

# Исследователи

Авторы работы:

Резванова Рузалия

Огородова Настя

МОУ «Лицей №17»

6«Б» класс

Г.Берёзовский 2012 год.

# Проект.

*«Проценты – роль в жизни человека».*

## Проблемный вопрос.

*«Пропорции и отношения»*

*Главные стадии процентов и пропорции*



**« Я слышу- я забываю,  
Я вижу – я запоминаю,  
Я делаю – я понимаю»**

**Китайская  
поговорка.**



# Цель:

- Узнать что такое пропорции и отношения.
- Понять прямая и обратная пропорциональные зависимости.

# Отношения

$$2:10=0,2$$

Отношение 2к10 равно  
0,2

$$39:3=13$$

Отношение 39к3 равно  
13

**На самом деле что же  
такое отношения?**

**Отношения – это частное  
двух чисел . Оно показывает  
во сколько одно число  
больше второго , или какую  
часть одно число составляет  
от второго**

**Что показывает  
отношение двух чисел?**

**Оно показывает во сколько  
раз первое число больше  
второго , или какую часть  
первое число составляет от  
второго.**

# Задача

Какую часть урока занимала самостоятельная работа, которая длилась 20 минут, если продолжительность урока 45 минут?

$$20/45=4/9=0,44=44\%$$

Ответ: самостоятельная работа занимает 44% урока.



# ПРОПОРЦИИ

$$20:4=0,5:0,1$$

$$5=5$$



# На самом деле что же такое пропорция?

Слово «пропорция» (от латинского *proportio*) означает «соразмерность», определённое соотношение частей между собой.

**В математике: Равенство двух отношений.**

# Верная и неверная пропорции.

$$1,5:3=2,5:5$$

$$0,5=0,5$$

Верная пропорция

$$7:2=12,8:4$$

$$3,5 \neq 3,2$$

Неверная пропорция

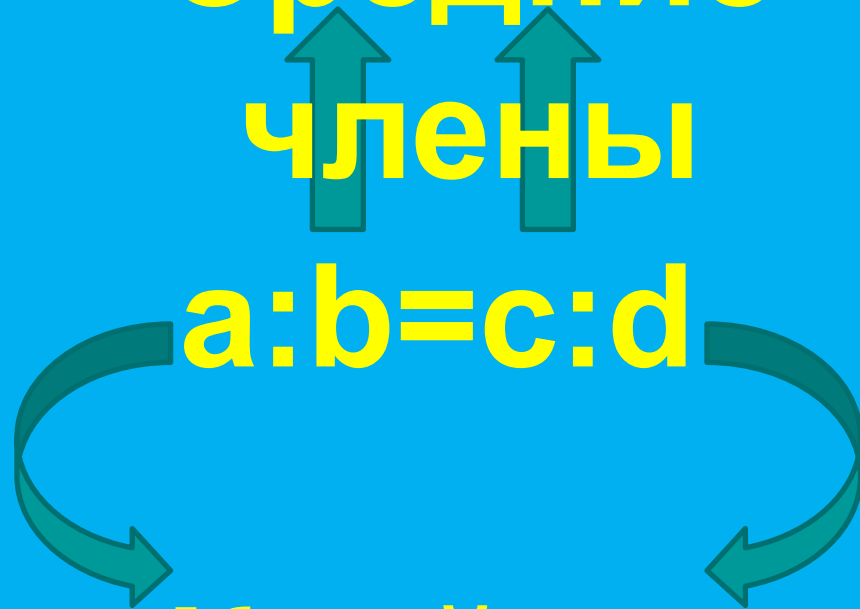
# Крайние и средние члены пропорции.

Средние  
члены

$$a:b=c:d$$

Крайние

члены



# Основное свойство пропорции.

В верной пропорции произведение крайних членов равно произведению средних.

