

11.2. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА НЕОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА

1

*Производная от неопределенного интеграла
равна подынтегральной функции.*

$$\left(\int f(x) dx \right)' = f(x)$$

Доказательство:

$$\begin{aligned} \left(\int f(x) dx \right)' &= (F(x) + C)' = \\ &= F'(x) = f(x) \end{aligned}$$



2

Дифференциал от неопределенного интеграла равен подынтегральному выражению.

$$d\left(\int f(x)dx\right) = f(x)dx$$

Доказательство:

$$\begin{aligned}d\left(\int f(x)dx\right) &= \left(\int f(x)dx\right)' \cdot dx = \\ &= f(x)dx\end{aligned}$$



Неопределенный интеграл от дифференциала некоторой функции равен этой функции с точностью до постоянного слагаемого.

$$\int dF(x) = F(x) + C$$

Доказательство:

Представим функцию $F(x)$ как первообразную некоторой функции $f(x)$.

Тогда:

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

Отсюда

:

$$f(x)dx = dF(x)$$

Следовательно:

$$\int dF(x) = \int f(x)dx = F(x) + C$$



4

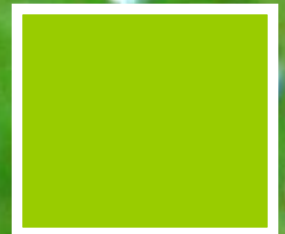
Постоянный множитель можно выносить за знак неопределенного интеграла.

$$\int k \cdot f(x) dx = k \cdot \int f(x) dx$$

Доказательство:

Это свойство вытекает из свойства
производной функции $F(x)$:

$$(k \cdot F(x))' = k \cdot F'(x) = k \cdot f(x)$$



*Интеграл от алгебраической суммы
(разности) двух функций равен сумме
(разности) интегралов от этих функций:*

$$\int (f(x) \pm g(x))dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$$

Доказательство:

Пусть $F(x)$ и $G(x)$ – первообразные для функций $f(x)$ и $g(x)$. Тогда

$$(F(x) \pm G(x))' = F'(x) \pm G'(x) = f(x) \pm g(x)$$

