Мининский университет

Нижегородский государственный педагогический университет имени Козьмы Минина

Основы математической логики

Высказывания. Математические операции

Математической логики является понятие **высказывания**. **Высказывание** представляет собой языковое предложение, о котором можно сказать только одно: **истинно** оно или **ложно**.

Например: Высказыванием являются следующие предложения:

1. "3+2=5".
2. "Волга в подает в Каспийское море".
3. "Москва стоит на берегу Невы" .

Первые два высказывания истинны, а третье ложное.

Предложения “x+y=4“, "Город стоит на берегу реки" высказываниями не являются в виду их недостаточного уточнения.

В логике высказываний интересуются не содержанием высказывания, а его истинностью или ложностью. Истинностные значения – **Истина** и **Ложь** – будем обозначать буквами **И** и **Л** соответственно. Множество **{И, Л}** называется **множеством истинностных значений**.

Отрицание

- **Отрицанием высказывания Р** называется высказывание, **истинное**, когда высказывание **Р ложно**, и **ложное**, когда высказывание **Р** является **истинным**. **Отрицанием Р** обозначается "$\overline{P}$" и читается "**отрицание высказывания** $\overline{P}$" .

Отрицание соответствует частице "не"

Р	
И	Л
Л	И

Конъюнкция

Конъюнкцией двух высказываний **Р и Q** называется высказывание, **истинное** тогда и только тогда, когда **истинны оба высказывания**. Конъюнкция высказываний **Р и Q** обозначается **"Р · Q"** и читается **"Р и Q"** . **Конъюнкция** определяется таблицей истинности. **Конъюнкция** соответствует соединение высказываний союзом **"и"** .

Дизъюнкция

Дизъюнкцией двух высказываний P и Q называется высказывание, ложное тогда и только тогда, когда оба высказывания ложны. Дизъюнкция этих высказываний обозначается "P V Q" и читается "P или Q" . Дизъюнкция определяется также таблицей истинности. Дизъюнкция соответствует соединению высказываний союзом "или" .

P	Q	P V Q
И	И	И
И	Л	И
Л	И	И
Л	Л	Л

Импликация

- **Импликацией** двух высказываний **P и Q** называется высказывание, ложное тогда и только тогда, когда **P истинно**, а **Q ложно**. Импликация высказываний **P и Q** обозначается **"P → Q"** и читается **"из P следует Q"**.

  Импликация определяется таблицей истинности.

P	Q	P Q
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	И
Л	Л	И

Эквивалентность

- **Эквивалентностью (эквиваленцией)** двух высказываний P и Q называется высказывание, **истинное** тогда и только тогда, когда **истинные** значения **P** и **Q** совпадают . **Эквиваленция высказываний P** обозначается **"P ~ Q"** и читается **"P эквивалентно Q"** . **Эквиваленция** определяется таблицей **истинности**

P	Q	
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	Л
Л	Л	И

Пример

- Приставим следующие формулами следующими высказывания:

1. "Если допоздна работаешь на компьютере и проводишь расчеты, то можешь допустить ошибки или сделать неверные выходы" .
2. "Допустить ошибку – это значит получить неверное решение , что может привести к срыву здания" .

Решение

Выдели простые высказывания:

A. - Работать допоздна на компьютере .

B. - Проводишь расчеты .

C. - Допустить ошибку .

D. - Делать правильные выводы .

E. - Получить верное решение .

F. - Привести к срыву здания .

Составные высказывания могут быть символически представлены в виде следующих логических формул:

$$(\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B}) \to (\mathrm{C}\, \boldsymbol{V} \boldsymbol{D}), (\boldsymbol{C} \sim \boldsymbol{E}) \bar{\to} \mathbf{F}$$

БУЛЕВА ФУНКЦИЯ. БУЛЕВА АЛГЕБРА

- Высказывание построенное с помощью операций отрицания, конъюнкцией дизъюнкцией, имеет некоторое истинностное значение, зависящее от значений соответствующих высказываний. Любое высказывание ***f*** может быть задано в виде таблицы истинности.

Если значение высказывания ***f*** зависит от ***n*** состоящих высказываний $\mathbf{x_1}$, $\mathbf{x_2}$, **….**$\mathbf{x_n}$, то таблица истинности содержит $\mathbf{2^n}$ строк. Каждое высказывание называется переменной x, рассматривая при этом сложное высказывание как функцию ***f*** от ***n*** переменных. Если предать значению ***Л*** численное соответствие "**0**" , а значит ***И*** соответствие "***1***" , то функция переменных ***f*** будем называть булевой функцией ***f*** $(\mathbf{x_1}, \mathbf{x_2}, \ldots \mathbf{x_n})$ от ***n*** переменных.

Пример

Рассмотрим решение, принимаемого тремя членами комитета. Полагаем , что решение будет принято, если большинство членов комитета проголосует «за». Решение будет отвергнуто, если большинство членов проголосует «против». Результат голосования характеризуется таблицей истинности.

x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
1	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Мининский университет

Нижегородский государственный педагогический университет имени Козьмы Минина

Спасибо за внимание!