



---

# ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ

# Функции и их графики

---

**Определение.** Числовой функцией с областью определения  $D$  называется соответствие, при котором каждому числу  $x$  из множества  $D$  сопоставляется по некоторому правилу число  $y$ , зависящее от  $x$ .

Функции обычно обозначают латинскими (а иногда греческими) буквами. Рассмотрим произвольную функцию  $f$ . Независимую переменную  $x$  называют также *аргументом функции*. Число  $y$ , соответствующее числу  $x$ , называют *значением функции  $f$  в точке  $x$*  и обозначают  $f(x)$ . Область определения функции  $f$  обозначают  $D(f)$ . Множество, состоящее из всех чисел  $f(x)$ , таких, что  $x$  принадлежит области определения функции  $f$ , называют *областью значений функции  $f$*  и обозначают  $E(f)$ .

---

Объединением множеств  $A$  и  $B$  называется множество, состоящее из всех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств  $A$  или  $B$ .

Функции вида  $f(x)=p(x)$ , где  $p(x)$  — многочлен, называют целыми рациональными функциями, а функции вида

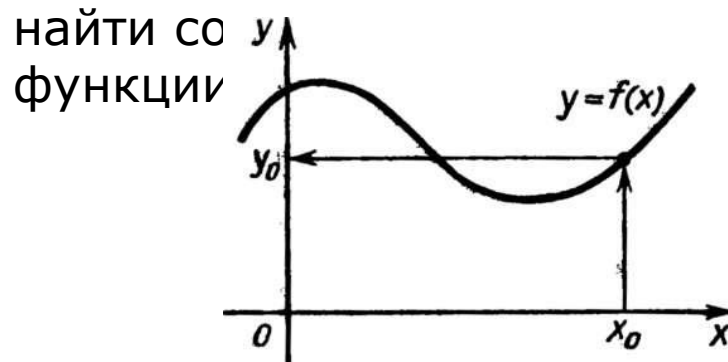
$f(x)=\frac{p(x)}{q(x)}$  где  $p$  и  $q$  — многочлены, называют *дробно-рациональными функциями*. Частное определено, если  $q(x)$  не обращается в нуль. Поэтому об  $\frac{p(x)}{q(x)}$  речь определения дробно-рационально  $f(x)=\frac{p(x)}{q(x)}$ ; ии множество всех действительных чисел, из которого  $m-iwnvj4cnDi$  корни многочлена  $q(x)$ .

---

Графиком функции  $f$  называют множество всех точек  $(x; y)$  координатной плоскости, где  $y = f(x)$ , а  $x$  «пробегают» всю область определения функции  $f$ .

Подмножество координатной плоскости является графиком какой-либо функции, если оно имеет не более одной общей точки с любой прямой, параллельной оси  $Oy$ .

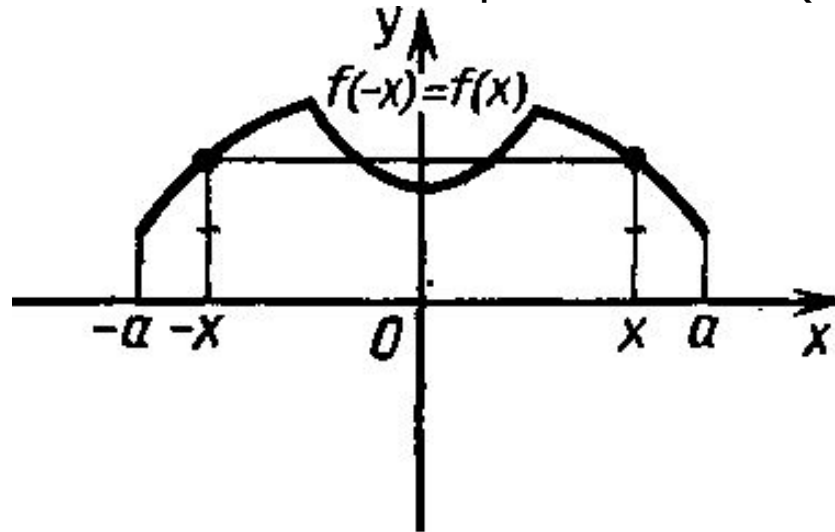
Часто функцию задают графически. При этом для любого  $x_0$  из области определения легко найти со значение  $y_0 = f(x_0)$



# Четные и нечетные функции. Периодичность тригонометрических функций

**Четные и нечетные функции.** Области определения которых симметричны относительно начала координат, т. е. для любого  $x$  из области определения число  $(-x)$  также принадлежит области определения. Среди таких функций выделяют четные и нечетные.

*Определение.* Функция  $f$  называется четной, если для любого  $x$  из ее области определения  $f(-x)=f(x)$ .



---

*Определение.* Функция  $f$  нечетна, если для любого  $x$  из ее области определения  $f(-x) = -f(x)$

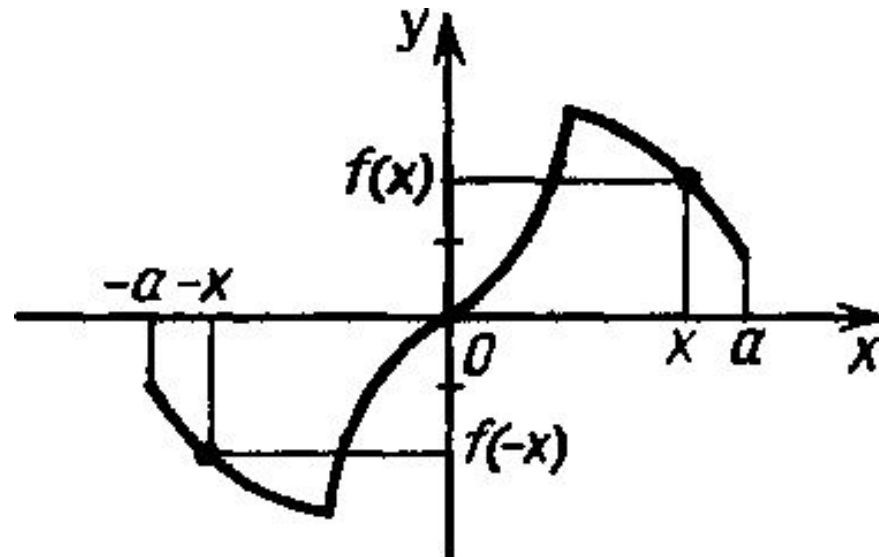


Рис. 29

## Используемые свойства при построении графиков четных и нечетных функций.

---

- 1. График четной функции симметричен относительно оси ординат.*
- 2. График нечетной функции симметричен относительно начала координат.*

Из этих двух правил вытекает следующее: при построении графика четной или нечетной функции достаточно построить его часть для неотрицательных  $x$ , а затем отразить полученный график относительно оси ординат (в случае четной функции) или начала координат (в случае нечетной).