Фестиваль исследовательских и творческих работ учащихся «Портфолио»

Муниципальное образовательное учреждение средняя общеобразовательная школа № 6
городского округа Кохма Ивановской области

Секция: математика

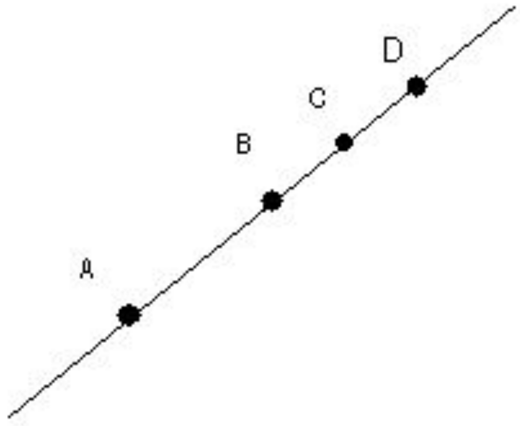
Исследовательская работа по теме «Отрезки»

Выполнили учащиеся 9 класса:
Куклев Александр,
Егорова Ксения

Руководитель:
Малышева И.М.

1.Задача.

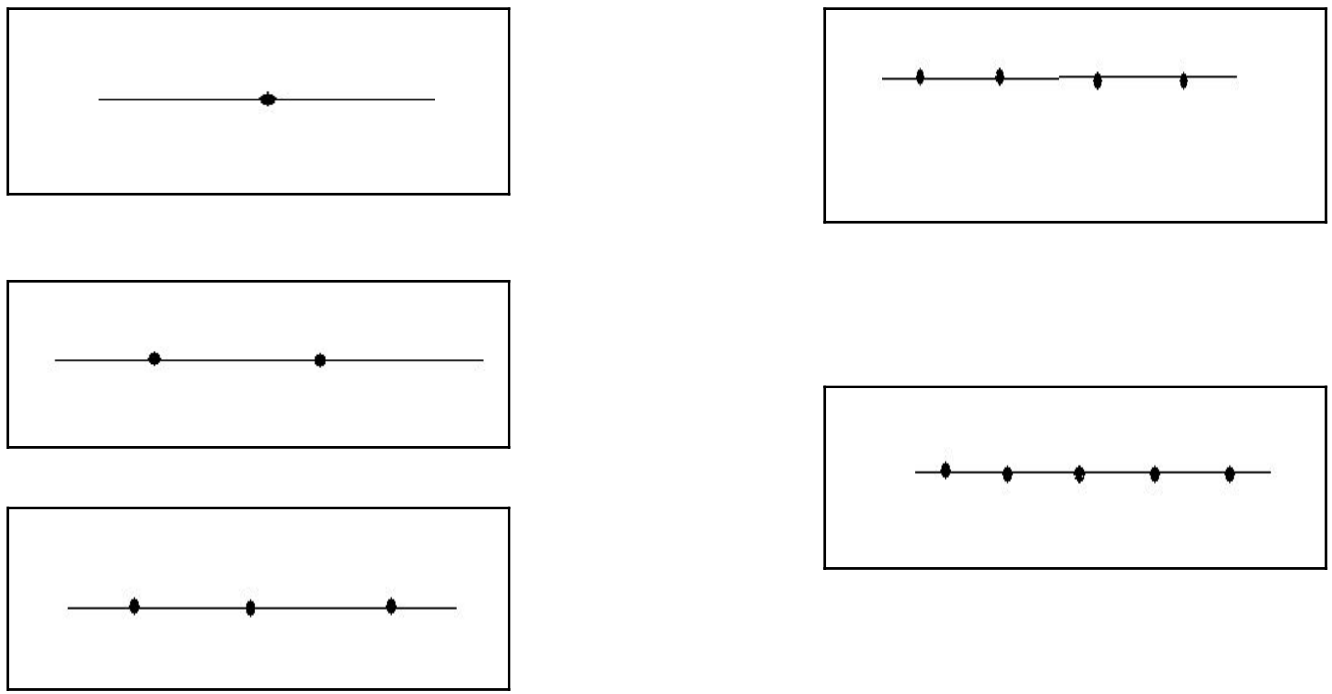
На прямой отмети-
ли точки A, B, C и
D. Сколько отрез-
ков изображено на
этой прямой?



