

Тема урока:

«ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ»

*Элементарные и сложные события.
Вероятность суммы несовместных событий,
вероятность противоположного события*



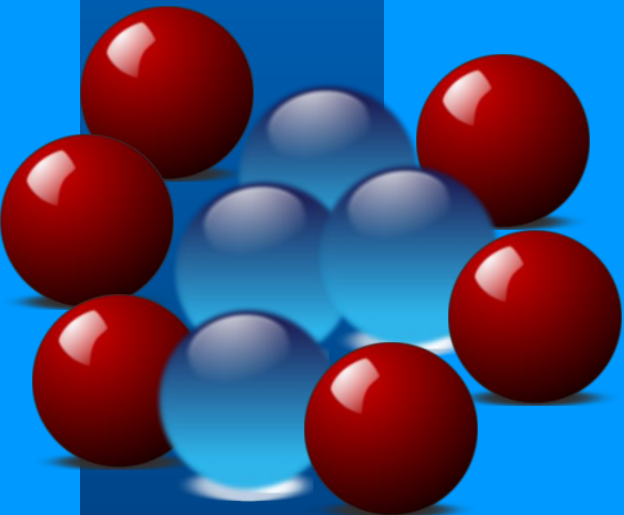
Что такое событие?

- Событие – это результат испытания.

Из урны наудачу берут один шар.

Извлечение шара из урны есть испытание.

Появление шара определенного цвета – событие.



**Событие, которое происходит всегда,
называют достоверным.**

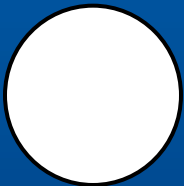
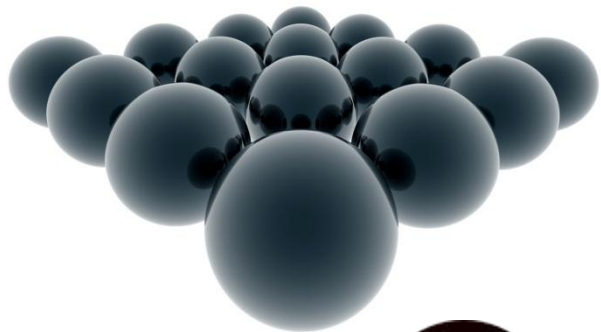
**Событие, которое не может произойти,
называют невозможным.**

Пример.

Пусть из урны, содержащей
только черные шары, вынимают шар.

Тогда появление черного шара –
достоверное событие;

Появление белого
шара – невозможное событие.



Непредсказуемые события называются случайными.

В жизни мы постоянно сталкиваемся с тем, что некоторое событие может произойти, а может и не произойти.



Пример.

После опубликования результатов розыгрыша лотереи событие – выигрыш, либо происходит, либо не происходит.

Типы событий

СОБЫТИЯ

СЛУЧАЙНЫЕ

событие, которое
может
произойти или не
произойти в
результате
некоторого
испытания

$$0 < P(A) < 1$$

ДОСТОВЕРНЫЕ

событие, которое
обязательно
произоидет в
результате данного
испытания

$$P(A) = 1$$

НЕВОЗМОЖНЫЕ

событие, которое
не может
произойти в
результате
данного
испытания

$$P(A) = 0$$

Распредели события по их типам

СЛУЧАЙНЫЕ

ДОСТОВЕРНЫЕ

НЕВОЗМОЖНЫЕ

1. После зимы наступает весна.
2. После ночи приходит утро.
3. Камень падает вниз.
4. Вода становится теплее при нагревании
5. Выиграть приз в спортлото
6. Бутерброд падает маслом вниз
7. В школе отменили занятия.
8. Поэт пользуется велосипедом
9. В доме живет кошка.
10. 30 февраля день рождения у моего друга
11. При подбрасывании кубика выпадает 7 очков.
12. Человек рождается старым и становится с каждым днем моложе.

Два события, которые в данных условиях могут происходить одновременно, называются **совместными**, а те, которые не могут происходить одновременно, - **несовместными**.

