

# Особенности геометрических построений на компьютере

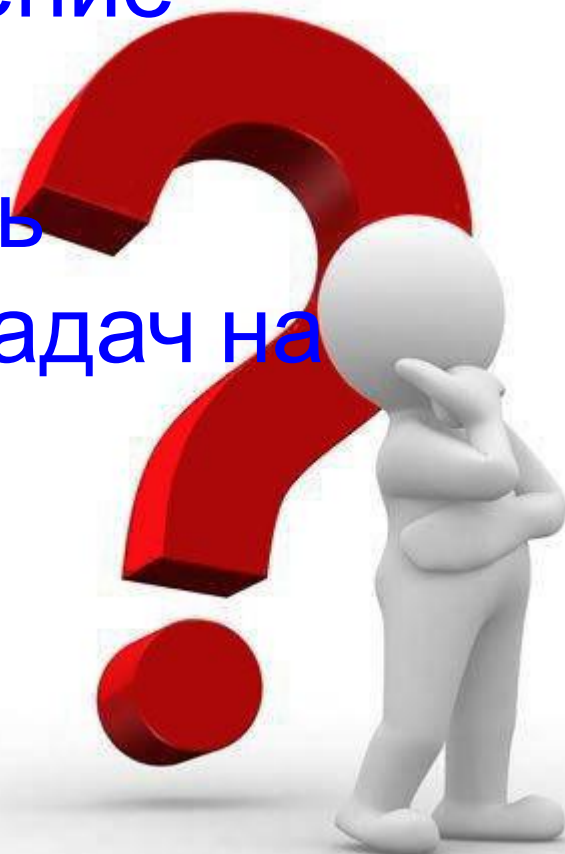


Автор: Виноградов Никита,  
ученик 9 класса, МКОУ  
Плесской средней  
общеобразовательной школы,  
обучающийся объединения  
«Программирование» МКОУ ДОД  
ЦДЮТ

Руководитель: Юдин Андрей  
Борисович,  
учитель математики МКОУ  
Плесской средней  
общеобразовательной школы,  
педагог дополнительного  
образования  
МКОУ ДОД ЦДЮТ

# ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Выяснить какие знания из курса алгебры и геометрии требуются для решения задач на построение геометрических фигур на компьютере, и разработать алгоритмы для решения задач на построение.



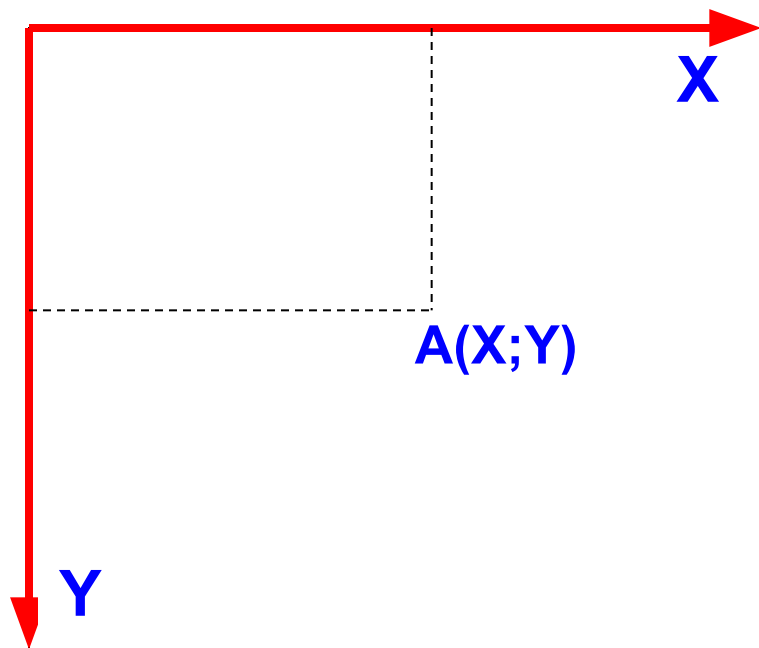
# ЗАДАЧИ

1. Ознакомится с теорией построений изображений на компьютере при помощи «базовой точки».
2. Найти необходимые формулы для построения геометрических фигур.
3. Реализовать полученные алгоритмы в системе программирования PascalABC.
4. Составить «сборник» использованных мною формул, определений и теорем.

