

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА №12

Тема: «Основные понятия комбинаторики».

Выполнил: Абдилов
Алымбек

Группа: ТОб 1-1

Содержание

- ▣ Введение
- ▣ Понятия
- ▣ Правила
- ▣ Задачи
- ▣ Факториал
- ▣ Задачи

Введение

- ▣ Комбинаторика очень важна в нашей жизни, потому что она имеет широкий спектр применения в различных областях знаний (например в генетике, информатике, статистической физике). Комбинаторные методы лежат в основе решения многих задач теории вероятностей и ее приложений. Основные понятия и свойства комбинаторики мы рассмотрим далее...

ПОНЯТИЯ

- ▣ **Комбинаторика** — математический раздел, изучающий вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.
- ▣ Размещением из n элементов по k называется упорядоченный набор из k различных элементов некоторого n -элементного множества.
- ▣ Перестановкой из n элементов (например чисел $1, 2, \dots, n$) называется всякий упорядоченный набор из этих элементов. Перестановка также является размещением из n элементов по n .
- ▣ Сочетанием из n по k называется набор k элементов, выбранных из данных n элементов. Наборы, отличающиеся только порядком следования элементов (но не составом), считаются одинаковыми, этим сочетания отличаются от размещений.
- ▣ Композицией числа n называется всякое представление n в виде упорядоченной суммы целых положительных чисел.
- ▣ Разбиением числа n называется всякое представление n в виде неупорядоченной суммы целых положительных чисел.

Правило сложения (правило «или») — одно из основных правил комбинаторики, утверждающее, что, если элемент A можно выбрать n способами, а элемент B можно выбрать m способами, то выбрать A или B можно $n + m$ способами.

▣ **Пример 1**

- ▣ Выбрать книгу *или* диск из 10 книг и 12 дисков можно $10 + 12 = 22$ способами.

▣ **Пример 2**

- ▣ Пусть требуется найти количество слов, составленных не более, чем из 3 букв алфавита $\{a, b, c, d\}$. Т.к. слово может состоять из одной буквы *или* из двух *или* из трёх букв, то соответствующие количества складываются. По правилу умножения количество n -буквенных слов равно 4^n . Тогда ответ на первоначальный вопрос будет $4^1 + 4^2 + 4^3 = 84$.

Правило произведения. Если объект можно выбрать способами, а после каждого такого выбора другой объект можно выбрать (независимо от выбора объекта способами, то пары объектов и можно выбрать способами.

- ▣ **Пример 6.** Сколько существует двузначных чисел?
- ▣ Решение. Поскольку в двузначном числе цифра, обозначающая число десятков, должна быть отлична от нуля, то $A = \{1, 2, \dots, 9\}$, $B = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ и

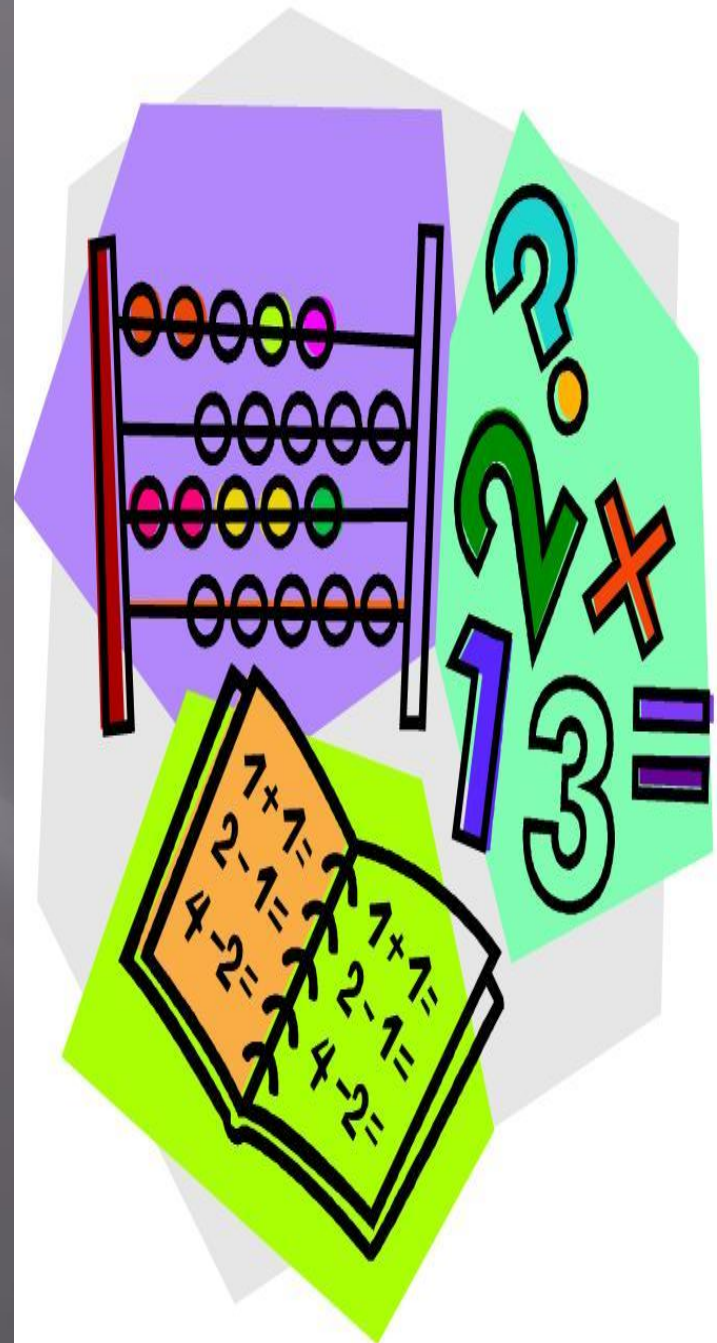
$$A \times B = \{10, 11, \dots, 19, \dots, 90, 91, \dots, 99\}, |A \times B| = |A| \cdot |B| = 90.$$

