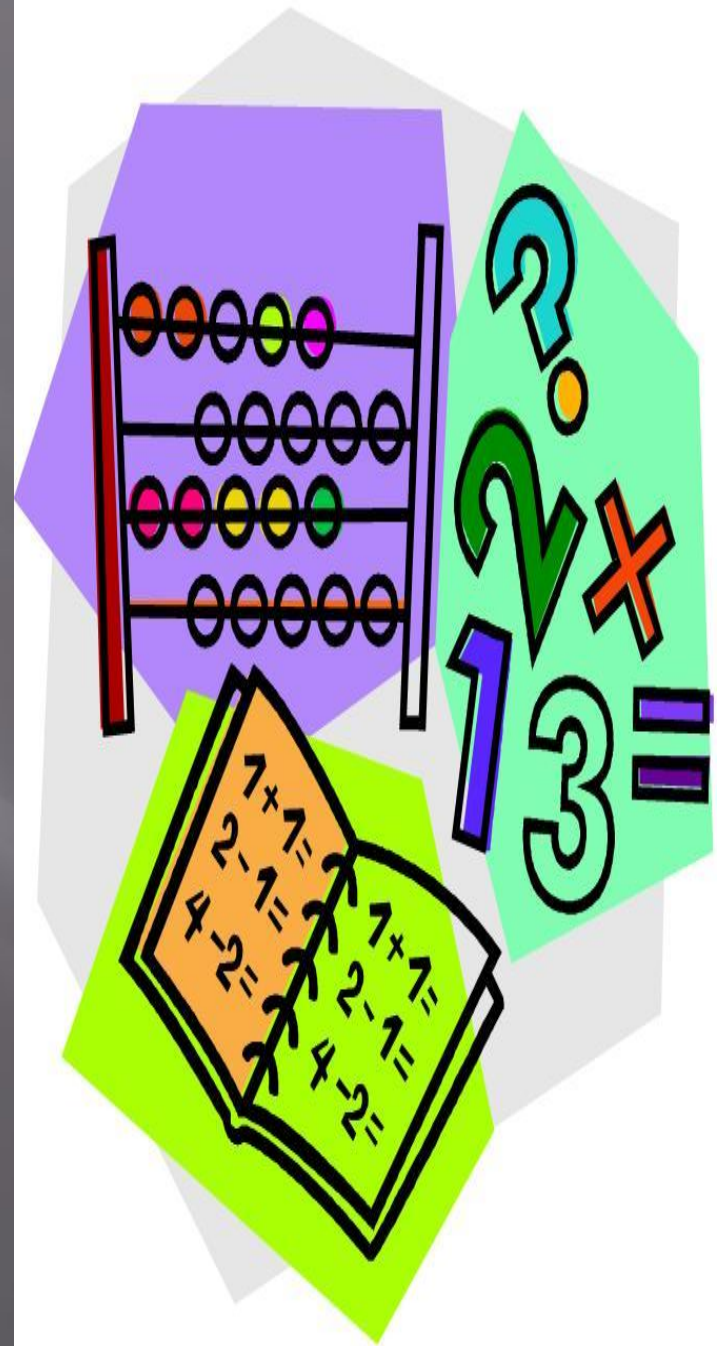
$$A \times B = \{10, 11, \dots, 19, \dots, 90, 91, \dots, 99\}, |A \times B| = |A| \cdot |B| = 90.$$

Примерами комбинаторных задач являются:

Сколькими способами можно разместить  $n$  предметов по  $m$  ящикам так, чтобы выполнялись заданные ограничения?

Сколько существует функций  $F$  из  $m$ -элементного множества в  $n$ -элементное, удовлетворяющих заданным ограничениям?

**ЗАДАЧА №1:** Сколько существует различных перестановок из 52 игральные карт? Ответ:  $52!$  (52 факториал), то есть, 80658175170943878571660636856403766975289505440883277824000000000000 или примерно  $8,0658 \times 10^{67}$ .



- ▣ ЗАДАЧА №2 При игре в кости бросаются две кости, и выпавшие очки складываются; сколько существует комбинаций, таких, что сумма очков на верхних гранях равна двенадцати? Решение: Каждый возможный исход соответствует функции (аргумент функции — это номер кости, значение — очки на верхней грани). Очевидно, что лишь  $6+6$  даёт нам нужный результат 12. Таким образом существует лишь одна функция, ставящая в соответствие 1 число 6, и 2 число 6. Или, другими словами, существует всего одна комбинация, такая, что





**Факториал—произведение всех натуральных чисел начиная с 1 заканчивая n!**

**$P_n = n!$        $n! = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 * \dots * n$**

- ▣  $1! = 1$       Удобная формула:  $n! = (n-1)! * n$
- ▣  $2! = 2$
- ▣  $3! = 6$
- ▣  $4! = 24$
- ▣  $5! = 120$
- ▣  $6! = 720$
- ▣  $7! = 5040$



# Задача №3

В соревнованиях  
участвовало 4  
команды. Сколько  
распределения  
мест между ними  
возможно?

Решение:

$$4! = 1 * 2 * 3 * 4 = 24$$

Ответ: 24



**Задача №4 У людоеда в подвале томятся 25 пленников.**

**а) Сколькими способами он может выбрать трех из них себе на завтрак, обед и ужин?**

**б) А сколько есть способов выбрать троих, чтобы отпустить на свободу?**

- ▣ Решение: а) На завтрак людоед может предпочесть любого из 25 человек, на обед - любого из 24 оставшихся, а на ужин - кого-то из 23 оставшихся счастливицков. Всего получаем  $25 \cdot 24 \cdot 23 = 13800$  способов.
- ▣ б) Заметим, что в предыдущем пункте каждую тройку пленников мы посчитали  $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$  раз. Поскольку теперь их порядок нам неважен, то ответом будет число  $13800 / 6 = 2300$ .
- ▣ Ответ: а)13800 б)2300

## Задача №5

- На пустую шашечную доску надо поместить две шашки разного цвета. Сколько различных положений могут они занимать на доске?
- Решение: Первую шашку можно поместить на любое из 64 полей доски, т.е. 64 способами. После того как первая поставлена, вторую шашку можно поместить на какое-либо из прочих 63 полей. Значит к каждому из 64 положений первой шашки можно присоединить 63 положения второй шашки. Отсюда общее число различных положений двух шашек на доске:  $64 \times 63 = 4032$ .
- Ответ: 4032

# **Список литературы**

**Большая школьная  
энциклопедия стр. 45-157  
<http://www.smekalka.pp.ru>**

**Спасибо за внимание!!!**