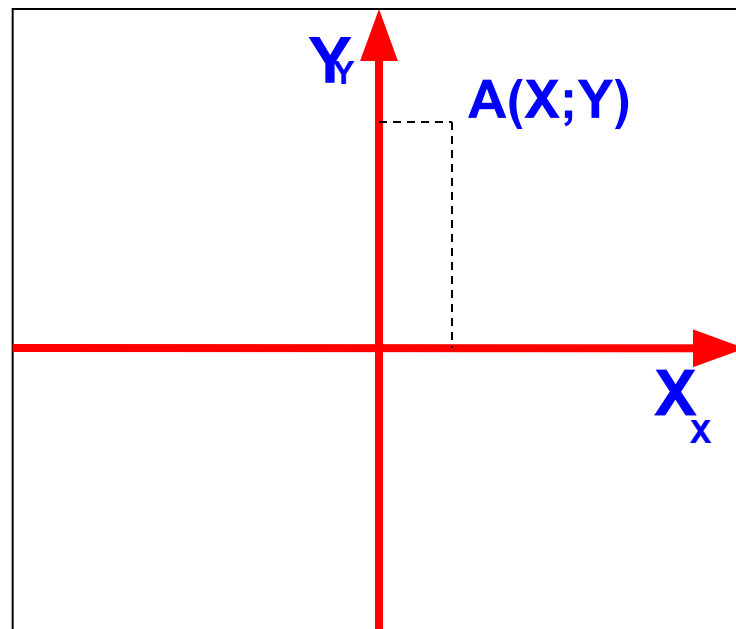
# МЕТОДЫ

1. Поисковый метод с использованием научной и учебной литературы.
2. Практический метод составления алгоритмов решения задач, и их реализация в системе программирования PascalABC.
3. Исследовательский метод при выборе алгоритма решения задачи, и построении математической модели.
4. Анализ полученных в ходе исследования данных

# СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

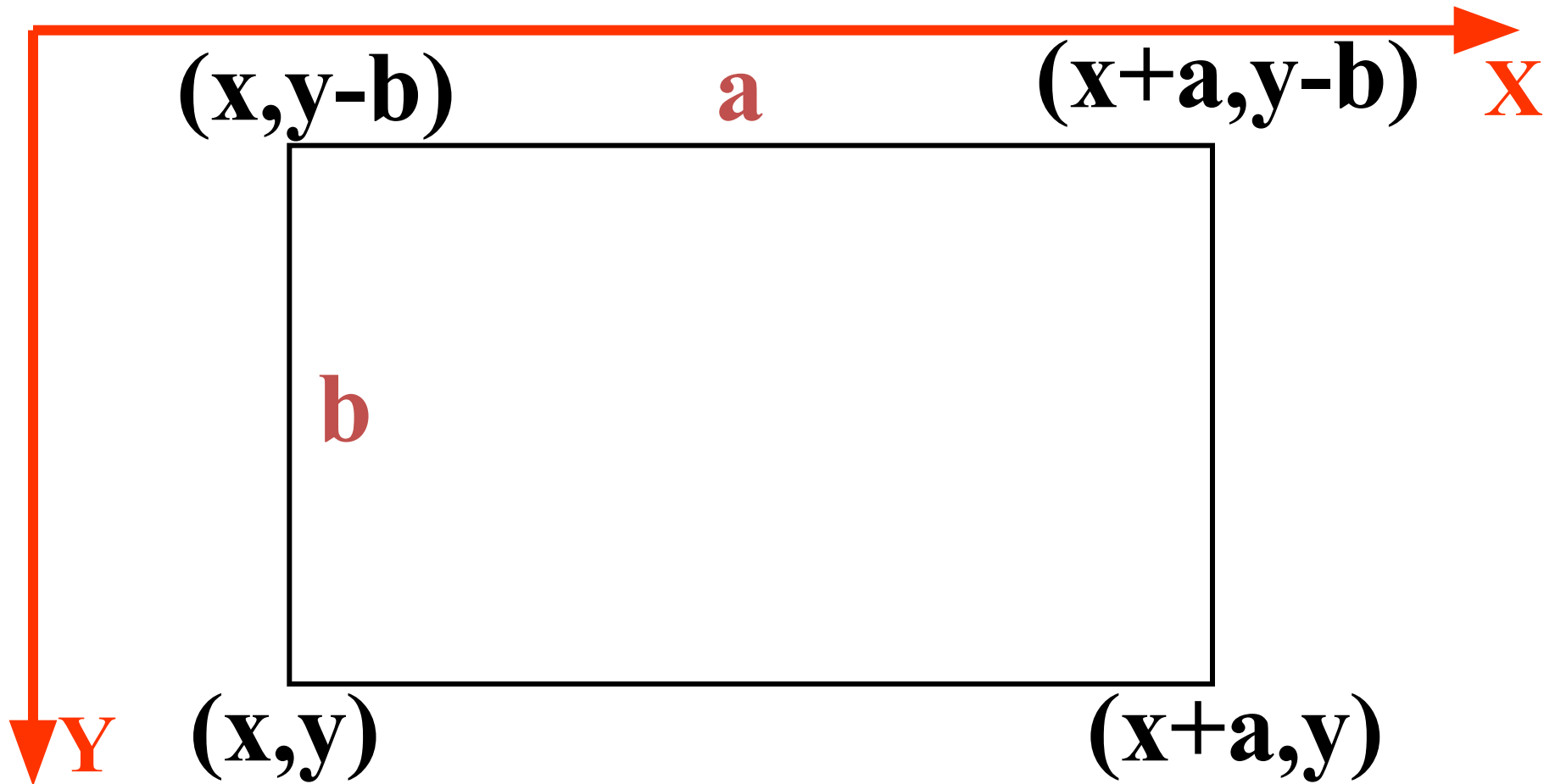


**Система координат  
компьютера.**



**Прямоугольная  
система координат.**

# МЕТОД БАЗОВОЙ ТОЧКИ

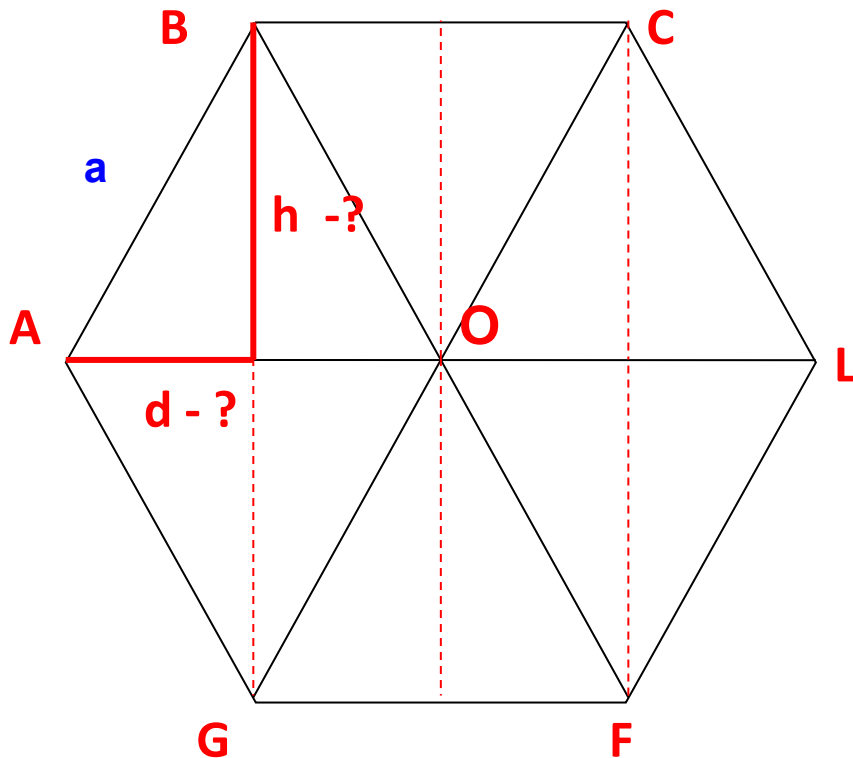


# ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ

1. Построение прямоугольного треугольника по двум катетам.
2. Построение прямоугольного треугольника по катету и гипотенузе.
3. Построение равностороннего треугольника.
4. Построение треугольника по трем сторонам.
5. Правильный шестиугольник
6. Медиана к основанию и средняя линия треугольника.
7. Построение трапеции по сторонам.
8. Построение параллелограмма по двум сторонам и углу между ними.
9. Построить вписанную в треугольник окружность
10. Построить описанную вокруг треугольника окружность

Задача 5.

**Построить правильный шестиугольник по стороне. Длина стороны вводится с клавиатуры.**

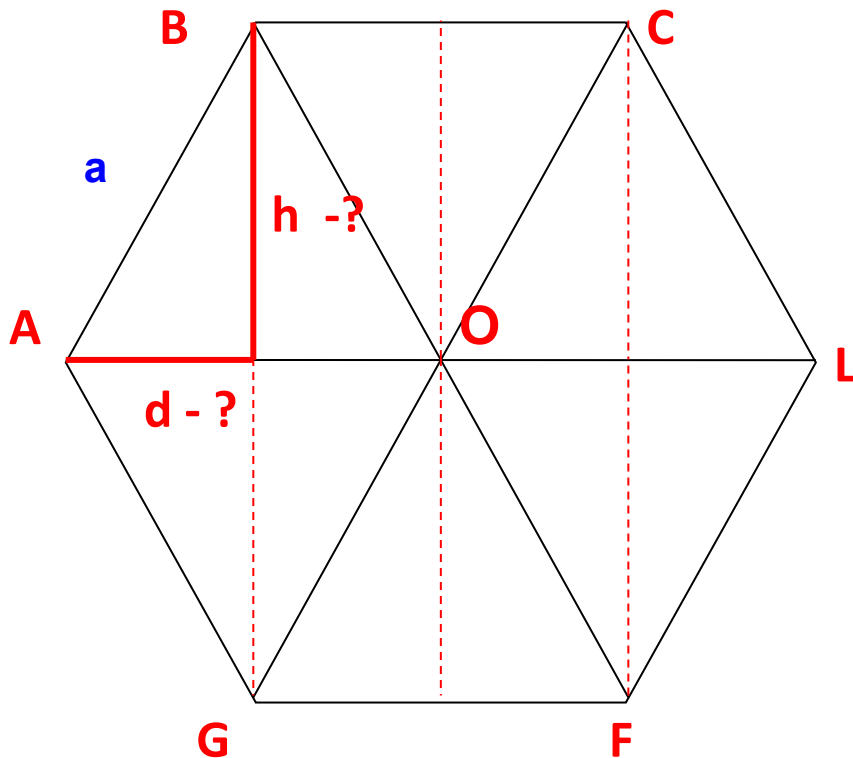


Правильный шестиугольник можно разделить на шесть треугольников. Докажем, что эти треугольники будут равносторонними, и равными.



