



ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ

Функции и их графики

Определение. *Числовой функцией* с областью определения D называется соответствие, при котором каждому числу x из множества D сопоставляется по некоторому правилу число y , зависящее от x .

Функции обычно обозначают латинскими (а иногда греческими) буквами. Рассмотрим произвольную функцию f . Независимую переменную x называют также *аргументом функции*. Число y , соответствующее числу x , называют *значением функции f в точке x* и обозначают $f(x)$. Область определения функции f обозначают $D(f)$. Множество, состоящее из всех чисел $f(x)$, таких, что x принадлежит области определения функции f , называют *областью значений функции f* и обозначают $E(f)$.

Объединением множеств A и B называется множество, состоящее из всех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств A или B .

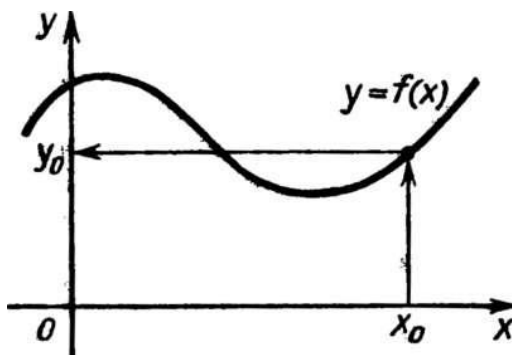
Функции вида $f(x)=p(x)$, где $p(x)$ — многочлен, называют целыми рациональными функциями, а функции вида

$f(x)=\frac{p(x)}{q(x)}$ где p и q — многочлены, называют *дробно-рациональными функциями*. Частное определено, если $q(x)$ не обращается в нуль. Поэтому область определения дробно-рациональной функции $f(x)=\frac{p(x)}{q(x)}$ — множество всех действительных чисел, из которого исключены корни многочлена $q(x)$.

Графиком функции f называют множество всех точек $(x; y)$ координатной плоскости, где $y = f(x)$, а x «про бегает» всю область определения функции f .

Подмножество координатной плоскости является графиком какой-либо функции, если оно имеет не более одной общей точки с любой прямой, параллельной оси Oy .

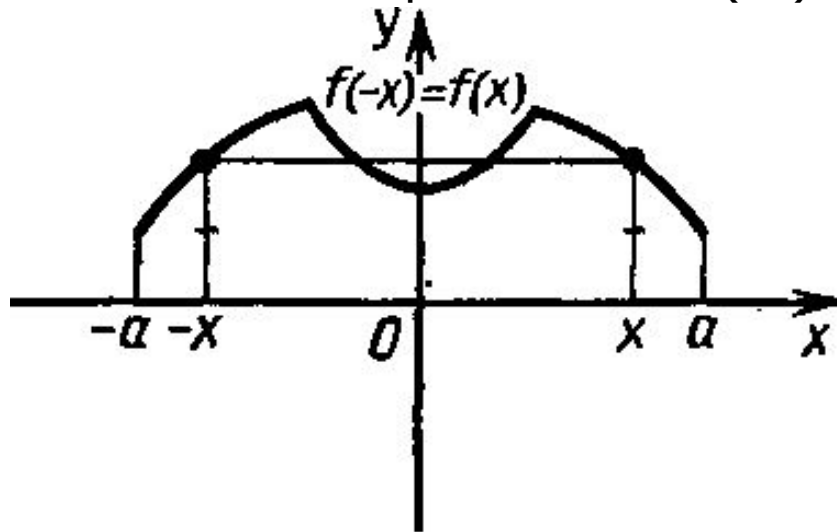
Часто функцию задают графически. При этом для любого x_0 из области определения легко найти соответствующее значение $y_0 = f(x_0)$ функции.



Четные и нечетные функции. Периодичность тригонометрических функций

Четные и нечетные функции. Области определения которых симметричны относительно начала координат, т. е. для любого x из области определения число $(-x)$ также принадлежит области определения. Среди таких функций выделяют четные и нечетные.

Определение. Функция f называется четной, если для любого x из ее области определения $f(-x)=f(x)$.



Определение. Функция f нечетна, если для любого x из ее области определения $f(-x) = -f(x)$

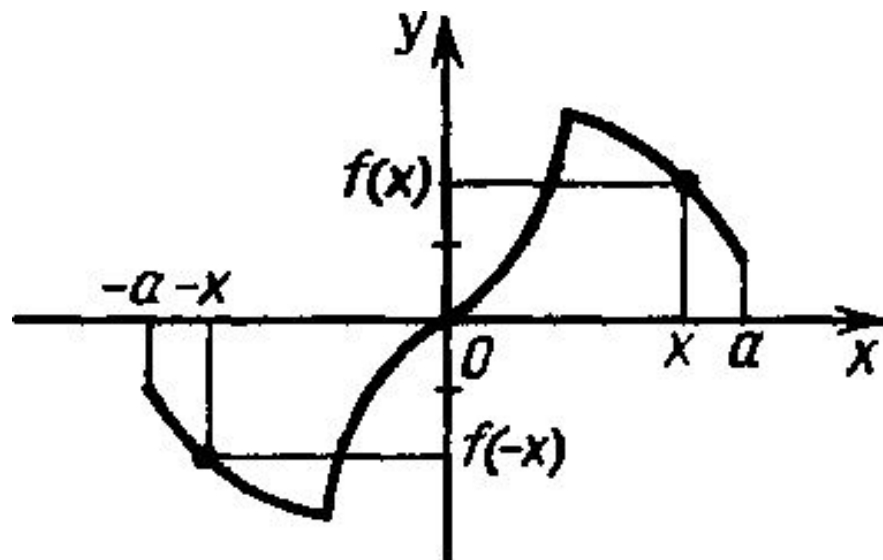


Рис. 29

Используемые свойства при построении графиков четных и нечетных функций.

- 1. График четной функции симметричен относительно оси ординат.*
- 2. График нечетной функции симметричен относительно начала координат.*

Из этих двух правил вытекает следующее: при построении графика четной или нечетной функции достаточно построить его часть для неотрицательных x , а затем отразить полученный график относительно оси ординат (в случае четной функции) или начала координат (в случае нечетной).