**Признак :** Если произведение крайних равно произведению средних членов , то пропорция верна

# Имеется ещё одно свойство!

Если в верной пропорции поменять местами средние и крайние члены, то получившиеся новые пропорции тоже верны.

$$1) a:b=c:d \quad \longrightarrow \quad 3:4=6:8$$



$$d:b=c:a \quad \longrightarrow \quad 8:4=6:3$$

$$2) a:b=c:d$$



$$a:c=b:d \quad \longrightarrow \quad 3:6=4:8$$

$$3) d:c=b:a \quad \longrightarrow \quad 8:6=4:3$$

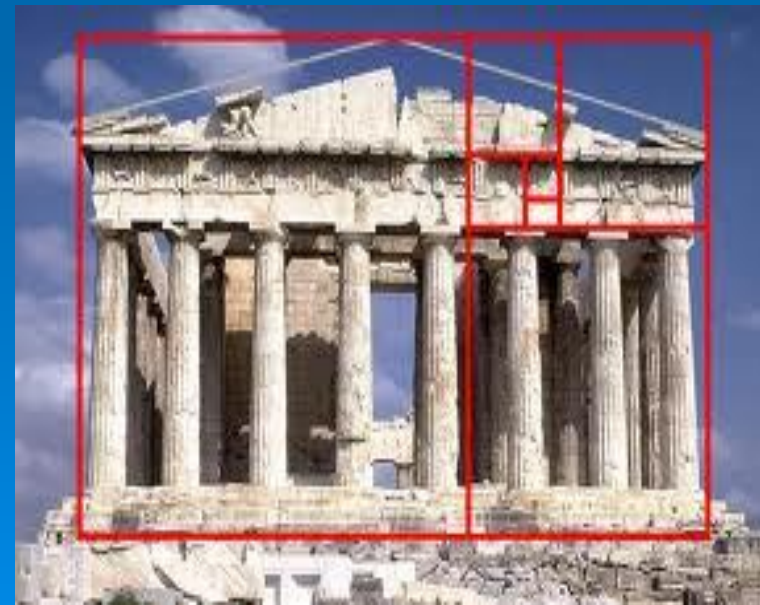
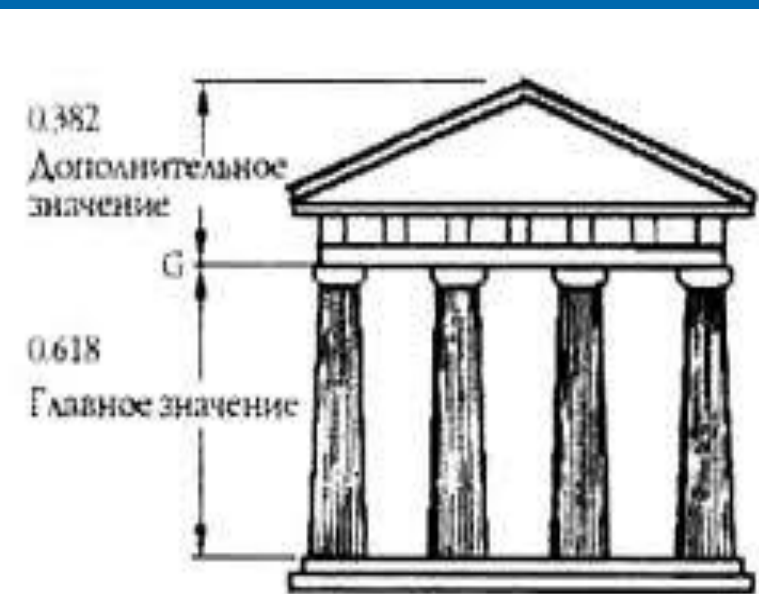
# Золотое сечение

Золотым сечением и даже «божественной пропорцией» называли математики древности и средневековья деление отрезка, при котором длина всего отрезка так относится к длине его большей части, как длина большей части к меньшей. Приблизительно это отношение равно  $0,618 \approx 5/8$ . Золотое сечение чаще всего применяется в произведениях искусства, архитектуре, встречается и в природе.