Задача 5.

Построить правильный шестиугольник по стороне. Длина стороны вводится с клавиатуры.



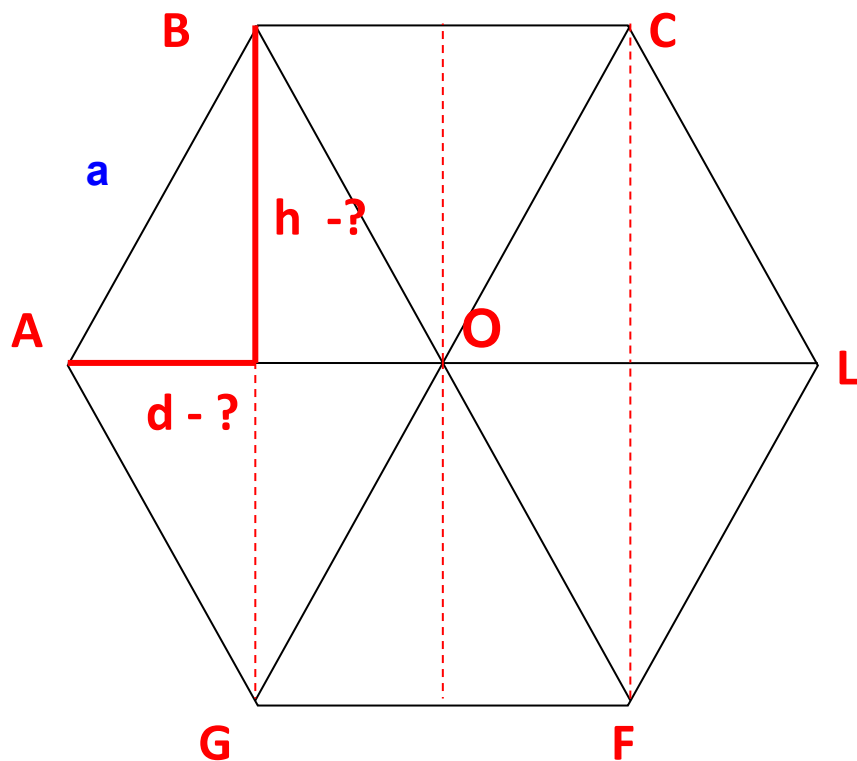
Рассмотрим треугольник ABO. В нем AO и BO, будут радиусами описанной окружности, и  $AO=OB=R$

$$R = \frac{a}{2 \sin \frac{180}{n}}$$

, где  $a=AB$ ,  $n=6$

Задача 5.

Построить правильный шестиугольник по стороне. Длина стороны вводится с клавиатуры.



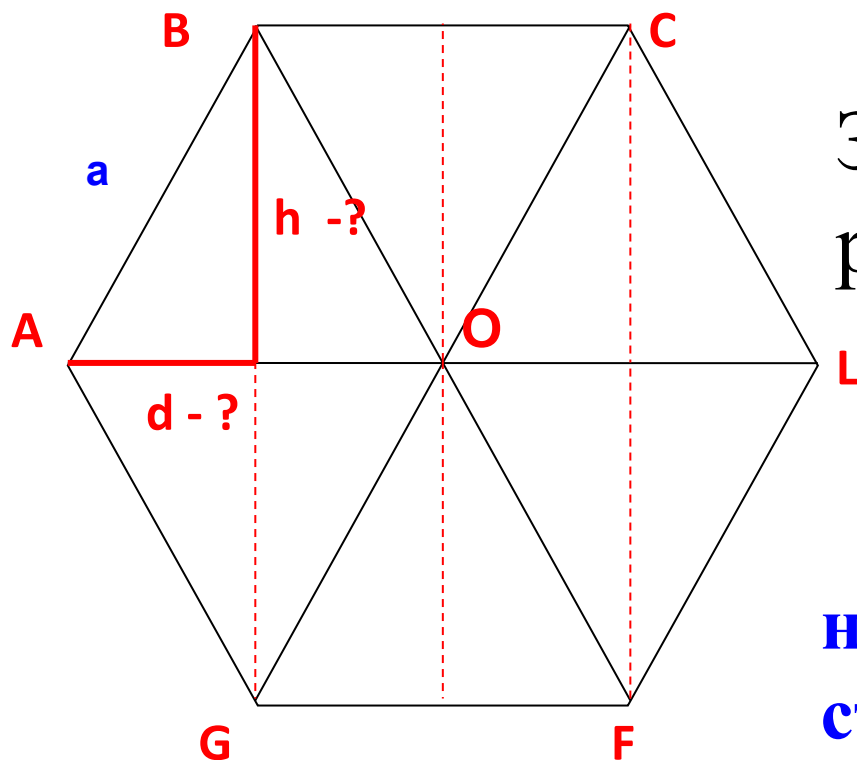
$$R = \frac{a}{2 \sin \frac{180}{6}}$$

$$R = \frac{a}{2 \sin 30^\circ}$$

$$R = \frac{a}{2 \cdot \frac{1}{2}}$$

Задача 5.