Примерами комбинаторных задач являются:

Сколькими способами можно разместить n предметов по m ящикам так, чтобы выполнялись заданные ограничения?

Сколько существует функций F из m -элементного множества в n -элементное, удовлетворяющих заданным ограничениям?

ЗАДАЧА №1: Сколько существует различных перестановок из 52 игральные карт? Ответ: $52!$ (52 факториал), то есть, 80658175170943878571660636856403766975289505440883277824000000000000 или примерно $8,0658 \times 10^{67}$.



- ЗАДАЧА №2 При игре в кости бросаются две кости, и выпавшие очки складываются; сколько существует комбинаций, таких, что сумма очков на верхних гранях равна двенадцати? Решение: Каждый возможный исход соответствует функции (аргумент функции — это номер кости, значение — очки на верхней грани). Очевидно, что лишь $6+6$ даёт нам нужный результат 12. Таким образом существует лишь одна функция, ставящая в соответствие 1 число 6, и 2 число 6. Или, другими словами, существует всего одна комбинация, такая, что



Факториал—произведение всех натуральных чисел начиная с 1 заканчивая n!

$P_n = n!$ $n! = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 * \dots * n$

- ▣ $1! = 1$ Удобная формула: $n! = (n-1)! * n$
- ▣ $2! = 2$
- ▣ $3! = 6$
- ▣ $4! = 24$
- ▣ $5! = 120$
- ▣ $6! = 720$
- ▣ $7! = 5040$



Задача №3

В соревнованиях
участвовало 4
команды. Сколько
распределения
мест между ними
возможно?

Решение:

$$4! = 1 * 2 * 3 * 4 = 24$$

Ответ: 24



Задача №4 У людоеда в подвале томятся 25 пленников.

а) Сколькими способами он может выбрать трех из них себе на завтрак, обед и ужин?

б) А сколько есть способов выбрать троих, чтобы отпустить на свободу?

- ▣ Решение: а) На завтрак людоед может предпочесть любого из 25 человек, на обед - любого из 24 оставшихся, а на ужин - кого-то из 23 оставшихся счастливицков. Всего получаем $25 \cdot 24 \cdot 23 = 13800$ способов.
- ▣ б) Заметим, что в предыдущем пункте каждую тройку пленников мы посчитали $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ раз. Поскольку теперь их порядок нам неважен, то ответом будет число $13800 / 6 = 2300$.
- ▣ Ответ: а)13800 б)2300

Задача №5

- На пустую шашечную доску надо поместить две шашки разного цвета. Сколько различных положений могут они занимать на доске?
- Решение: Первую шашку можно поместить на любое из 64 полей доски, т.е. 64 способами. После того как первая поставлена, вторую шашку можно поместить на какое-либо из прочих 63 полей. Значит к каждому из 64 положений первой шашки можно присоединить 63 положения второй шашки. Отсюда общее число различных положений двух шашек на доске: $64 \times 63 = 4032$.
- Ответ: 4032

Список литературы

**Большая школьная
энциклопедия стр. 45-157
<http://www.smekalka.pp.ru>**

Спасибо за внимание!!!