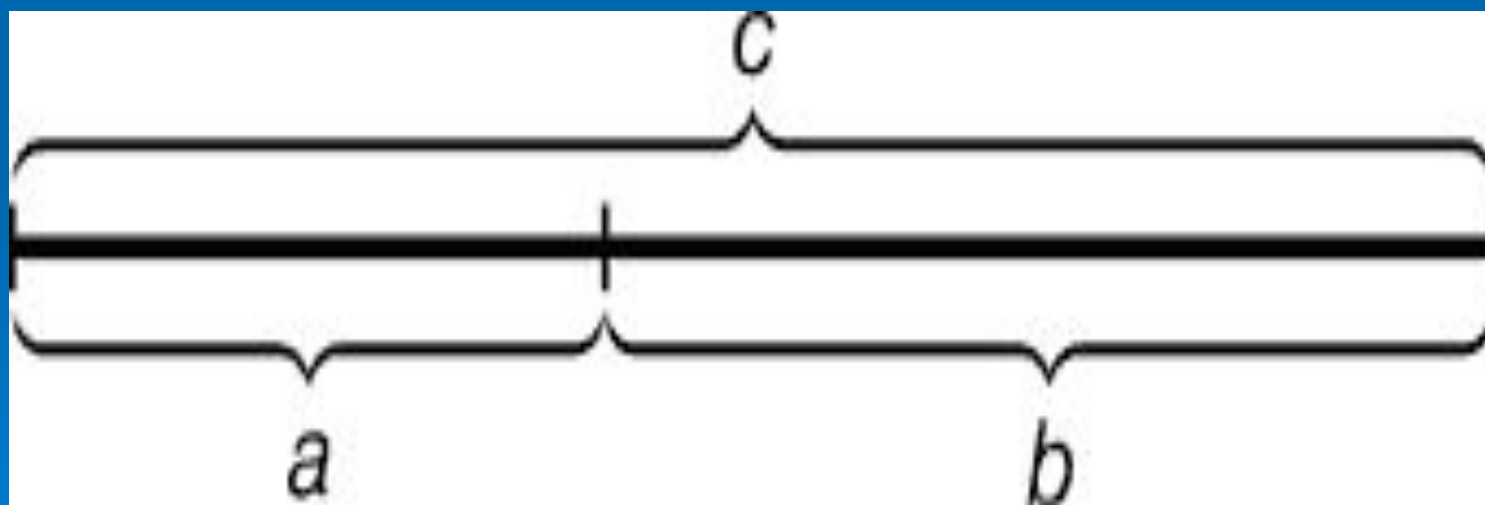
# Золотое сечение в архитектуре

Перенесемся теперь в эпоху классической Греции. Великолепные памятники архитектуры оставили нам зодчие древней Греции. И среди первое место по праву принадлежит Парфенону. Храм Афины - Парфенон был построен в честь победы эллинов над персами. Для создания гармонической композиции на холме его строители даже увеличили холм в южной части, соорудив для этого мощную насыпь .