Построить правильный шестиугольник по стороне. Длина стороны вводится с клавиатуры.



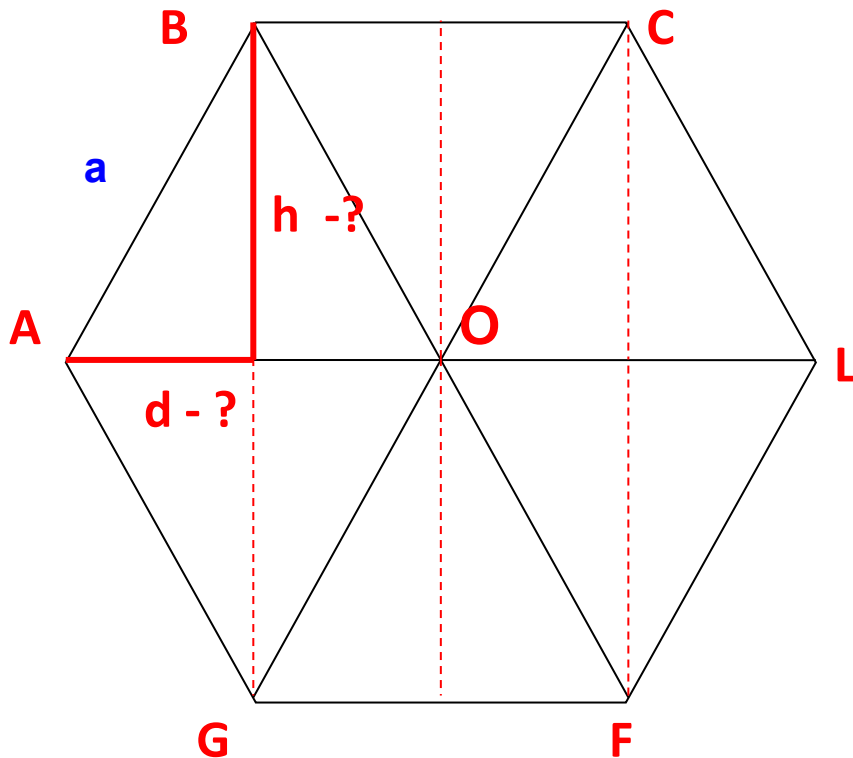
$$R=a.$$

Значит треугольник АВО  
равносторонний.

Для построения:  
найти **d** и **h**, если известна  
сторона равностороннего  
треугольника

Задача 5.

**Построить правильный шестиугольник по стороне. Длина стороны вводится с клавиатуры.**



Так как треугольник равносторонний  $h$  является медианой, биссектрисой и высотой, следовательно,  $d$  составляет половину  $a$ .

**L** Высоту  $h$  найдем по теореме Пифагора:

$$h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

# КОД ПРОГРАММЫ

```
D:=trunc (A/2) ;
```

```
H:=trunc (sqrt (a*a-d*d) ) ;
```

```
line (x,y,x+d,y-h) ;
```

```
line (x+d,y-h,x+a+d,y
```

```
line (x+a+d,y-h,x+a+a
```

```
line (x+a+a,y,x+a+d,y
```

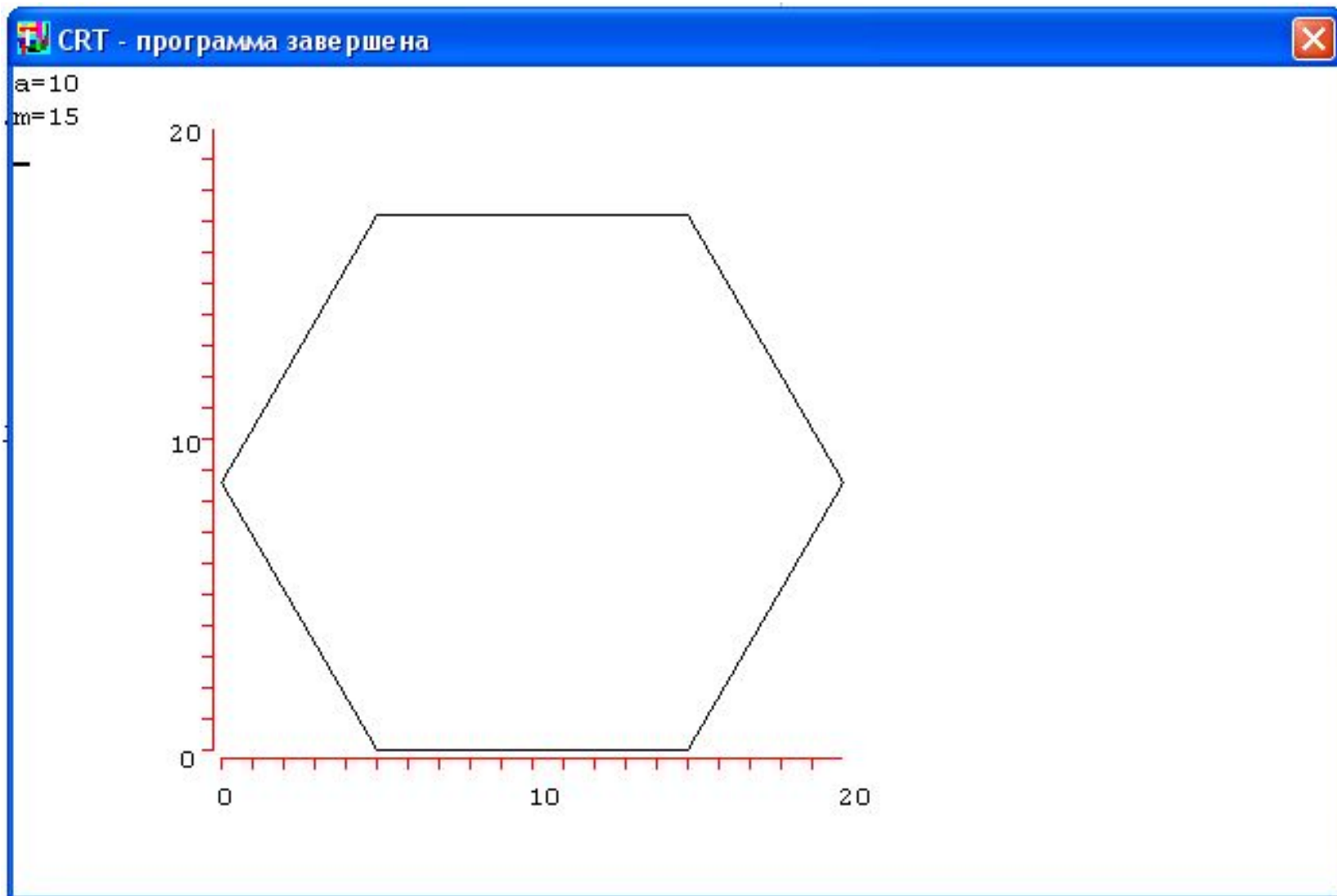
```
line (x+a+d,y+h,x+d,y+h) ;
```

```
line (x+d,y+h,x,y) ;
```

