

# ОСНОВЫ ТОПОЛОГИИ В ГИС И ЗИС

**Топологические свойства** – такие свойства, которые не изменяются при непрерывных деформациях объектов (например, в результате изменения масштаба электронной карты или редактирования формы объекта).

**Топологические отношения** – взаимные связи различных объектов, неизменяемые при непрерывных (без разрывов и склеиваний) деформациях объектов или составление (комбинация) значений показателей, топологических свойств определенных объектов.

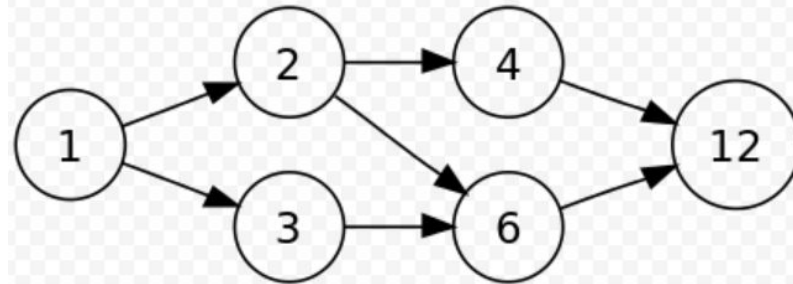
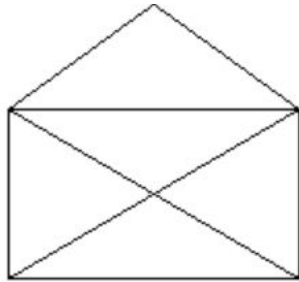
**Алгебраическая топология** предполагает, что географические объекты располагаются на двухмерной плоскости. В этом случае точки, линии и площади представляются с помощью узлов (nodes, нуль-мерные ячейки); ребер (edges), иногда называемых дугами (arcs, одномерные ячейки); или полигонов (polygons, двухмерные ячейки) соответственно. Карта рассматривается как ориентированный двухмерный ячеечный комплекс.

**Теория графов** позволяет представлять топологические характеристики *линейных* объектов с помощью связанных графов (**Связный граф** - конечное множество вершин (vertex), любые две из которых соединены ребрами (edge)), а *площадных* объектов - с помощью графов покрытия и смежности.

**Теория множеств** позволяет представить точечные объекты как элементы множества, линейные – как совокупность граничных точек множества, а площадные объекты рассматриваются в виде совокупности внутренних и граничных точек множества.

# Топологические отношения на основе теории графов

**Граф** – конечное множество точек (вершин), любые две из которых соединены линиями (ребрами). Графы м.б. направленными и ненаправленными.



Первая работа, раскрывающая основные положения теории графов (решение задачи о Кёнингсбергских мостах) принадлежит **Л.Эйлеру** (1736 г.)

При решении задачи Л.Эйлер пришел к следующим **выводам**:

1. Число *нечетных* вершин (вершин, к которым ведет нечетное число ребер) графа должно быть *четно*. Не может существовать граф, который бы имел нечетное число нечетных вершин.
2. Если все вершины графа *четные*, то можно, не отрывая карандаша от бумаги, начертить граф, при этом можно начинать с любой его вершины и завершить в той же вершине.
3. Граф с более чем двумя *нечетными* вершинами *невозможно* начертить одним росчерком.

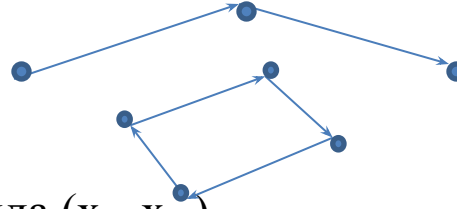
# ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ГРАФА