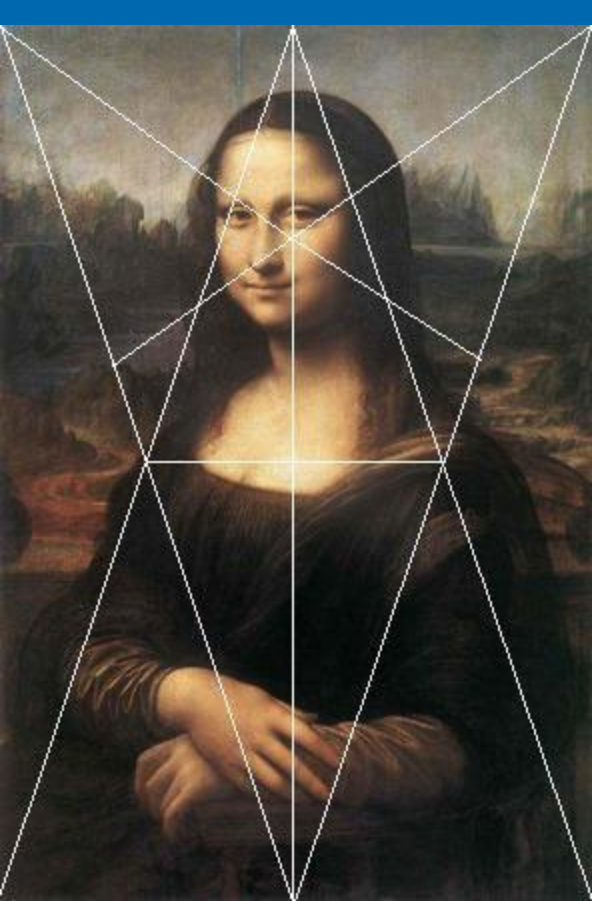




# Построение золотого сечения в математике



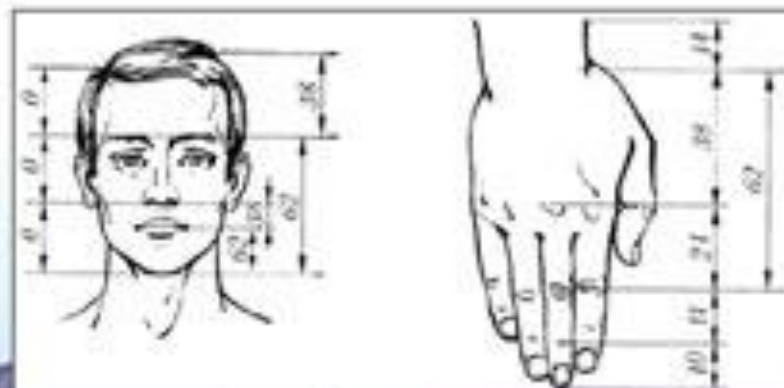
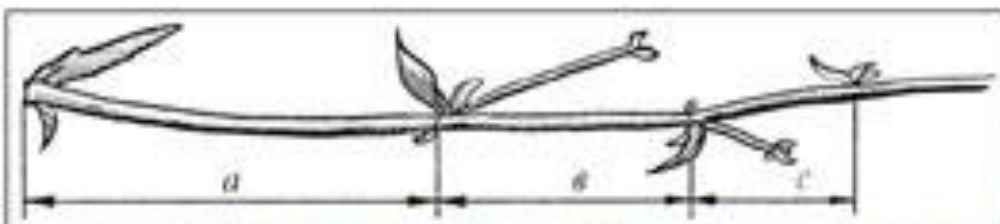
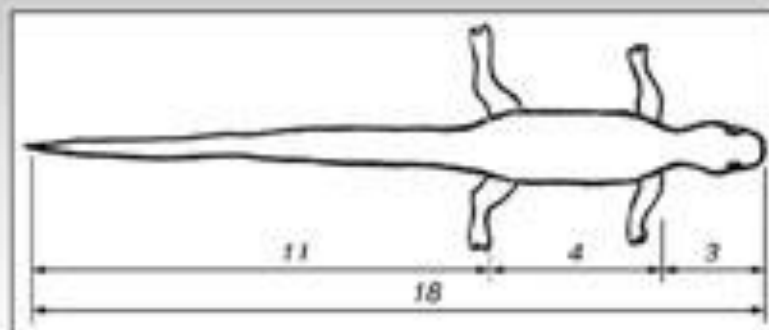
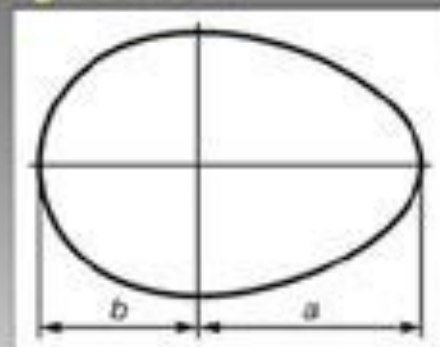
# Золотое сечение в изобразительном искусстве



# Золотое сечение в природе и искусстве

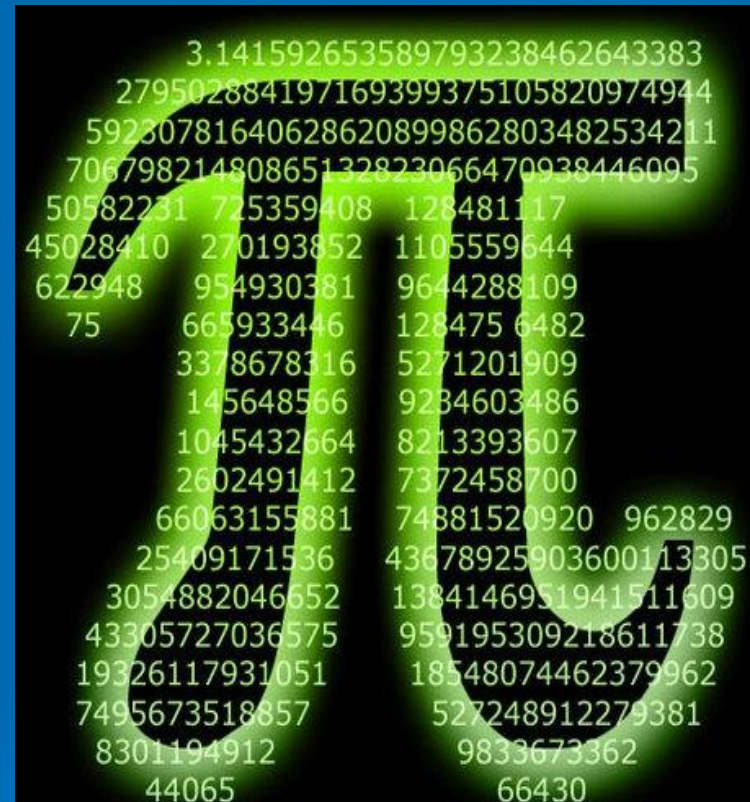
гармоничность живых систем:

- тело человека и др. животных
- форма яйца
- побеги растений



# Число «пи»

Произносится «пи») — математическая константа, выражающая отношение длины окружности к длине её диаметра. Обозначается буквой греческого алфавита «пи». Старое название — лудольфово число.

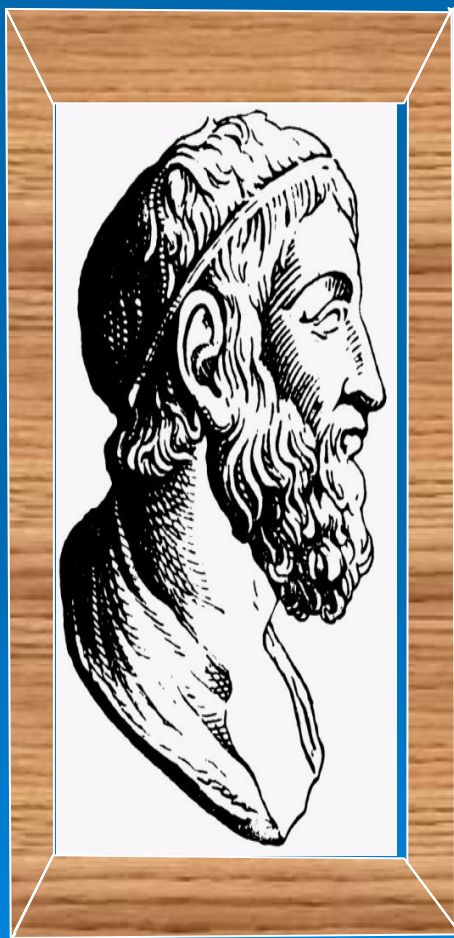


3.141592653589793238462643383  
279502884197169399375105820974944  
59230781640628620899862803482534211  
70679821480865132823066470938446095  
50582231 725359408 128481117  
45028410 270193852 1105559644  
622948 954930381 9644288109  
75 665933446 128475 6482  
3378678316 5271201909  
145648566 9284603486  
1045432664 8213393607  
2602491412 7372458700  
66063155881 74881520920 962829  
25409171536 43678925903600113305  
3054882046652 1384146951941511609  
43305727036575 959195309218611738  
19326117931051 18548074462379962  
7495673518857 527248912279381  
8301194912 9833673362  
44065 66430



$$\pi = 3.1415\dots$$

Длина окружности  
больше её диаметра примерно в  $3\frac{1}{7}$



Число  $\frac{22}{7}$  называют  
Архимедово число.

# История

Сегодня исполняется ровно 250 лет с того дня, как немецкий физик и математик Иоганн Генрих Ламберт, отвлекшись от своих трактатов по оптике и астрономии, доказал, что Пи является иррациональным числом. Это значит, что не существует таких целых чисел  $p$  и  $q$ , для которых было бы верно равенство  $\text{Пи} = \frac{p}{q}$ .