Пример.

Брошена монета. Появление «герба» исключает появление надписи. События «появился герб» и «появилась надпись» - **несовместные**.



Равновозможными называются события, когда в их наступлении нет преимуществ.

Пример.

Пусть бросают игральную кость. В силу симметрии кубика можно считать, что появление любой из цифр 1, 2, 3, 4, 5 или 6 одинаково возможно (равновероятно).



Единственно возможными называются события, когда при рассмотрении группы событий может произойти только одно из них.

Пример.

Монета брошена 2 раза.

Единственно возможными будут события:

A_1 - ГГ, A_2 - РР, A_3 - ГР, A_4 - РГ

(Г – выпадение герба, Р – выпадение решки)



Если полную группу образуют только два несовместных события, то они называются **противоположными**.

Пример.

Монета брошена 2 раза.

Единственно возможными будут события:

A_1 - ГГ, A_2 - РР, A_3 - ГР, A_4 - РГ

(Г – выпадение герба, Р – выпадение решки)

ВИДЫ СЛУЧАЙНЫХ СОБЫТИЙ

НЕСОВМЕСТНЫЕ

ПОЯВЛЕНИЕ ОДНОГО СОБЫТИЯ В ЕДИНИЧНОМ ИСПЫТАНИИ ИСКЛЮЧАЕТ ПОЯВЛЕНИЕ ДРУГОГО

СОВМЕСТНЫМИ

Два события, которые в данных условиях могут происходить одновременно

ЕДИНСТВЕННО ВОЗМОЖНОЕ

ПРИ РАССМОТРЕНИИ ГРУППЫ СОБЫТИЙ МОЖЕТ ПРОИЗОЙТИ ТОЛЬКО ОДНО ИЗ НИХ

РАВНОВОЗМОЖНЫЕ

СОБЫТИЯ ИМЕЮТ РАВНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПОЯВЛЕНИЯ

ПРОТИВОПОЛОЖНЫЕ

Если полную группу образуют только два несовместных события

Классическое определение вероятности.

Вероятностью события A при проведении некоторого испытания называют отношение числа тех исходов, в результате которых наступает событие A , к общему числу всех (равновозможных между собой) исходов этого испытания.



ИСХОД

ИСХОДОМ (элементарным событием) называется один из взаимоисключающих друг друга вариантов, которым может завершиться случайный эксперимент

ИСХОДЫ

ОДНОЗНАЧНЫЕ

Предполагают единственный результат того или иного события: смена дня и ночи, времени года



НЕОДНОЗНАЧНЫЕ

Предполагают несколько различных результатов того или иного события: выигрыш в Спортлото; результаты спортивных игр



Благоприятный исход - желаемый

ИСХОД

Примеры:

- Бросаете монету. Хочу, чтобы выпала решка, => **благоприятный исход = выпала решка**. Значит выпадение орла – неблагоприятный исход.
- Сдаю экзамен. Из 20 билетов 10 знаю на отлично, 5 на хорошо, 3 на удовлетворительно и 2 не знаю. Хочу сдать на хорошо. Тогда **благоприятный исход = сдать на хорошо**. А какова вероятность сдать на хорошо?



Ответ:
 $5/20=1/4$.

БРОСАЮТ МОНЕТУ

(это испытание)

ВОЗМОЖНЫЕ ИСХОДЫ

ВЫПАЛ

«орел»



ВЫПАЛА

«решка»



Вероятность
каждого
исхода

$$P = \frac{1}{2}$$



Правила вычисления вероятностей

1) Вероятность **элементарного** события (события, которое соответствует единственному исходу из N равновозможных) равна $1/N$.

2) Вероятность **невозможного** события равна 0 .

3) Вероятность **достоверного** события равна 1 .

4) Вероятность любого события заключена в пределах от 0 до 1 : $0 \leq P(A) \leq 1$.

5) Вероятность события, **противоположного** событию A (события, заключающегося в том, что событие A не наступает), равна $1 - P(A)$.