Преобразуем  
формулы в  
строчный вид

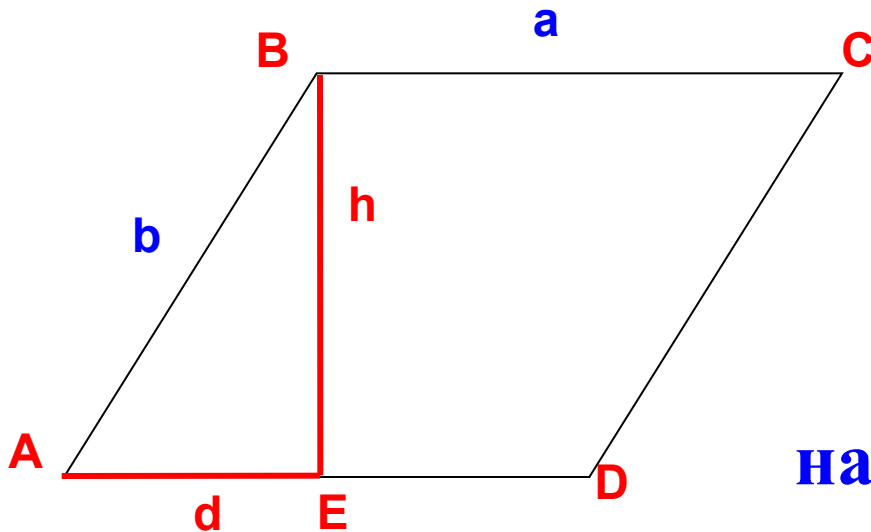
Применим метод  
базовой точки

# РАБОТА ПРОГРАММЫ



Задача № 8.

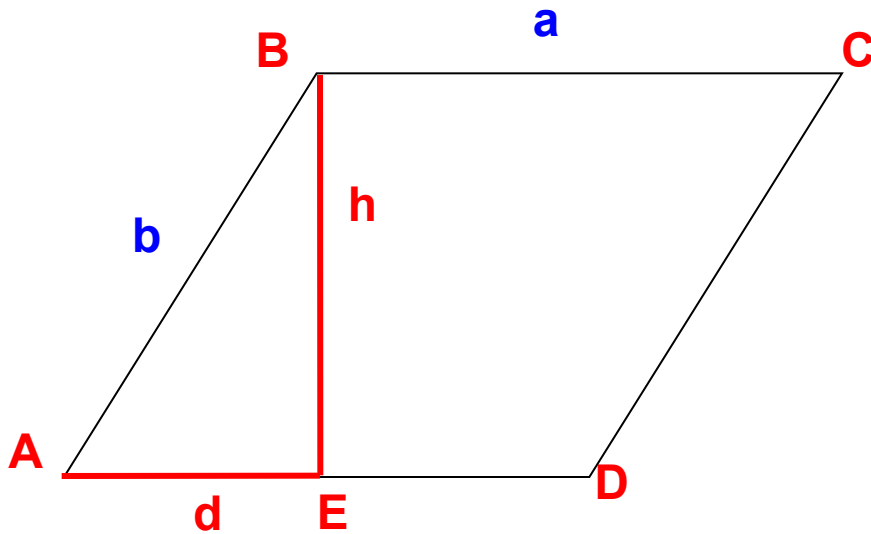
Построить параллелограмм по двум сторонам и углу между ними. Длины сторон и угол вводятся с клавиатуры.