# История

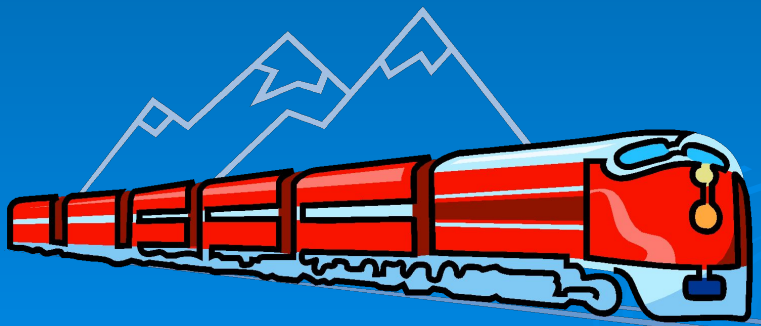
На первый взгляд, что здесь такого важного?  
Рациональное число или иррациональное — какая  
разница? В практическом инженерном применении  
это ничего не меняет, потому что при конструкции  
любого цилиндра или хирургической иголки они всё  
равно аппроксимируют  $\Pi$  с погрешностью,  
допустимой для каждой конструкции. Это могли  
делать инженеры Римской империи почти так же  
успешно, как мы, оснащённые мощной компьютерной  
техникой (хотя у Пифагора, например, понятие  
иррациональных чисел вызывало столь сильное  
отвращение, что он вообще отрицал их  
существование).

# История

## Символ константы

Впервые обозначением этого числа греческой буквой воспользовался британский математик Джонс в 1706 году, а общепринятым оно стало после работ Леонарда Эйлера в 1737 году.

Это обозначение происходит от начальной буквы греческих слов  $\text{περίφῆρεια}$  — окружность, периферия и  $\text{περίμετρος}$  — периметр.





# История

История числа  $\pi$  шла параллельно с развитием всей геометрии и математики. Некоторые авторы разделяют весь процесс на 3 периода: древний период, в течение которого  $\pi$  изучалось с позиции геометрии, классическая эра, последовавшая за развитием математического анализа в Европе в XVII веке, и эра цифровых компьютеров.

# СВОЙСТВО

$\pi$  — иррациональное число, то есть его значение не может быть точно выражено в виде дроби  $m/n$ , где  $m$  и  $n$  — целые числа. Следовательно, его десятичное представление никогда не заканчивается и не является периодическим. Иррациональность числа  $\pi$  была впервые доказана Иоганном Ламбертом в 1761 году путём разложения числа  $\pi$  в непрерывную дробь. В 1794 году Лежандр привёл более строгое доказательство иррациональности чисел  $\pi$  и  $\pi^2$ .

# Свойство

$\pi$  — трансцендентное число, то есть оно не может быть корнем какого-либо многочлена с целыми коэффициентами. Трансцендентность числа  $\pi$  была доказана в 1882 году профессором Кёнигсбергского, а позже Мюнхенского университета Линдеманом.

Доказательство упростил Феликс Клейн в 1894 году.

Поскольку в евклидовой геометрии площадь круга и длина окружности являются функциями числа  $\pi$ , то доказательство трансцендентности  $\pi$  положило конец спору о квадратуре круга, длившемуся более 2,5 тысяч лет.

# Соотношения

Известно много формул числа  $\pi$ :  
Франсуа Виет:

$$\frac{2}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2} \dots$$

Формула Валлиса:  $\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{8}{9} \dots = \frac{\pi}{2}$

Ряд Лейбница:  $\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots = \frac{\pi}{4}$

Тождество Эйлера:  $e^{i\pi} + 1 = 0$

Т. н. «интеграл Пуассона» или «интеграл Гаусса»

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$

Интегральный синус:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \pi$$

Выражение через полилогарифм:

$$\pi = \sqrt{6 \ln^2 2 + 12 \operatorname{Li}_2\left(\frac{1}{2}\right)}$$

# Решаем устно!

1. Найдите не верную пропорцию:

А)  $18:6=24:8$   
В)  $30:5=42:7$  Б)  $36:9=50:10$   
Г)  $63:9=28:4$

2. Назовите крайние и средние члены пропорций (из задания 1)

**Прямая и обратная  
пропорциональные  
зависимости.**

$$3,2:1,5=115,2:x$$

$$X=1,5*115,2:3,2=54$$

**Ответ:54.**

На самом деле что же такое прямая и обратная пропорциональная зависимости?

**Прямая пропорциональная зависимость** – это две величины, если при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз другая увеличивается (уменьшается) в столько же раз.