2.Проблема.

Как зависит количество отрезков на прямой от числа точек, отмеченных на ней?

3. Пробы



4. Таблица результатов

Пробы	I	II	III	IV	V
Число точек (n)	1	2	3	4	5
Число отрез-ков (x_n)	0	1	3	6	10

5.Гипотезы.

I. *Каждое следующее число отрезков x_n равняется предыдущему числу отрезков x_{n-1}, сложенному с числом точек, соответствующих ему:*

$$1 = 0 + 1; \qquad 3 = 1 + 2; \qquad 6 = 3 + 3; \qquad 10 = 6 + 4.$$

Значит, $$x_n = x_{n-1} + (n-1).$$

Пробы	I	II	III	IV	V
Число точек (n)	1	2	3	4	5
Число отрезков (x_n)	0	1	3	6	10

5.Гипотезы.

II. Каждое следующее число x_n *равняется половине произведения соответствующего ему числа n и предыдущего числа n-1 точек:*

$$1 = \frac{2 \cdot 1}{2}; \qquad 3 = \frac{3 \cdot 2}{2}; \qquad 6 = \frac{4 \cdot 3}{2}; \qquad 10 = \frac{5 \cdot 4}{2}.$$

Значит,

$$x_n = \frac{(n-1) \cdot n}{2}.$$

Пробы	I	II	III	IV	V
Число точек (n)	1	2	3	4	5
Число отрезков (x_n)	0	1	3	6	10

5.Гипотезы.

III. *Каждое следующее число x_n равняется сумме всех натуральных чисел, предшествующих числу n :*

$$1 = 1; \;\; 3 = 1 + 2; \;\; 6 = 1 + 2 + 3; \;\; 10 = 1 + 2 + 3 + 4.$$

Значит, $$x_n = 1 + 2 + 3 + \ldots + (n - 1).$$

Пробы		I	II	III	IV	V
Число точек (n)	1	2	3	4	5	
Число отрезков (x_n)		0	1	3	6	10

5.Гипотезы.

IV. *Каждое следующее число* x_n *, начиная с четвертого, получается путем последовательного удвоения нечетных чисел натурального ряда 3, 5, …:*

$$6 = 2 \cdot 3; \qquad 10 = 2 \cdot 5.$$

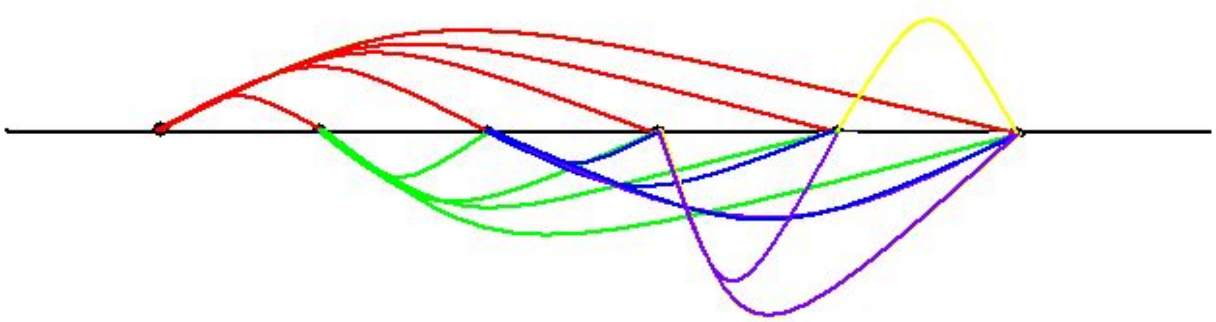
Значит, $$x_{n+3} = 2(2n+1).$$

Пробы	I	II	III	IV	V
Число точек (n)	1	2	3	4	5
Число отрезков (xn)	0	1	3	6	10

6. Проверка гипотез.