- **Вершины** – элементарные объекты графовой структуры, соединенные отрезками (ребрами). Аналог вершины в ГИС – *точка*.
- **Ребро** - соединение между вершинами графа. В ГИС синонимом термина ребро является *сегмент (отрезок)*.
- **Цепь** – непрерывная последовательность ребер графа.
- Цепь называется *простой*, если все ее ребра различны, и *составной* — в противном случае. Если вершины цепи различны, то она называется *элементарной*. В ГИС синонимом цепи является *ломаная (линия)*.
- **Цикл** - замкнутая последовательность ребер графа.
- Графы бывают двух видов: *неориентированные* и *ориентированные (орграфы)*.
- **Ориентированный граф** – граф, в котором каждому ребру, соединяющим две вершины, придана ориентация относительно этих вершин.
- **Дуга** - фундаментальное понятие теории графов; определяется как упорядоченная пара вершин, графически изображается отрезком непрерывной кривой со стрелкой, направленной от вершины  $v$  - начала дуги к вершине  $w$  – концу дуги.



# Основные элементы теории графов

- **Путь графа** - непрерывная последовательность одинаково ориентированных дуг между двумя заданными вершинами.
- **Контур** - замкнутый путь графа.
- **Петля** - контур, образованный дугой вида  $(x_k, x_k)$ .
- Путь называется **простым**, когда в нем никакая дуга не встречается дважды.
- Путь, в котором никакая вершина не встречается дважды, называется **элементарным**. В ГИС аналогом термина путь является *дуга*.
- **Грань плоского графа** - область, ограниченная ребрами графа и не содержащая внутри себя ни вершин, ни ребер (аналог в ГИС – *полигон*).
- **Край грани** - цикл, образованный граничными ребрами (аналог в ГИС – *контур полигона*).
- **Смежные грани** – грани, у которых края имеют хотя бы одно общее ребро.
- **Бесконечная грань** - область плоскости, расположенная вне крайних ребер графа.



# Типологические отношения на основе теории графов

## I. Для структур, в которых нет регулярных ячеек (полигонов):

1. Отношение *инцидентности* (принадлежности) узла ко всем дугам, оканчивающимся на нем. *Инцидентность* дословно означает состояние «впадения друг в друга» или «включения друг друга» элементов графа, то есть ребро включает в себя свои начальные и конечные узлы. И напротив, все отходящие от одного узла ребра, инцидентны с ним. *Инцидентность* обозначает *отношение между разными элементами графа*.
2. Отношение инцидентности дуги к обоим ее конечным узлам.
3. Отношение *адъацентности* (смежности) узла ко всем связанным с ним по краю соседним узлам. *Адъацентность* означает *отношение между одинаковыми элементами графа*.
4. Отношение смежности дуги ко всем соседним дугам, кончающимся в том же узле (две дуги не пересекаются или пересекаются только в узлах).

# Типологические отношения на основе теории графов

- II. Для ячеистых структур (структур, имеющих грани, полигоны):
1. Отношение *инцидентности* (принадлежности) узла ко всем граням (ячейкам, областям, полигонам), к которым принадлежит узел.
  2. Отношение *инцидентности* края грани (границы полигона) к двум или менее граням (полигонам), которым принадлежит край (граница). Любая дуга (вся, а не ее часть) принадлежит только одному (если она висячая) или только двум (если она невисячая) полигонам.
  3. Отношение *инцидентности* ячейки (полигона) ко всем краям (границам полигона), которые образуют контур, определяющий ячейку.
  4. Отношение *адъацентности* ячейки (полигона) ко всем соседним ячейкам (полигонам), которые имеют с ячейкой, по меньшей мере, один край (топологическое свойство непрерывности).