**Обратная пропорциональная зависимость** – это две величины, если при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз другая уменьшается (увеличивается) во столько же раз.

# Задача!

Для варки варенья из вишни на 6 кг ягод берут 4 кг сахарного песка . Сколько сахарного песка надо взять на:1)12 кг ягод? 2) 3 кг ягод?

**Решение:**

6 кг ягод – 4кг песка

12 кг ягод – x кг

песку

$$x = 12 \cdot 4 / 6 = 8 \text{ (кг) - надо}$$

взять;

**Ответ: 8кг.**

6кг ягод-4кг песка

3кг ягод-x кг

песку

$$x = 3 \cdot 4 / 6 = 2 \text{ (кг) -}$$

надо взять;

**Ответ: 2кг.**



# ЗАДАЧА

Найдите длины сторон четырехугольника, если они пропорциональны числам 1, 3, 3 и 5, а самая длинная сторона больше самой короткой на 12 см.

$x$  - самая короткая сторона

$x + 12$  - самая длинная сторона,

а также

остальные стороны  $3x$ ,  $3x$ , и последняя  $5x$ , то есть

$$x + 12 = 5x$$

$$4x = 12$$

$x = 3$  - самая короткая сторона  
четырехугольника

$$3 \cdot 3 = 9 \text{ вторая и третья}$$

$$3 \cdot 5 = 15 \text{ самая длинная сторона.}$$



Сколько надо добавить воды (в граммах) к 35 г сухого картофельного пюре с содержанием 8% воды, чтобы получить пюре с содержанием 86% воды?

- 1) 195 г;
- 2) 250 г;
- 3) 215 г;
- 4) 230 г.

В 35 г пюре содержится  $35 \times 0,08 = 2,8$  г воды и  $35 - 2,8 = 32,2$  г сухого вещества.

Добавим в пюре  $x$  грамм воды, тогда всего пюре станет  $(35 + x)$  г, воды в нем —  $(2,8 + x)$  г

Заметьте, что сухого вещества останется по-прежнему 32,2 г.

Составим пропорцию:

$$35 + x = 100\%$$

$$2,8 + x = 86\%$$

Решим пропорцию:  $(35 + x) \times 86 = (2,8 + x) \times 100$ .

Получим:  $3010 + 86x = 280 + 100x$ ;  $2730 = 14x$ ;  $x = 195$

# ЗАДАЧА

1 площадь поля 80 га. Кукурузой засеяли 45% всей площади. Сколько гектаров поля засеяно кукурузой

$80/100 * 0.45 = 0.36$  -то есть засеяно кукурузой 36 га



# Задача

Маленькое колесо повозки имеющая окружность 2,4 м  
обернулось на некотором расстоянии 1250 раз.

Сколько раз обернулось на этом расстоянии 0 большое  
колесо имеющая окружность 3м

$1/2,4$  — 1250 раз

$1/3$  — ? раз

Из пропорции получится 1000 оборотов

Можно и без пропорции, расстояние равно 2,4  
м (на один оборот)\* 1250(оборотов)=3000 м  
(всего)

$3000 \text{ м} / 3 \text{ м} = 1000$

# Масштаб

*Масштаб – отношение длины отрезка на карте к длине соответствующего отрезка на местности . Масштаб бывает : числовой, линейный.*

*Масштаб (нем. Maßstab, букв. «мерная палка»: Maß «мера», Stab «палка») — в общем случае отношение двух линейных размеров.*

# *Особенности масштаба!*

*Во многих областях практического применения масштабом называют отношение размера изображения к размеру изображаемого объекта.*

# Виды масштаба.

## 1) Линейный.

Линейный масштаб  
представляет собой линию  
разделенную на равные отрезки.

## 2) Численный.

1 : 100



## Задача на масштаб.

**Расстояние между г. Кемерово и Москва равно 3000 км**

**Масштаб 1 : 20 000 000**

**Решение:**

$$1 : 20\,000\,000 = x : 300\,000\,000$$

$$x = 15 \text{ см.}$$

**Расстояние между городами Кемерово и Москва на карте равно 15 см на карте.**

**Ответ: 15 см.**



**СПАСИБО  
ЗА  
ВНИМАНИЕ!!!**