Пусть n=6 (рис. 3). Тогда:

а) фактическое число отрезков x_6 =15;



6. Проверка гипотез.

б) число отрезков согласно гипотезы:

I. $$x_6 = x_5 + (6-1) = 10 + 5 = 15;$$

II. $$x_6 = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15;$$

III. $$x_6 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15;$$

IV. $$x_6 = 2 \cdot (2 \cdot 3 + 1) = 2 \cdot 7 = 14.$$

7. Доказательство гипотез.

1). *Гипотеза I равносильна гипотезе III:*

$$x_{n-1} + (n-1) = 1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1).$$

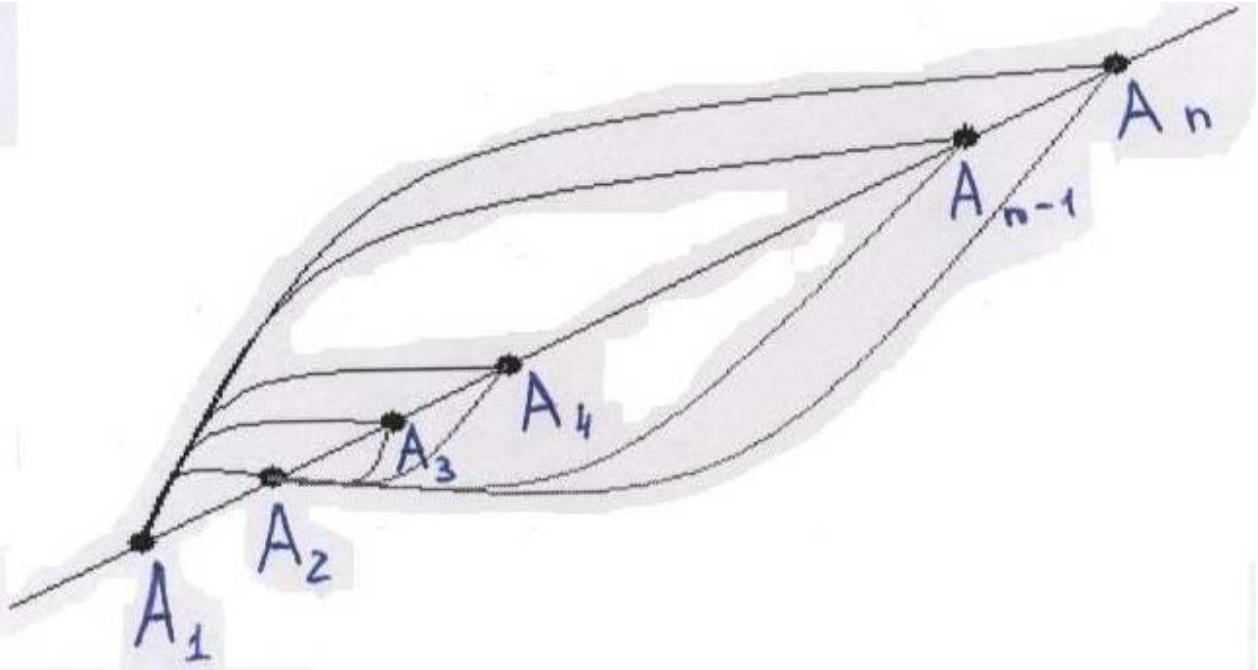
7. Доказательство гипотез.

2). *Гипотеза II равносильна гипотезе III:*

$$1+2+3+\ldots+(n-1)=\frac{n(n-1)}{2}.$$

7. Доказательство гипотез.

3) *Докажем гипотезу III.*



$$x_n = 1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1)$$