Алгоритм нахождения вероятности случайного события.

Для нахождения вероятности случайного события A при проведении некоторого испытания следует найти:

- 1) число N всех возможных исходов данного испытания;
- 2) количество $N(A)$ тех исходов, в которых наступает событие A ;
- 3) частное $\frac{N(A)}{N}$, оно и будет равно вероятности события A .

Масштаб формулы Стирлинга
Единственно возможный исход события
 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, A_{n+1}, \dots, A_N$
(Г – выпадение герба, Р – выпадение решки)

Принято вероятность события A обозначать так: $P(A)$.

Значит
$$P(A) = \frac{N(A)}{N}$$

Пример.

На завод привезли партию из 1000 подшипников. Случайно в эту партию попало 30 подшипников, не удовлетворяющих стандарту. Определить вероятность $P(A)$ того, что взятый наудачу подшипник окажется стандартным.

Решение.

Благоприятное событие A : подшипник окажется стандартным.

Количество всех возможных исходов $N = 1000$.

Количество благоприятных исходов $N(A) = 1000 - 30 = 970$.

Значит:

Монета брошена 2 раза.

Единственно возможными будут события:

A_1 - ГГ, A_2 - РР, A_3 - ГР, A_4 - РГ

(Г – выпадение герба, Р – выпадение решки)

Монета брошена 2 раза.

Единственно возможными будут события:

A_1 - ГГ, A_2 - РР, A_3 - ГР, A_4 - РГ

(Г – выпадение герба, Р – выпадение решки)

Ответ: 0.97.



Пример

Монета бросается два раза. Какова вероятность того, что герб выпадет хотя бы один раз?

Решение:

Благоприятное событие A : герб выпадет хотя бы один раз.

Кол-во всех возможных исходов $N = 2 \cdot 2 = 4$.

Кол-во благоприятных исходов $N(A) = \{\text{ГГ}, \text{ГР}, \text{РГ}\} = 3$.

Монета брошена 2 раза.

Единственно возможными будут события:

Значит: A_1 - ГГ, A_2 - РР, A_3 - ГР, A_4 - РГ
(Г – выпадение герба, Р – выпадение решки)

Ответ: 0.75.





Правила вычисления вероятности произведения событий

✓ Произведением событий **A** и **B** называют событие $A * B$, состоящее в наступлении обоих этих событий

✓ Если события **A** и **B** независимы (они происходят в разных испытаниях, и исход одного испытания не может влиять на исход другого), то вероятность того, что наступят оба этих события, равна $P(A) * P(B)$:

$$P(A * B) = P(A) * P(B)$$

Например, вероятность выпадения двух шестерок при двукратном бросании кубика равна: $1/6 * 1/6 = 1/36$.

Пример.

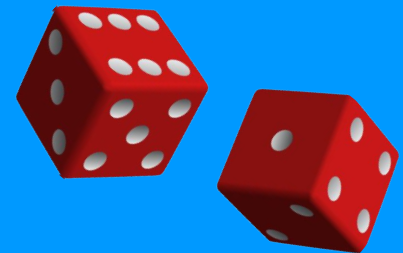
Найдем вероятность того, что при подбрасывании двух костей суммарное число очков окажется равным 5.

Решение:

Благоприятное событие A : в сумме выпало 4 очка.

Количество всех возможных исходов:

1-я кость - 6 вариантов
2-я кость - 6 вариантов

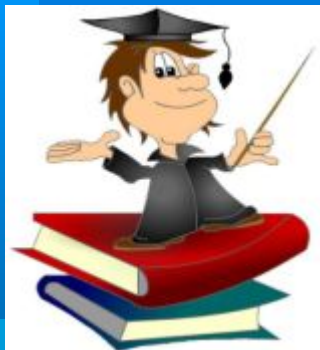
$$N = 6 \cdot 6 = 36.$$


Кол-во благоприятных исходов $N(A) = \{1 + 4, 2 + 3, 3 + 2, 4 + 1\} = 4$

Значит:
$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

Ответ:





Правила вычисления вероятности суммы событий

- ✓ Суммой событий A и B называют событие $A+B$, состоящее в наступлении **хотя бы одного** из этих событий.
- ✓ Если A и B **несовместны**, то $P(A+B)=P(A)+P(B)$
- ✓ Для *произвольных* событий A и B *вероятность суммы* этих событий равна сумме их вероятностей без вероятности их совместного события:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

ВЕРОЯТНОСТИ СУММЫ И ПРОИЗВЕДЕНИЯ СОБЫТИЙ

$$P(A + B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$



Сумма вероятностей **противоположных событий** равна 1:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

ПРИМЕР

Вероятность, что при бросании игральной кости выпадет **либо 3 очка, либо 4 очка.**

$$\begin{aligned} P(A + B) &= P(A) + P(B) = \\ &= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$



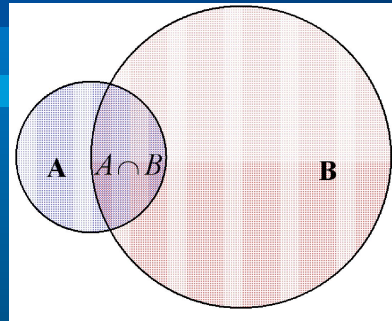
ПРИМЕР

Вероятность, того что молодой человек выиграет в лотерею **0,01**. А вероятность того, что он в этот же вечер **познакомится** с красивой девушкой **0,4**. С какой вероятностью произойдут оба события?

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B) = \\ = 0,01 \cdot 0,4 = 0,004$$



СОВМЕСТНЫЕ СОБЫТИЯ



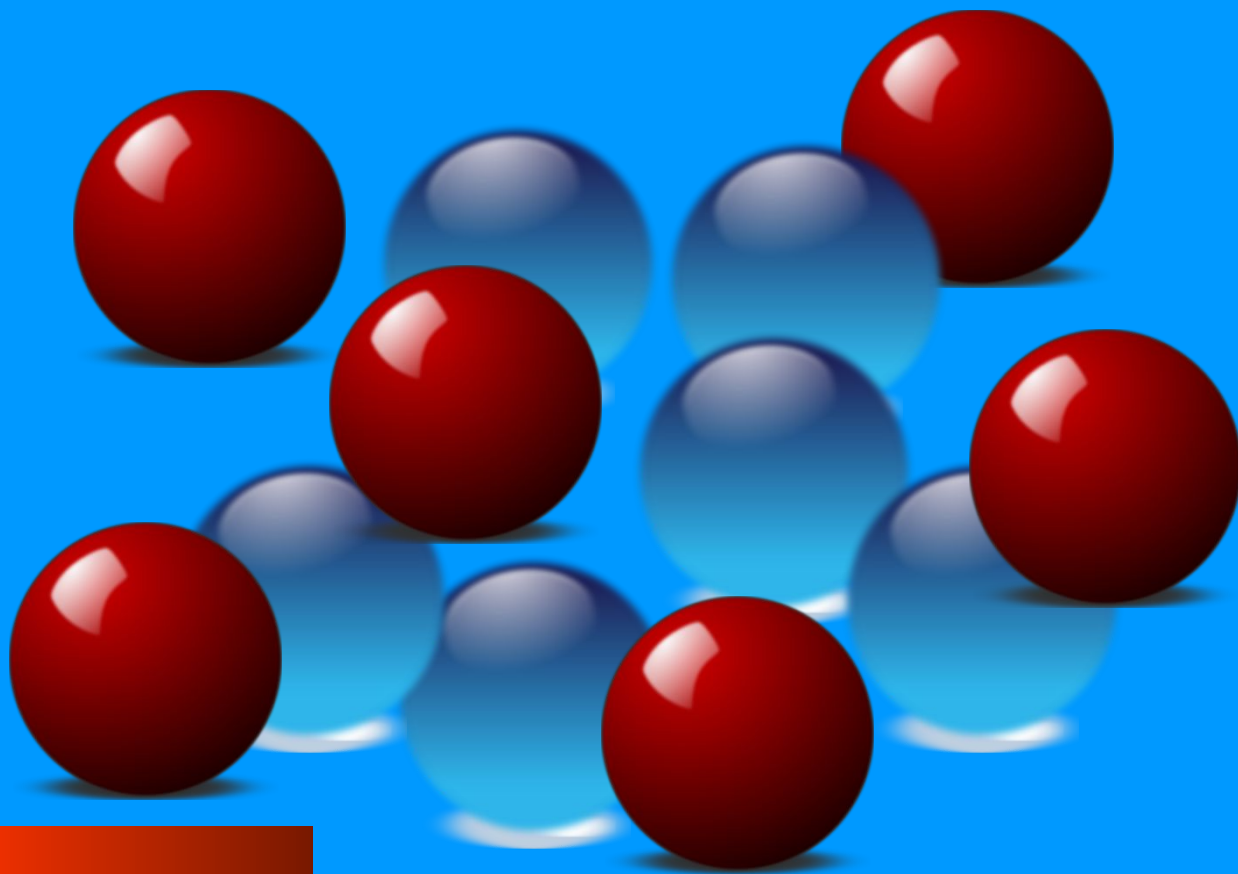
События A и B **совместные** (зависимые), вероятность суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$$