# Примеры кодирования топологических связей в ГИС (модель «Дуга-Узел»)

<p>1. Сохранение местоположения всех узлов, т.е. окончечных точек и точек пересечения линий или границ полигонов.</p>		<table border="1"> <thead> <tr> <th>Узел</th> <th>X</th> <th>Y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>2</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>3</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>2</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>4</td> <td>3</td> </tr> </tbody> </table>	Узел	X	Y	1	0	1	2	2	4	3	3	0	4	2	2	5	4	3						
Узел	X	Y																								
1	0	1																								
2	2	4																								
3	3	0																								
4	2	2																								
5	4	3																								
<p>2. На основе этих узлов определяются дуги. Для этого указываются начальные и конечные точки дуги (узлы) и задается направление (начальный и конечный узел). Направление дуги позволяет определить маршрут между двумя узлами.</p>		<table border="1"> <thead> <tr> <th>Дуга</th> <th>Нач</th> <th>Кон</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td>3</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>c</td> <td>3</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>d</td> <td>1</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>e</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>5</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>g</td> <td>4</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table>	Дуга	Нач	Кон	a	1	2	b	3	2	c	3	1	d	1	4	e	3	4	f	5	5	g	4	2
Дуга	Нач	Кон																								
a	1	2																								
b	3	2																								
c	3	1																								
d	1	4																								
e	3	4																								
f	5	5																								
g	4	2																								
<p>3. Полигоны определяются дугами путем их перечисления по часовой стрелке вокруг объекта. Сохраняются дуги, составляющие полигон, порядок их следования и ориентация. Внутренние области (границы) полигона соответствующим образом помечаются (например, знаком «минус»).</p>		<table border="1"> <thead> <tr> <th>Полигон</th> <th>Список дуг</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>a, d, g</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>c, d, e</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>f</td> </tr> <tr> <td>Г</td> <td>b, c, g, -f</td> </tr> </tbody> </table>	Полигон	Список дуг	A	a, d, g	B	c, d, e	B	f	Г	b, c, g, -f														
Полигон	Список дуг																									
A	a, d, g																									
B	c, d, e																									
B	f																									
Г	b, c, g, -f																									
<p>4. Наконец, для каждой дуги можно определить, какой полигон находится слева и справа от направления ориентации. Если дуга находится на границе изучаемой зоны, соответствующая область помечается как «универсум» или внешний мир.</p>		<table border="1"> <thead> <tr> <th>Дуга</th> <th>Л</th> <th>П</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a</td> <td>+</td> <td>A</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td>D</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>c</td> <td>+</td> <td>B</td> </tr> <tr> <td>d</td> <td>A</td> <td>B</td> </tr> <tr> <td>e</td> <td>B</td> <td>D</td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>D</td> <td>C</td> </tr> <tr> <td>g</td> <td>A</td> <td>D</td> </tr> </tbody> </table> <p>+ универсум Л – слева П – справа</p>	Дуга	Л	П	a	+	A	b	D	+	c	+	B	d	A	B	e	B	D	f	D	C	g	A	D
Дуга	Л	П																								
a	+	A																								
b	D	+																								
c	+	B																								
d	A	B																								
e	B	D																								
f	D	C																								
g	A	D																								



# Выражение топологических отношений через пересечение границ и внутренних областей

$\partial A \cap \partial B$	$\partial A \cap B^\circ$	$A^\circ \cap \partial B$	$A^\circ \cap B^\circ$	Имя отношения	Диаграммы
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	А разделено с В (близость, соседство, эквидистантное соседство)	
$\emptyset$	$\emptyset$	$\neq \emptyset$	$\neq \emptyset$	В внутри А (вложенность)	
$\emptyset$	$\neq \emptyset$	$\emptyset$	$\neq \emptyset$	А внутри В (вложенность)	
$\neq \emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	А касается В (примыкает, смежность)	
$\neq \emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\neq \emptyset$	А равно В (совмещение)	
$\neq \emptyset$	$\emptyset$	$\neq \emptyset$	$\neq \emptyset$	А покрывает В (нахождение)	
$\neq \emptyset$	$\neq \emptyset$	$\emptyset$	$\neq \emptyset$	В покрывает А (нахождение)	
$\neq \emptyset$	$\neq \emptyset$	$\neq \emptyset$	$\neq \emptyset$	А перекрывает В (пересечение)	

$$R_T(A, B) = |\partial A, \partial B, A^\circ, B^\circ|,$$

где

$A^\circ$  и  $B^\circ$  – внутренние области объектов  $A$  и  $B$ ;

$\partial A$  и  $\partial B$  – границы объектов  $A$  и  $B$ .



