



Мининский университет

Нижегородский государственный
педагогический университет
имени Козьмы Минина



Основы математической ЛОГИКИ



Высказывания. Математические операции

Математической логики является понятие **высказывания**. **Высказывание** представляет собой языковое предложение, о котором можно сказать только одно: **истинно** оно или **ложно**.

Например: Высказыванием являются следующие предложения:

1. " $3+2=5$ ".
2. "Волга впадает в Каспийское море".
3. "Москва стоит на берегу Невы" .

Первые два высказывания истинны, а третье ложное.

Предложения " $x+y=4$ ", "Город стоит на берегу реки" высказываниями не являются в виду их недостаточного уточнения.

В логике высказываний интересуются не содержанием высказывания, а его истинностью или ложностью. Истинностные значения – **Истина** и **Ложь** – будем обозначать буквами **И** и **Л** соответственно. Множество **{И, Л}** называется **множеством истинностных значений**.



Отрицание

- **Отрицанием высказывания P** называется высказывание, **истинное**, когда высказывание P **ложно**, и **ложное**, когда высказывание P является **истинным**.
Отрицанием P обозначается " \bar{P} " и читается "**отрицание высказывания \bar{P}** ".

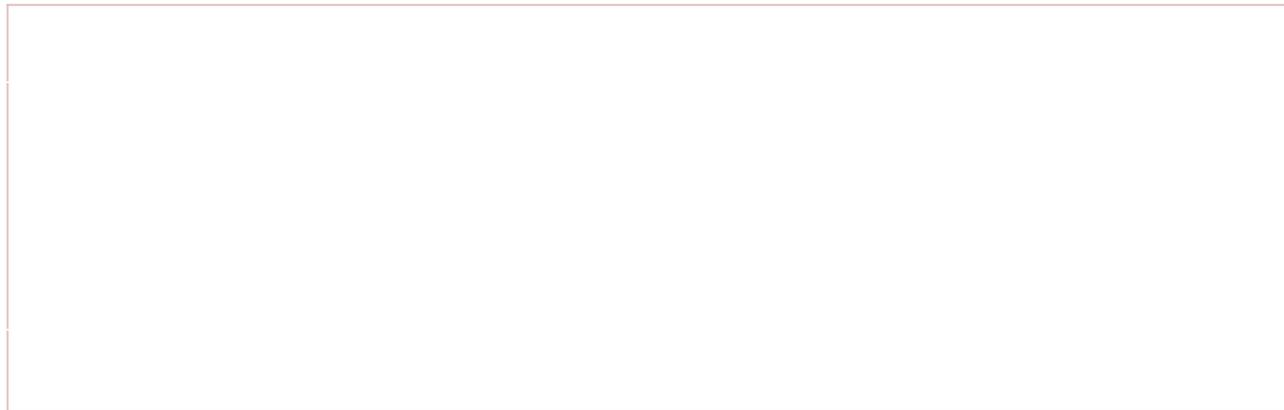
Отрицание соответствует частице "не"

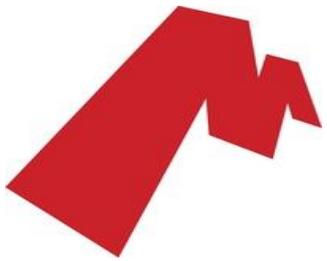
P	
I	L
L	I



Конъюнкция

Конъюнкцией двух высказываний **P** и **Q** называется высказывание, **истинное** тогда и только тогда, когда **истинны оба высказывания**. Конъюнкция высказываний **P** и **Q** обозначается " **$P \cdot Q$** " и читается "**P и Q**". **Конъюнкция** определяется таблицей истинности. **Конъюнкция** соответствует соединению высказываний союзом "**и**".





Дизъюнкция

Дизъюнкцией двух высказываний P и Q называется высказывание, ложное тогда и только тогда, когда оба высказывания ложны. Дизъюнкция этих высказываний обозначается " $P \vee Q$ " и читается " P или Q ". Дизъюнкция определяется также таблицей истинности. Дизъюнкция соответствует соединению высказываний союзом "или".

P	Q	$P \vee Q$
И	И	И
И	Л	И
Л	И	И
Л	Л	Л

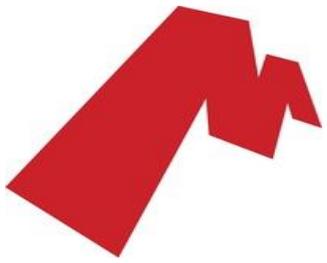


Импликация

- **Импликацией** двух высказываний **P** и **Q** называется высказывание, ложное тогда и только тогда, когда **P истинно**, а **Q ложно**. Импликация высказываний **P** и **Q** обозначается " **$P \rightarrow Q$** " и читается "**из P следует Q**".

Импликация определяется таблицей истинности.

P	Q	$P \rightarrow Q$
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	И
Л	Л	И



Эквивалентность

- Эквивалентностью (эквиваленцией) двух высказываний P и Q называется высказывание, истинное тогда и только тогда, когда истинные значения P и Q совпадают. Эквиваленция высказываний P обозначается " $P \sim Q$ " и читается " P эквивалентно Q ". Эквиваленция определяется таблицей истинности

P	Q	
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	Л
Л	Л	И



Пример

● Приставим следующие формулами следующими высказывания:

1. "Если допоздна работаешь на компьютере и проводишь расчеты, то можешь допустить ошибки или сделать неверные выводы" .
2. "Допустить ошибку – это значит получить неверное решение , что может привести к срыву здания" .

Решение

Выдели простые высказывания:

- A. - Работать допоздна на компьютере .
- B. - Проводишь расчеты .
- C. - Допустить ошибку .
- D. - Делать правильные выводы .
- E. - Получить верное решение .
- F. - Привести к срыву здания .

Составные высказывания могут быть символически представлены в виде следующих логических формул:

$$(A \cdot B) \rightarrow (C \vee D), (C \sim E) \rightarrow F$$



БУЛЕВА ФУНКЦИЯ. БУЛЕВА АЛГЕБРА

- Высказывание построенное с помощью операций отрицания, конъюнкцией дизъюнкцией, имеет некоторое истинностное значение, зависящее от значений соответствующих высказываний. Любое высказывание f может быть задано в виде таблицы истинности.

Если значение высказывания f зависит от n состоящих высказываний x_1, x_2, \dots, x_n , то таблица истинности содержит 2^n строк. Каждое высказывание называется переменной x , рассматривая при этом сложное высказывание как функцию f от n переменных. Если предать значению L численное соответствие "0", а значит I соответствие "1", то функция переменных f будем называть булевой функцией $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ от n переменных.



Пример

Рассмотрим решение, принимаемого тремя членами комитета. Полагаем, что решение будет принято, если большинство членов комитета проголосует «за». Решение будет отвергнуто, если большинство членов проголосует «против». Результат голосования характеризуется таблицей истинности.

x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
1	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1



Мининский университет

Нижегородский государственный
педагогический университет
имени Козьмы Минина

Спасибо за внимание!