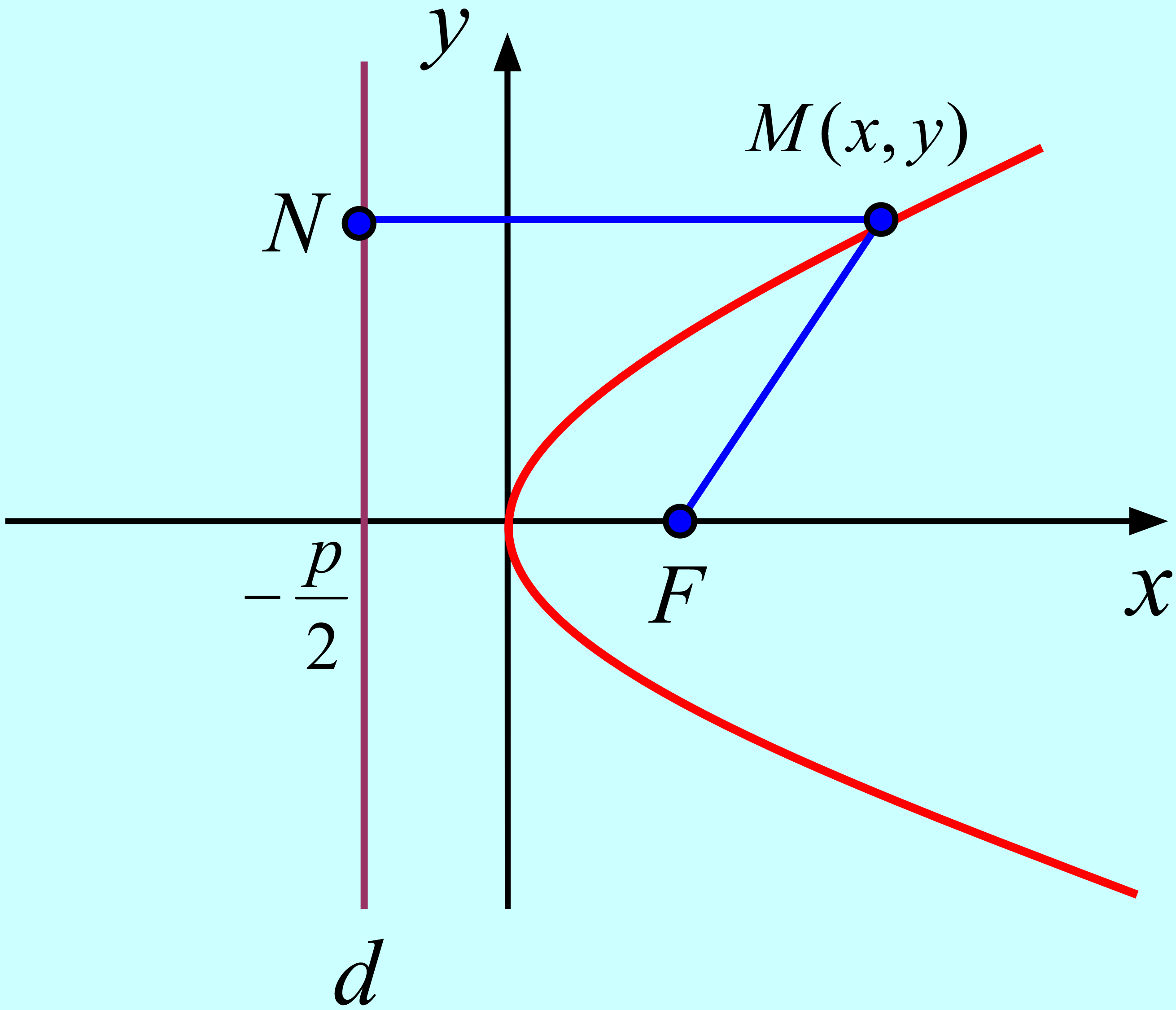
# 4.5. ПАРАБОЛА

***ПАРАБОЛОЙ** называется множество точек плоскости, каждая из которых находится на одинаковом расстоянии от данной точки, называемой фокусом параболы и данной прямой, называемой директрисой.*



y
M(x, y)
N
$-\frac{p}{2}$
F
x
d

**Введем обозначения:** $F\left(\frac{p}{2};0\right)$

**Расстояние между фокусом и директрисой параболы равно *p*.**

**Для любой точки *M(x,y)*, принадлежащей параболе, по определению выполняется равенство:**

$$|FM| = |NM|$$

# Теорема

*Для того, чтобы точка М(x,y) принадлежала параболе, необходимо и достаточно, чтобы ее координаты удовлетворяли уравнению*

