

Презентация на тему:

# «Параллелепипед»

Выполнила :ученица 10А класса  
МБОУСОШ№27 Павлова Ольга.

Учитель : Ветрова Людмила  
Ивановна.

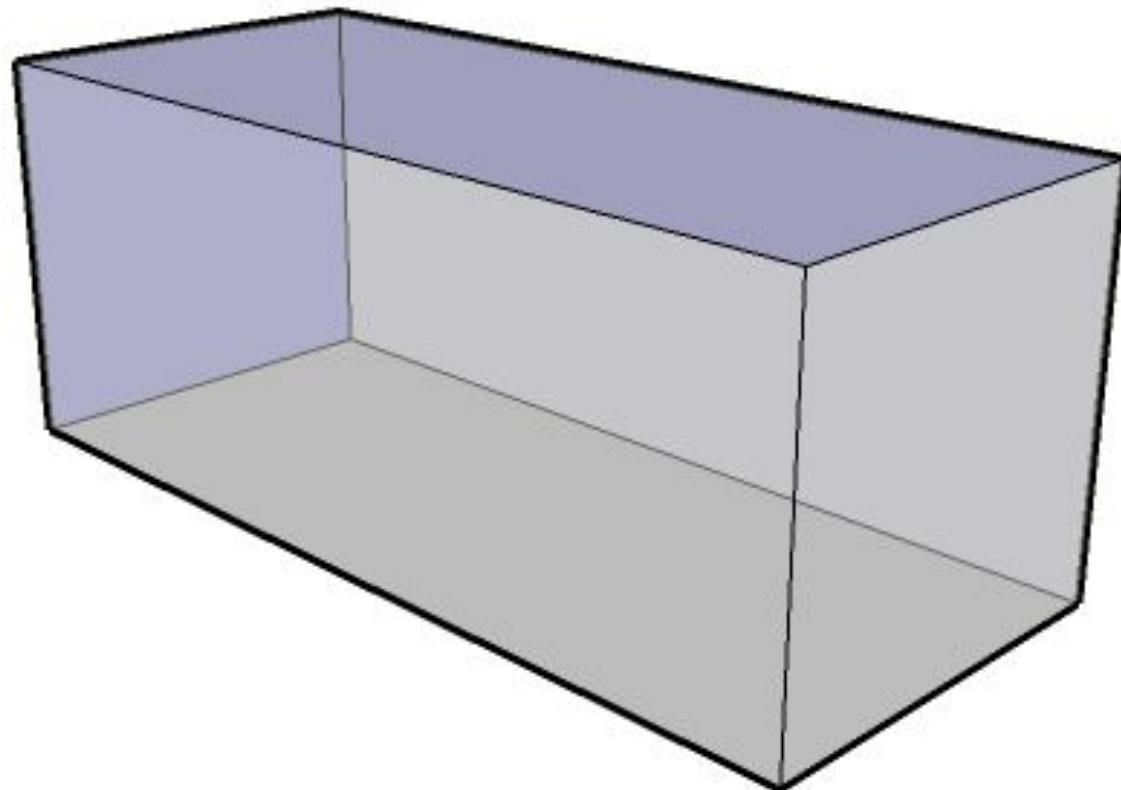
# Развитие геометрии.

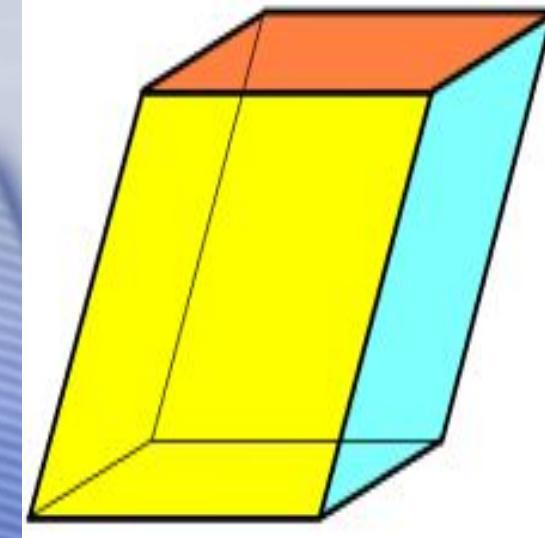
Начало геометрии было положено в древности при решении чисто практических задач. Со временем, когда накопилось большое количество геометрических фактов, у людей появилась потребность обобщения, уяснения зависимости одних элементов от других, установления логических связей и доказательств. Постепенно создавалась геометрическая наука. Примерно в VI - V вв. до н. э. в Древней Греции в геометрии начался новый этап развития.Произведения, содержащие систематическое изложение геометрии, появились в Греции еще в V до н.э., но они были вытеснены "Началами" Евклида. Геометрические знания примерно в объеме современного курса средней школы были изложены еще 2200 лет назад в "Началах" Евклида.

