

Основы теории нечетких множеств.
Логические операции с нечеткими
множествами.

Практическая работа № 6

ЦЕЛЬ

- Ознакомиться с основами теории нечетких множеств.
- Изучить:
 - 1) основные характеристики нечеткой логики;
 - 2) логические операции с нечеткими множествами;
 - 3) графическое и математическое представление логических операций.
- Определить связь четкой и нечеткой логик.
- Уметь:
 - 1) графически представлять логические операции с нечеткими множествами;
 - 2) находить пересечение, объединение, разность двух нечетких множеств и представлять данные операции в виде формул;
 - 3) применять унарные операции умножения числа на нечеткое множество и возведение нечеткого множества в степень.

Теоретическое задание

1. Изучить основные понятия теории нечетких множеств (НМ).
2. Рассмотреть и описать основные способы задания НМ.
3. Подготовить конкретные примеры нечетких множеств (3 примера).
4. Изучить следующие понятия:
 - высота НМ;
 - нормальное, субнормальное, унимодальное НМ;
5. Представить методы построения функций принадлежности.
6. Изучить логические операции с нечеткими множествами. Подготовить конкретные примеры логических операций над НМ:
 - включение,
 - равенство,
 - дополнение,
 - пересечение,
 - объединение,
 - разность.
7. Рассмотреть способы и подготовить примеры для представления логических операций (максиминные, алгебраические, ограниченные) – альтернативные операции пересечения и объединения НМ.

Практическое задание

- Согласно варианту дается множество состоящее из 10 чисел. На основании этого множества формируются два двумерных массива А и В, которые в первой строке содержат числа из множества, а во второй строке содержат значения функций принадлежности.
- Необходимо получить двумерный массив С, который является результатом логических операций над нечеткими множествами.
- Построить графики для каждой из логических операций, которые содержат по оси Х значения массивов А и В, а также С, а по оси У значения функций принадлежности А и В, а также С.

Логические операции над

Включение. Пусть A и B — нечеткие множества на универсальном множестве E . Говорят, что A содержится в B , если $\forall x \in E \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$.

Обозначение: $A \subset B$.

Иногда используют термин *доминирование*, т.е. в случае, когда $A \subset B$, говорят, что B доминирует A .

Равенство. A и B равны, если $\forall x \in E \mu_A(x) = \mu_B(x)$.

Обозначение: $A = B$.

Дополнение. Пусть $M = [0, 1]$, A и B — нечеткие множества, заданные на E . A и B дополняют друг друга, если $\forall x \in E \mu_A(x) = 1 \Leftrightarrow \mu_B(x) = 0$.

Обозначение: $B = \bar{A}$ или $A = \bar{B}$.

Очевидно, что $\bar{\bar{A}} = A$ (дополнение определено для $M = [0, 1]$, но очевидно, что его можно определить для любого упорядоченного M).

Пересечение. $A \cap B$ — наибольшее нечеткое подмножество, содержащееся одновременно в A и B :

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)).$$

Логические операции над

Объединение. $A \cup B$ — наименьшее нечеткое подмножество, включающее как A , так и B , с функцией принадлежности:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)).$$

Разность. $A - B = A \cap \bar{B}$ с функцией принадлежности:

$$\mu_{A-B}(x) = \mu_{A \cap \bar{B}}(x) = \min(\mu_A(x), 1 - \mu_B(x)).$$

Дизъюнктивная сумма

$$A \oplus B = (A - B) \cup (B - A) = (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)$$

с функцией принадлежности:

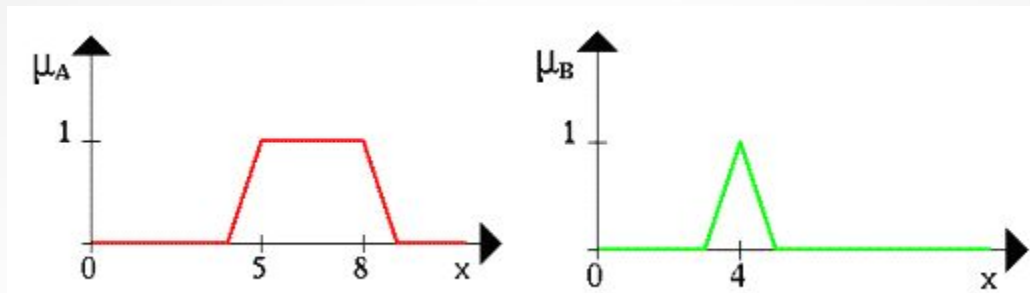
$$\mu_{A \oplus B}(x) = \max(\min(\mu_A(x), 1 - \mu_B(x)); \min(1 - \mu_A(x), \mu_B(x)))$$

• Отрицание нечеткого множества \bar{A} :