# Классификация топологических отношений в ГИС и ЗИС

## 1. Объектные топологии:

1.1. Внутриобъектные топологические отношения

1.2. Межобъектные топологические отношения:

1.2.1. Узловые топологические отношения и линейно-узловые топологические отношения

1.2.2. Межобъектные топологические отношения в пределах одного слоя

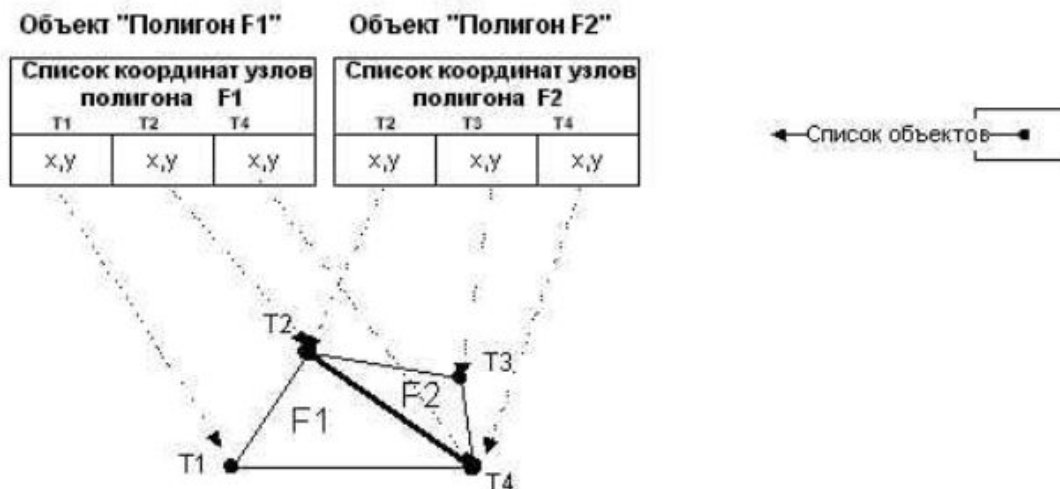
