

# ОСНОВЫ ЛОГИКИ Алгебра высказываний



# Логика

**Логика** – это наука о формах и способах мышления, позволяющая строить формальные модели окружающего мира, отвлекаясь от содержательной стороны.

Это учение о способах рассуждений и доказательств.

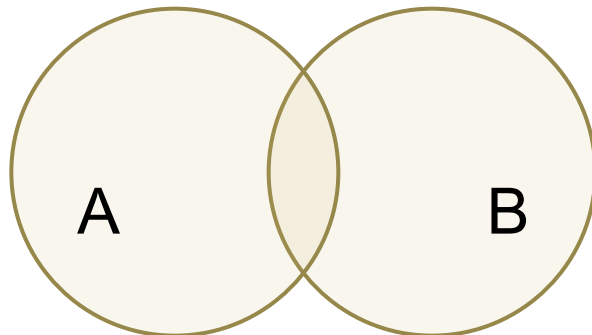
Мышление всегда осуществляется через **понятия**, **высказывания** и **умозаключения**.

# Понятие

**Понятие** – форма мышления, отражающая наиболее существенные свойства предмета, отличающие его от других предметов.

- Содержание составляет совокупность существенных признаков.
- Объем определяет совокупность предметов, на которую понятие распределяется и может быть представлено в форме множества объектов.

Наглядное представление – диаграммы Эйлера-Вена.



# Высказывание

**Высказывание** – форма мышления, выраженная с помощью в форме повествовательного предложения, в котором что-либо утверждается или отрицается и относительно которого можно судить истинно оно или ложно.

Вопросительные, восклицательные, побудительные предложения и предложения, содержащие переменную, высказываниями не являются.

## *Пример*

Истинное высказывание: «Буква «а» – гласная».

Ложное высказывание: «Компьютер был изобретен в середине XIX века».

# Упражнение

Какие из предложений являются высказываниями?  
Определите их истинность.

1. Какой длины эта лента?
2. Делайте утреннюю зарядку!
3.  $4 + 5 = 10$ .
4. Назовите устройство ввода информации.
5. Париж – столица Англии.
6. Число 11 является простым.
7. Без труда не вытащишь и рыбку из пруда.
8. Сложите числа 2 и 5.
9. Некоторые медведи живут на севере.
10. Все медведи – бурые.
11. Чему равно расстояние от Москвы до Смоленска.
12.  $5 < 3$ .

# Умозаключение

**Умозаключение** – форма мышления, посредством которой из одного или нескольких суждений, называемых посылками, по определенным правилам логического вывода получается новое знание о предметах реального мира (вывод).

## *Пример*

### Посылки

Все металлы электропроводны.

Ртуть является металлом.

### Вывод

Ртуть электропроводна.

# Алгебра высказываний

**Алгебра высказываний** – наука об операциях, аналогичных сложению и умножению, которые могут выполняться над высказываниями.

**Логическая переменная** – это простое высказывание, содержащее только одну мысль.

Ее символическое обозначение – латинская буква (например, A, B, P, Q и т.д.). Значением логической переменной могут быть только константы ИСТИНА и ЛОЖЬ (1 и 0).

На основании простых высказываний могут быть построены составные высказывания.

# Логические операции

**Логические операции** – логические действия.

Рассмотрим логические операции – **отрицание**, **конъюнкция**, **дизъюнкция**.

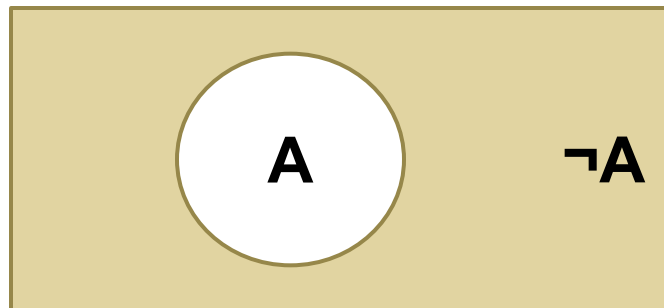
- не      ( $\neg, \bar{\quad}$ )      отрицание;
- и      ( $\&, \wedge$ )      конъюнкция;
- или      ( $\vee$ )      дизъюнкция.



# Отрицание

Отрицанием высказывания **A** называется новое сложное высказывание **не A** ( $\neg A$ ), которое истинно тогда и только тогда, когда **A** ложно.