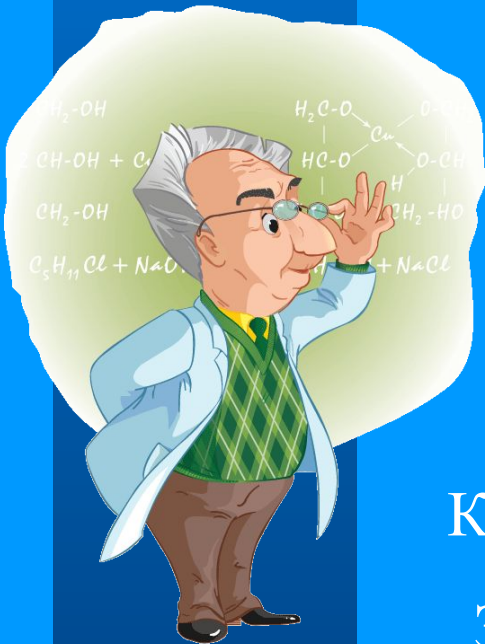
В ящике лежат 6 красных и 6 синих шаров. Наудачу вынимают 8 шаров. Определите вероятность события A - все выбранные шары красные.

Решение: $P(A) = 0$, т.к. это событие A - невозможное.

Ответ: 0.



Научная конференция проводится 3 дня. Всего запланировано 50 докладов: в первый день – 30 докладов, а остальные распределены поровну между вторым и третьим днями. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?



Решение:

Благоприятное событие А: доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции.

Кол-во всех возможных исходов $N = 50$.

Кол-во благоприятных исходов $N(A) = (50 - 30) : 2 = 10$.

$$\text{Значит: } P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{10}{50} = 0.2$$

Ответ: 0.2.

Перед началом первого тура чемпионата по теннису разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 46 теннисистов, среди которых 19 участников из России, в том числе Ярослав Исаков. Найдите вероятность того, что в первом туре Ярослав Исаков будет играть с каким – либо теннисистом из России.

Решение:



Благоприятное событие A : в первом туре Ярослав Исаков будет играть с каким – либо теннисистом из России

Кол-во всех возможных исходов $N = 45$.

Кол-во благоприятных исходов $N(A)=18$.

$$\text{Значит: } P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{18}{45} = 0.4$$

Ответ: 0.4.



Зада ча

Фабрика выпускает сумки. В среднем из 180 сумок восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

Решение:

$N(A) = 180 - 8 = 172$ сумки качественные,
 $N = 180$ всего сумок

$P(A) = 172/180 = 0,955... \approx 0,96$

Ответ: 0,96.