1.2.3. Межслойные топологические отношения между объектами

1.2.4. Топологические межобъектные ресурсные связи

2. Концептуальные топологические отношения (отношения между классами объектов, а не между экземплярами).

3. «Псевдотопология» (виртуальная топология)

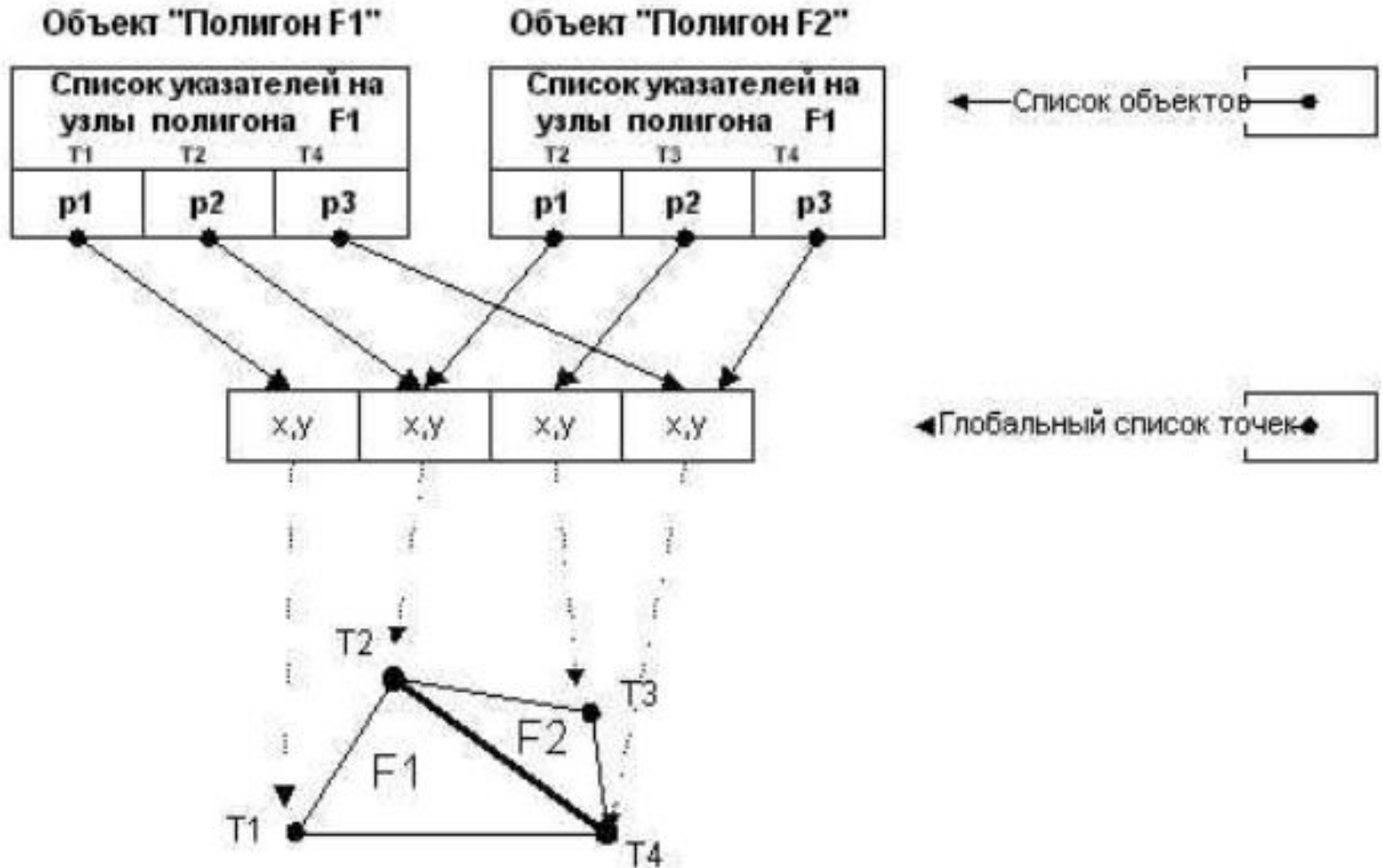
# Модель в внутриобъектными топологическими отношениями