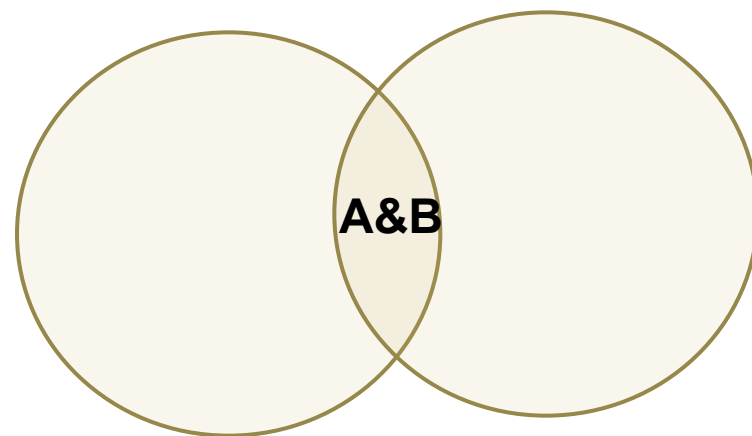
<b>A</b>	$\neg A$
0	1
1	0



# Конъюнкция

Конъюнкцией двух высказываний **A**, **B** называется новое сложное высказывание **A и B** ( $A \& B$ ,  $A \wedge B$ ), которое истинно тогда, и только тогда, когда истинны оба входящих в него высказывания.

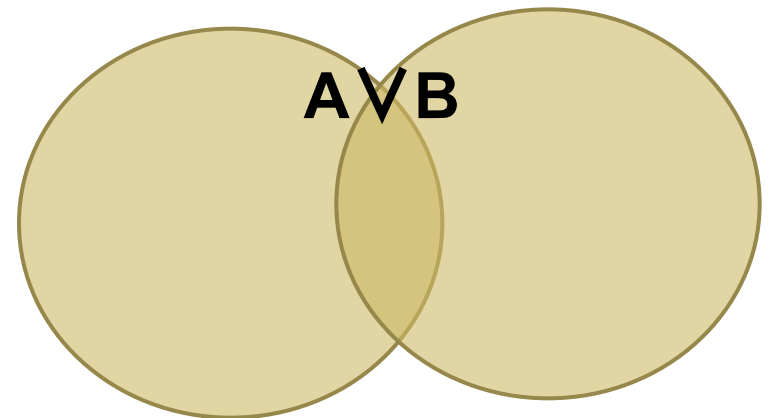
<b>A</b>	<b>B</b>	<b>A&amp;B</b>
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



# Дизъюнкция

Дизъюнкцией двух высказываний **A**, **B** называется новое сложное высказывание **A или B** ( $A \vee B$ ), которое истинно тогда, и только тогда, когда истинно хотя бы одно из входящих в него высказываний.

<b>A</b>	<b>B</b>	<b><math>A \vee B</math></b>
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



# Логическое выражение

**Логическое выражение** – формула, содержащая составное высказывание (логическую функцию) и знаки логических операций, значение которой можно вычислить (результат **0** или **1**).

При составлении логического выражения необходимо учитывать порядок выполнения логических операций, а именно:

- 1) действия в скобках;
- 2) приоритет операций:
  - отрицание,
  - конъюнкция,
  - дизъюнкция.

# Упражнение

1. Определите истинность составного высказывания:  
 $(\neg A \& \neg B) \& (C \vee D)$ , состоящего из простых высказываний:

**A** = «принтер устройство вывода информации»;

**B** = «процессор – устройство хранения информации»;

**C** = «монитор – устройство вывода информации»

**D** = «клавиатура – устройство обработки информации».

# Упражнение

**2.** Для какого символьного выражения верно высказывание:

$\neg$  (Первая буква согласная)  $\wedge$   $\neg$  (Вторая буква гласная)?

1) abcde

2) bcade

3) babas

4) cabab

# Упражнение

**3.** Для какого из указанных значений числа  $X$  истинно выражение

$$(X > 2) \& ((X < 4) \vee (X > 4))?$$

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

# Упражнение

4. Для какого из указанных значений числа  $X$  истинно высказывание

$$(X < 3) \ \& \ \neg(X < 2)?$$

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4



# Упражнение

**5.** Для какого названия животного ложно высказывание:

*В слове 4 гласных буквы  $\wedge$   $\neg$  (Пятая буква гласная)*

*$\vee$*

*$\vee$  В слове 5 согласных букв?*

- |             |             |
|-------------|-------------|
| 1) Шиншилла | 3) Антилопа |
| 2) Кенгуру  | 4) Крокодил |

# Упражнение

6. Для какого из указанных значений числа  $X$  ложно выражение  
 $(X > 2)$  ИЛИ НЕ( $X > 1$ )?

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

# Упражнение

7. Для какого символического набора истинно высказывание:

*Вторая буква согласная  $\wedge$  (В слове 3 гласных буквы  
 $\vee$   
 $\vee$  Первая буква согласная)?*

- |           |           |
|-----------|-----------|
| 1) УББОШТ | 3) ШУБВОИ |
| 2) ТУИОШШ | 4) ИТТРАО |