Зада ча

В таблице приведены результаты диагностической работы по математике в 9-х классах. Какова вероятность того, что оценка выбранной наугад работы будет выше, чем среднее по школе значение оценки?

| Оценки | «2» | «3» | «4» | «5» |
|----------------|-----|-----|-----|-----|
| Число учащихся | 7 | 20 | 15 | 8 |

Решение:

$7+20+15+8 = 50$ – всего учащихся

$(2*7+3*20+4*15+5*8):50 = 3,48 \approx 3$ – среднее по школе значение оценки.

$15+8=23$ – количество девятиклассников, получивших оценку выше средней по школе.

$P = 23/50 = 0,46$.

Ответ: 0,46.



Задача

Ваня забыл последние 2 цифры пароля для входа на сайт, но помнит, что они различны и образуют двузначное число, меньшее 30. С учетом этого он набирает наугад 2 цифры. Найти вероятность того, что это будут нужные цифры.

Решение:

Подсчитаем количество всех возможных двузначных чисел с разными цифрами, меньшее 30, которые может набрать абонент:

| | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 10 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| 20 | 21 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 |

Таких чисел 18. Так как только одно число правильное, то искомая вероятность $P=1/18$.

Ответ: $1/18$.

Задача

Студент при подготовке к экзамену не успел выучить один из тех 25 билетов, которые будут предложены на экзамене. Какова вероятность того, что студенту достанется на экзамене выученный билет?

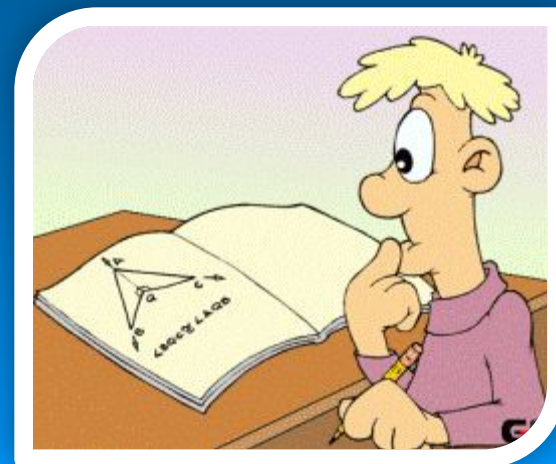
Решение:

$N = 25$ – количество билетов

$N(A) = 25 - 1 = 24$ – количество выученных билетов

$P(A) = 24/25 = 0,96$ – искомая вероятность.

Ответ: 0,96.



В коробке имеется 3 кубика: чёрный, красный и белый. Вытаскивая кубики наугад, мы ставим их последовательно друг за другом. Какова вероятность того, что в результате получится последовательность: красный, чёрный, белый?

Решение:

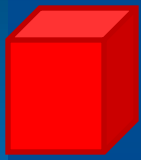
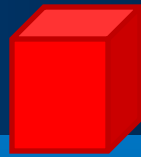
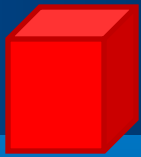
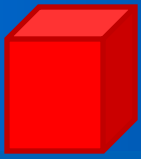
Сколько всего возможно результатов опыта? $n=6$

Пусть **Ч** – черный кубик, **К** – красный кубик, **Б** – белый кубик, тогда

ЧКБ, ЧБК, БЧК, БКЧ, КЧБ, КБЧ.

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{6} < 1.$$

Ответ: $\frac{1}{6}$



Домашнее задание:



- 1. Монета бросается 3 раза подряд. Найти вероятность событий: A - число выпадений герба больше числа выпадений решки; B - выпадает два герба; C - результаты всех бросаний одинаковы.**
- 2. Из урны, в которой находится 3 белых, 4 чёрных и 5 красных шаров, наудачу вынимается один шар. Какова вероятность событий: A - появление белого шара; B – появление чёрного шара; C - появление жёлтого шара; D - появление красного шара.**