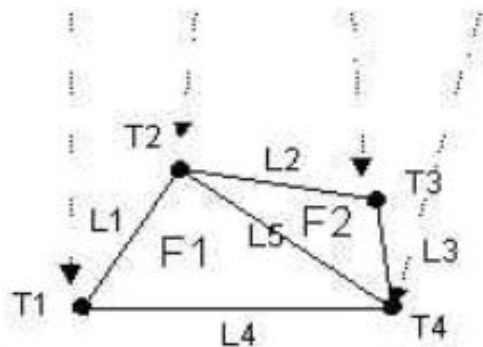
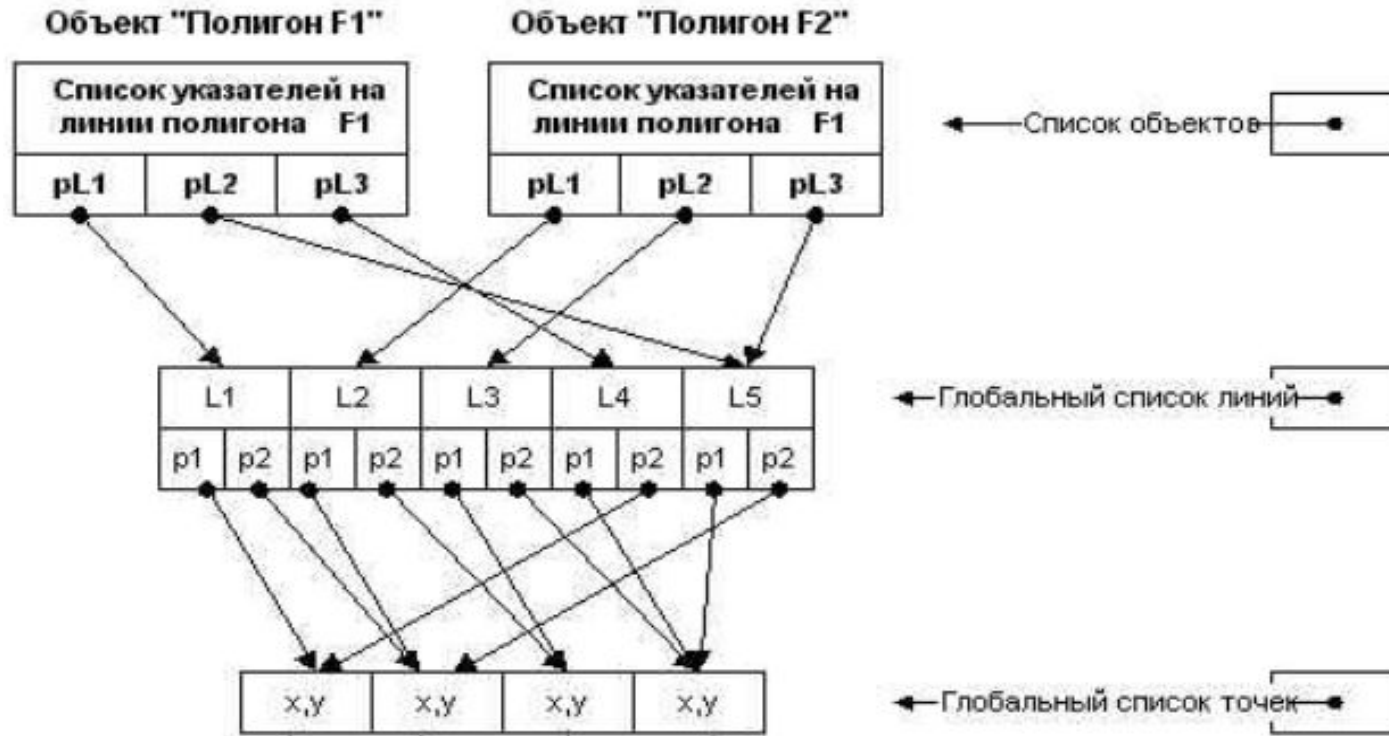
1. Целостность отдельного объекта, невозможность его «рассыпания»,
2. Каждый тип объекта создаётся своей специфической операцией, не допускающей изменений типа объекта,
3. С объектом можно будет выполнять только целостные операции: создать, удалить, переместить объект в другое место (не меняя формы), скопировать в другое место (не меняя формы).