$$y^2 = 2px \qquad (3)$$

**Покажем, что координаты точки, принадлежащей параболе, удовлетворяют уравнению (3).**

**Т.к. точка *M(x,y)* принадлежит параболе, то по определению параболы, должно выполнятся условие**

$$|FM| = |NM|$$

**Выразим каждое расстояние по формуле расстояния между двумя точками:**

$$\left.\begin{array}{l} F\left(\dfrac{p}{2};0\right) \\ M(x;y) \end{array}\right\} \Rightarrow |FM| = \sqrt{\left(x - \dfrac{p}{2}\right)^2 + y^2}$$

$$|NM| = \left|x + \frac{p}{2}\right|$$

**Тогда:** $$\sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2} = \left|x + \frac{p}{2}\right|$$

**Возводим в квадрат обе части выражения:**

$$\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2 = x^2 + xp + \frac{p^2}{4}$$

$$\cancel{x^2} - xp + \cancel{\frac{p^2}{4}} + y^2 = \cancel{x^2} + xp + \cancel{\frac{p^2}{4}}$$

$$y^2 = 2px$$

канонические уравнение параболы

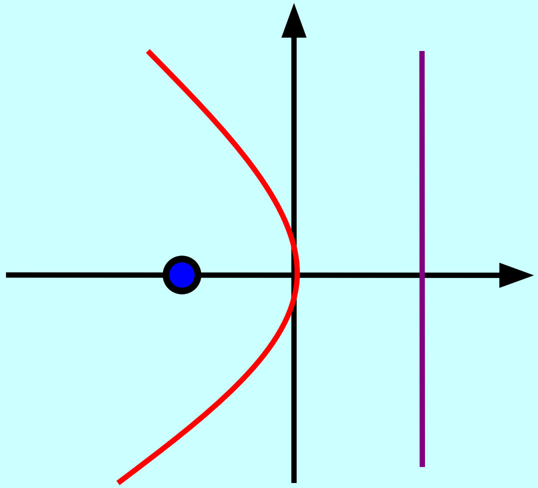
**Уравнение директрисы параболы имеет вид:**

$$x = -\frac{p}{2}$$

**Расстояние** $|FM|$

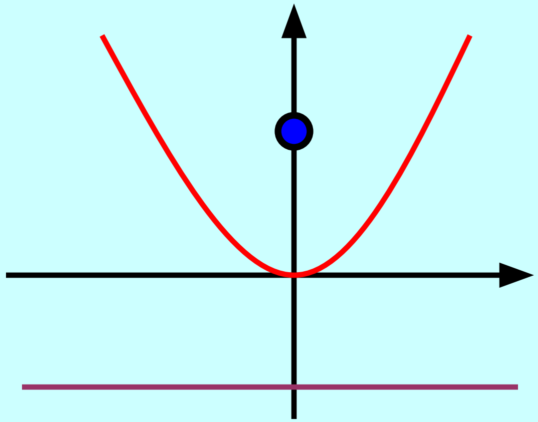
**называется фокальным радиусом точки *M*, *p* называется параметром параболы.**

**В зависимости от значения этих параметров, возможны различные способы ориентации параболы на плоскости.**



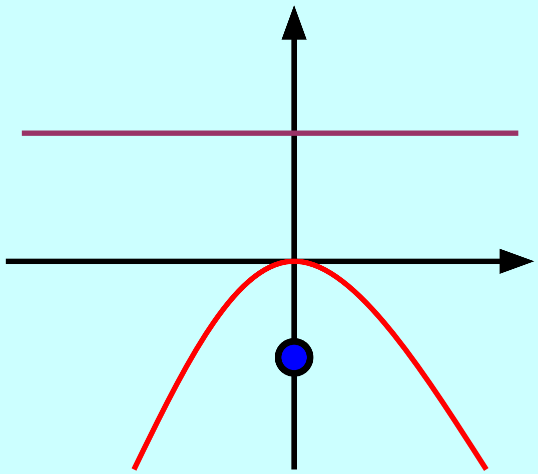
$$F\left(-\frac{p}{2};0\right) \qquad x=\frac{p}{2}$$

$$\boxed{y^2=-2px}$$



$$F\left(0; \frac{p}{2}\right) \qquad y = -\frac{p}{2}$$

$$\boxed{x^2 = 2py}$$



$$F\left(0;-\frac{p}{2}\right) \qquad y=\frac{p}{2}$$

$$\boxed{x^2=-2py}$$