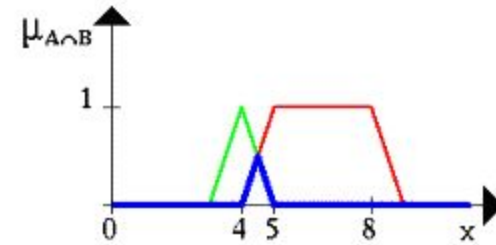
$$\mu(x) = 1 - \mu_A(x),$$

где $\mu(x)$ — результат операции;

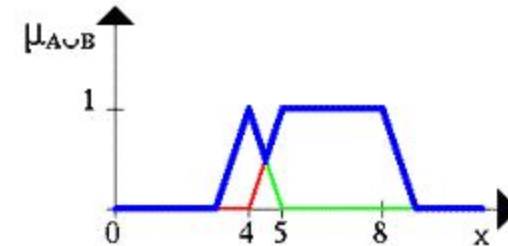
$\mu_A(x)$ — степень принадлежности элемента x к множеству A



- Пересечение двух нечетких множеств $A \cap B$ (нечеткое «И»):
 $\mu(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$.

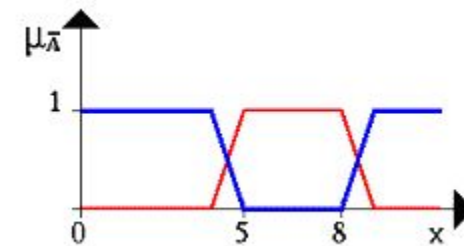


- Объединение двух нечетких множеств $A \cup B$ (нечеткое «ИЛИ»):
 $\mu(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$.



- Отрицание нечеткого множества $\neg A$:
 $\mu(x) = 1 - \mu_A(x)$,

где $\mu(x)$ — результат операции;
 $\mu_A(x)$ — степень принадлежности элемента x к множеству A ,
 $\mu_B(x)$ — степень принадлежности элемента x к множеству B .



ЛИТЕРАТУРНЫЕ ИСТОЧНИКИ

- Определение лингвистической переменной (формальное и интуитивное), нечеткого множества – «Интеллектуальные информационные системы.pdf, стр.2», Общая теория нечетких множеств.doc.
- Логические операции с нечеткими множествами – «Интеллектуальные информационные системы.pdf, стр.3», Общая теория нечетких множеств.doc.

**Список источников для обязательного рассмотрения
(книги находятся в папке «Дополнительная литература»)**

- Fuzzy Logic Introduction by Martin Hellmann (2001).
- Леоненков А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH (2005).
- Neuro-fuzzy and soft computing, Jyh-Shing Roger Jang, Chuen-Tsai Sun (1997).
- Круглов В.В. Нечеткая логика и искусственные нейронные сети (2001).

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Содержание отчета:

- номер практической работы, название темы;
- цель работы;
- постановку задания;
- вариант;
- теоретические сведения;
- вычисления и выводы.

Варианты

| Номер варианта | Множество чисел | Номер варианта | Множество чисел |
|----------------|-----------------|----------------|-----------------|
| 1 | 1-10 | 11 | 101-110 |
| 2 | 11-20 | 12 | 111-120 |
| 3 | 21-30 | 13 | 121-130 |
| 4 | 31-40 | 14 | 131-140 |
| 5 | 41-50 | 15 | 141-150 |
| 6 | 51-60 | 16 | 151-160 |
| 7 | 61-70 | 17 | 161-170 |
| 8 | 71-80 | 18 | 171-180 |
| 9 | 81-90 | 19 | 181-190 |
| 10 | 91-100 | 20 | 191-200 |

Пример

- $A = [20\ 21\ 22\ 23\ 24\ 25\ 26\ 27\ 28\ 29\ 30; 0.1\ 0.8\ 1\ 0.2\ 0.4\ 0.7\ 0.1\ 0.5\ 0.3\ 1\ 0.6];$
- $B = [20\ 21\ 22\ 23\ 24\ 25\ 26\ 27\ 28\ 29\ 30; 0.6\ 0.2\ 0.1\ 1\ 0.4\ 0.8\ 0.7\ 0.1\ 0.5\ 0\ 0.9];$
- $A1 = A(1,:);$
- $A2 = A(2,:);$
- $B1 = A(1,:);$
- $B2 = B(2,:);$
- $\text{subplot}(2,1,1);$
- $\text{plot}(A(1,:)',A(2,:)',B(1,:)',B(2,:));$
- $\text{xlabel}('X'), \text{ylabel}('mA(X), mB(X)');$
- $\text{legend}('mA(X)', 'mB(X));$
- $\text{grid on};$
- $n = \text{length}(A(2,:));$
- $\% CA = 1-A$ Отрицание для множества A
- $CA = \text{zeros}(2, n);$
- $CA(1,:) = A(1,:);$
- $CA(2,:) = 1 - A(2,:);$
- $\text{subplot}(2,1,2);$
- $\text{plot}(A(1,:)',A(2,:)',CA(1,:)',CA(2,:));$
- $\text{xlabel}('X'), \text{ylabel}('mA(X), mCA(X));$
- $\text{legend}('mA(X)', 'mCA(X));$
- $\text{grid on};$