К системам, которые поддерживают только внутриобъектную топологию, относятся: MapInfo (MapInfo Corp., США); AtlasGIS (ESRI, США); отечественная GeoCAD System (Новосибирск); отечественная "Панорама" for DOS (Ногинск) и т. д.

# Межобъектные узловые топологические отношения

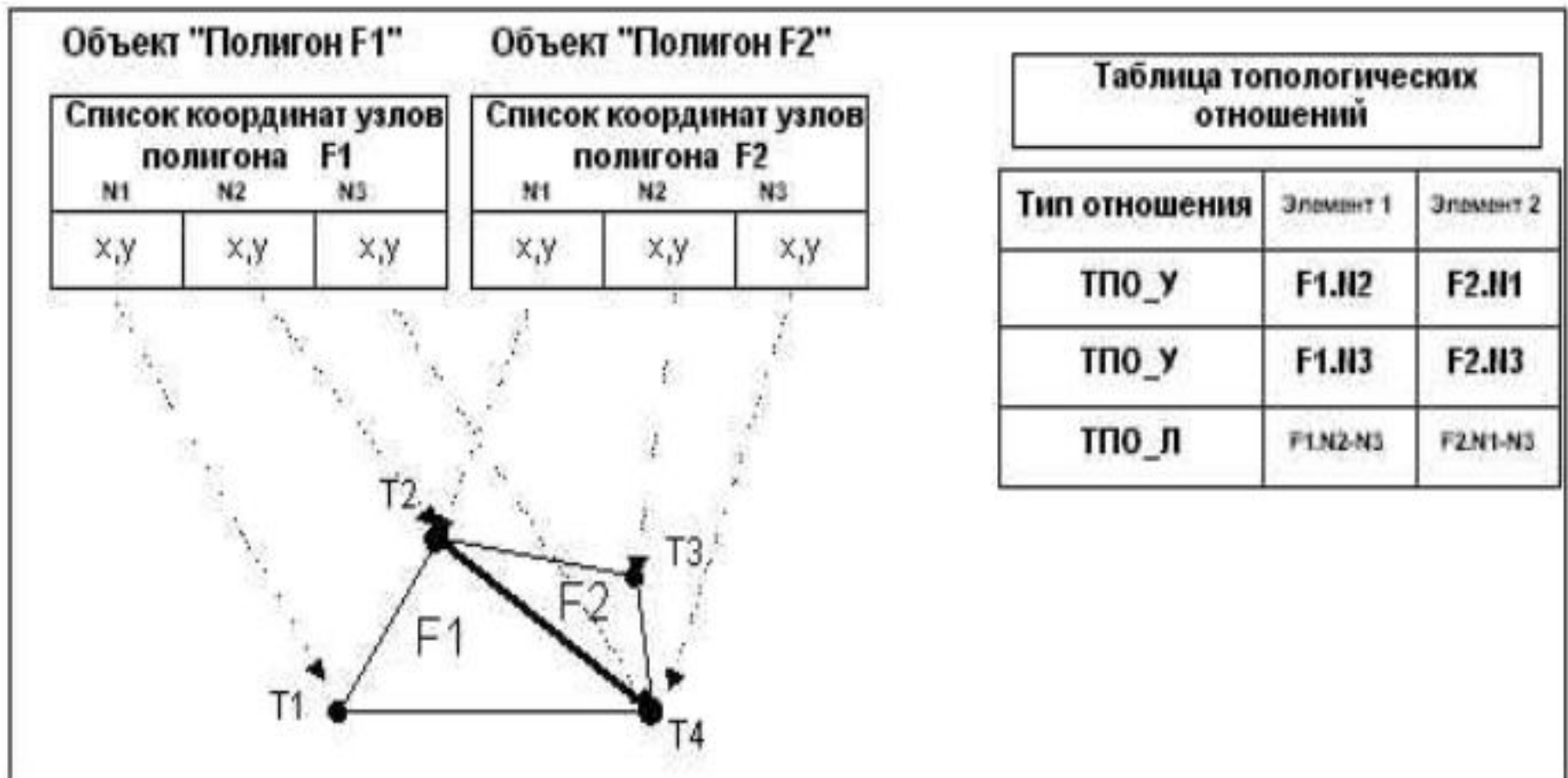


# Межобъектные линейно-узловые ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ОТНОШЕНИЯ



# Межобъектные топологические отношения в пределах одного слоя

Основа: топологические пространственные отношения между автономными объектами, которые должны иметь общие узлы и ребра



# Концептуальные топологические отношения (КТО)

*КТО*- отношения между классами объектов.

Полезность использования КТО в ГИС состоит в следующем:

1. Появляется возможность при реализации КТО освободить пользователя от необходимости самому следить за тем, чтобы не ввести ошибки во взаимное расположение объектов разных классов на карте. Например:

- объекты класса “здания” не должны пересекать границы объектов класса “земельные участки”;
- объекты класса “здания” не могут накладываться на объекты классов “лес” или “река”;
- объекты класса “квартал” образуют топологически связанную группу с объектами классов “сегмент улицы” и “перекресток” и др.

Задание подобного рода “разрешительных” или “запретительных” отношений между классами объектов, позволяют ГИС непрерывно следить за действиями пользователя и давать ему рекомендации непосредственно в процессе создания электронной карты.

2. Реализации КТО может помочь автоматизировать процесс построения объектов некоторых классов. Например, когда границы объектов одного класса определяются через границы объектов другого класса (например, “сегменты улиц”, “перекрестки” и “кварталы”), то нарисовав слой кварталов, пользователь может дать команду для ООГИС автоматически создать слой “сегментов улиц” и “перекрестков”, поскольку они по определению размещаются между кварталами (“перекрестки” - между смежными сегментами улиц). При этом система сразу установит все необходимые топологические отношения между экземплярами этих объектов.



# Псевдотопология

Объект "Полигон F1"

Список координат узлов полигона F1		
T1	T2'1	T4
x,y	x,y	x,y

Объект "Полигон F2"

Список координат узлов полигона F2		
T2'2	T3	T4
x,y	x,y	x,y