Для построения:  
найти **d** и **h**, если известна  
стороны параллелограмма  
и угол между ними

Задача № 8.

Построить параллелограмм по двум сторонам и углу между ними. Длины сторон и угол вводятся с клавиатуры.



Рассмотрим прямоугольный треугольник ABE. В нем нам известна гипотенуза AB, и угол BAE.

$$\text{Тогда } \sin \angle A = \frac{BE}{AB}$$

$$h = b \sin \angle A$$

Аналогично находим

d.

$$\cos \angle A = \frac{AE}{AB}$$

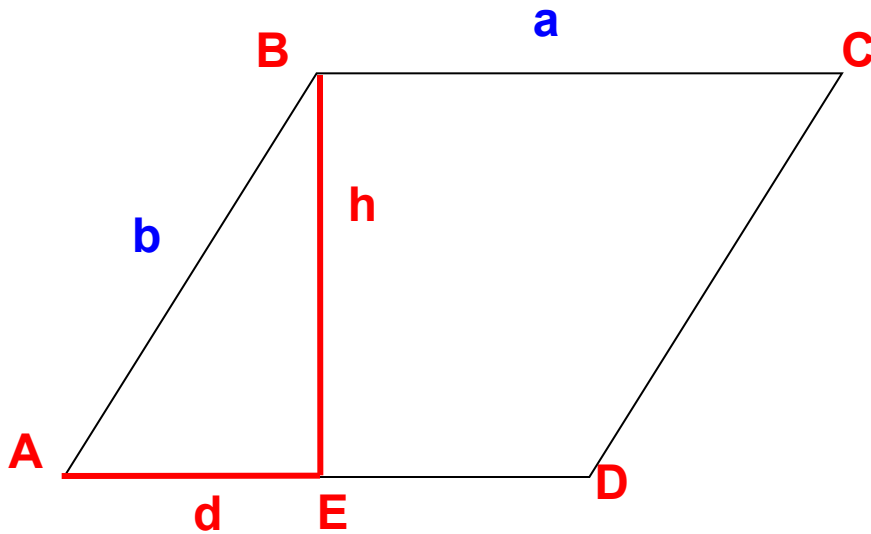
отсюда

$$d = b \cos \angle A$$



Задача № 8.

Построить параллелограмм по двум сторонам и углу между ними. Длины сторон и угол вводятся с клавиатуры.



При составлении программы следует учесть, что система программирования PascalABC, работает с углами в радианах. А мы привыкли измерять угол в градусах. Поэтому воспользуемся формулой для перевода градусов в радианы.

$$\alpha_{\text{радианы}} = \frac{\alpha_{\text{градусы}} \pi}{180}$$

# КОД ПРОГРАММЫ

```
n := (n*pi) / 180 ;
```

```
h := trunc (b*sin (n) ) ;
```

```
d := trunc (b*cos (n) ) ;
```

```
line (x, y, x+d, y-h) ;
```

```
line (x, y, x+a, y) ;
```

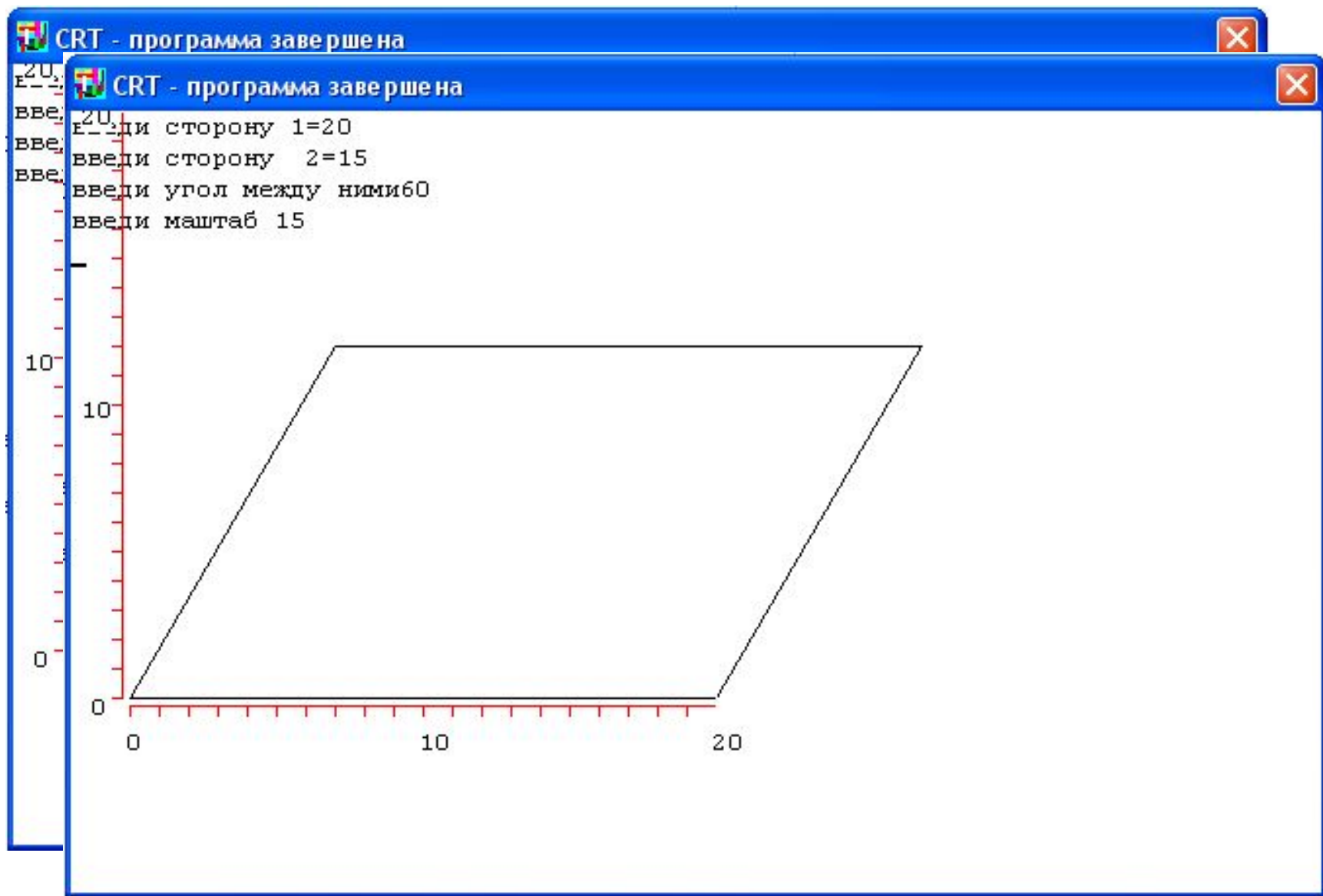
```
line (x+d, y-h, x+d+a, y-h) ;
```

```
line (x+d+a, y-h, x+a, y) ;
```

Преобразуем  
формулы в  
строчный вид

Применим метод  
базовой точки

# РАБОТА ПРОГРАММЫ



# Для решения этих задач мне потребовались следующие математические знания:

**Треуго́льник**— это геометрическая фигура, образованная тремя отрезками, которые соединяют три не лежащие на одной прямой точки. Три точки, образующие треугольник, называются вершинами треугольника, а отрезки — сторонами треугольника..

Треугольник, у которого все стороны равны, называется **равносторонним** или **правильным**.

Треугольник называется **прямоугольным**, если у него есть прямой угол, то есть угол в  $90^\circ$ . Сторона прямоугольного треугольника, противоположная прямому углу, называется **гипотенузой**, две другие стороны называются **катетами**

**Теорема о медиане равнобедренного треугольника.** Медиана, проведённая к основанию в равнобедренном треугольнике, является высотой и биссектрисой

# Для решения этих задач мне потребовались следующие математические знания:

**Окружность** называется описанной около треугольника, если она проходит через все его вершины. Центр окружности, описанной около треугольника, является точкой пересечения перпендикуляров к сторонам треугольника, проведенных через середину этих сторон

**Параллелограмм** – четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны, т.е. лежат на параллельных прямых. Противоположные стороны параллелограмма попарно равны.

**Теорема Пифагора.** В прямоугольном треугольнике квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов.

**Синус угла** - это отношение длины противоположного этому углу катета к гипотенузе

**Косинус угла** - это отношение прилежащего этому углу катета к гипотенузе

Для решения этих задач мне потребовались следующие математические знания:

Формула для перевода **градусов в радианы**

$$\alpha_{\text{радианы}} = \frac{\alpha_{\text{градусы}} \cdot \pi}{180}$$

**Радиус окружности описанной вокруг правильного  $n$  угольника.**

$$R = \frac{a}{2 \sin \frac{180}{n}}$$

**... а для остальных задач,  
еще 31 правило и определение!**

# ВЫВОД

Проанализировав решенные мною задачи, я выписал те теоремы, определения и формулы из курса алгебры и геометрии 8 и 9 классов, которые были использованы при составлении этих 10 программ. Сами программы очень простые. В них реализован линейный алгоритм. Вся трудность заключалась в выводах формул, при помощи которых компьютер вычислял необходимые данные для построения геометрических

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- Программирование компьютерной графики невозможно без знания математики.
- Для построения геометрических фигур используется специальный метод, «базовой точки».



# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Александра Чигринец, на одном из форумов посвященных программированию сказал «...кроме того, математика формирует **определённый склад мышления**. Какой-то класс задач можно кодить без математики. Но в школе и институте закладывается база, фундамент. Чем фундамент основательнее, тем больше есть возможностей по возведению на нём чего-либо в будущем.

Как говорил Абдула в "Белом солнце пустыни": "Хорошо тому, у кого есть кинжал. И плохо если его не окажется... в нужное время." Так вот запасаться кинжалом нужно заранее, а когда он понадобится, то надо будет достать и пользоваться.»