В XVII в. Декарт благодаря методу координат сделал возможным изучение свойств геометрических фигур с помощью алгебры. С этого времени начала развиваться аналитическая геометрия.

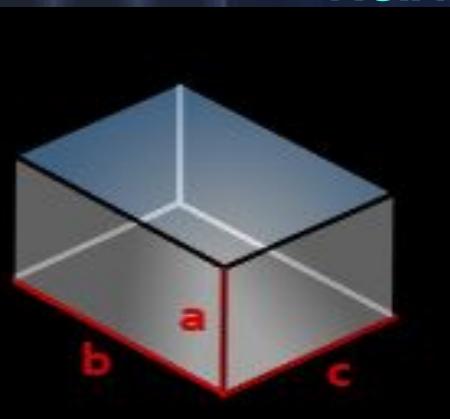
В настоящее время геометрия тесно переплетается со многими другими разделами математики. Одним из источников развития и образования новых понятий в геометрии, как и в других областях математики, являются современные задачи естествознания, физики и техники.

# Параллелепипед.





Параллелепіпед - (от греч. παράλλος — параллельный и греч. επιπέδου — плоскость) — призма, основанием которой служит параллелограмм, или (равносильно) многогранник, у которого шесть граней и каждая из них — параллелограмм.

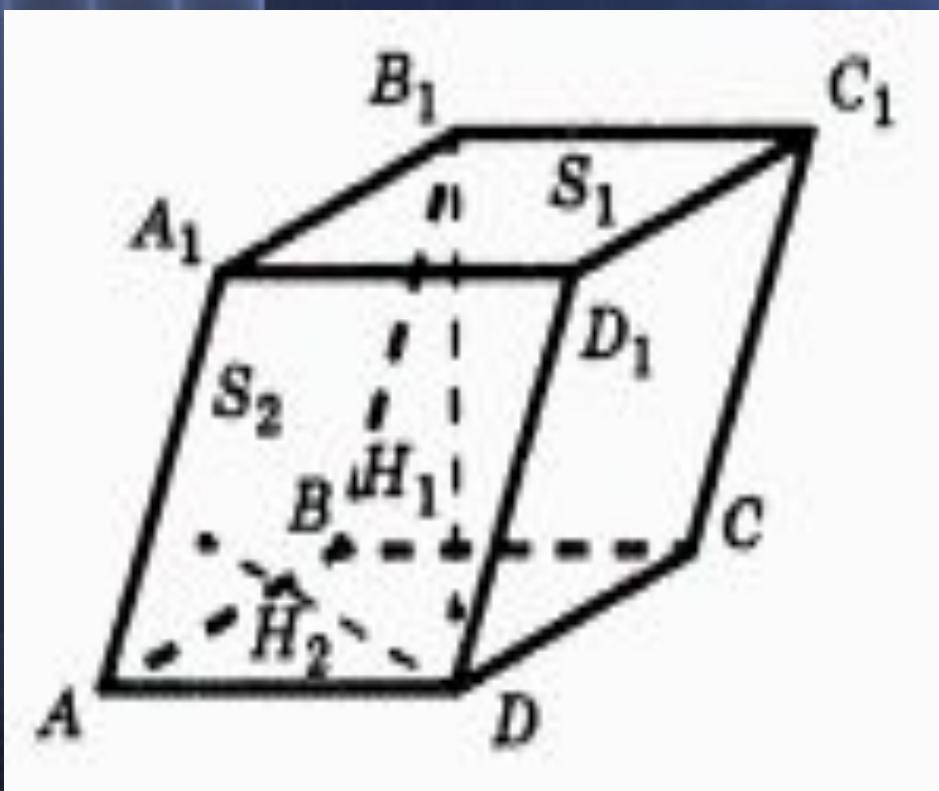


# Основные элементы параллелепипеда:

1. Две грани параллелепипеда, не имеющие общего ребра, называются противоположными, а имеющие общее ребро — смежными.
2. Две вершины параллелепипеда, не принадлежащие одной грани, называются противоположными.
3. Отрезок, соединяющий противоположные вершины, называется диагональю параллелепипеда.
4. Длины трёх рёбер прямоугольного параллелепипеда, имеющих общую вершину, называют его измерениями.

У параллелепипедов и только у них любую пару параллельных граней можно принять за основания.

В зависимости от выбора оснований можно рассмотреть три высоты.

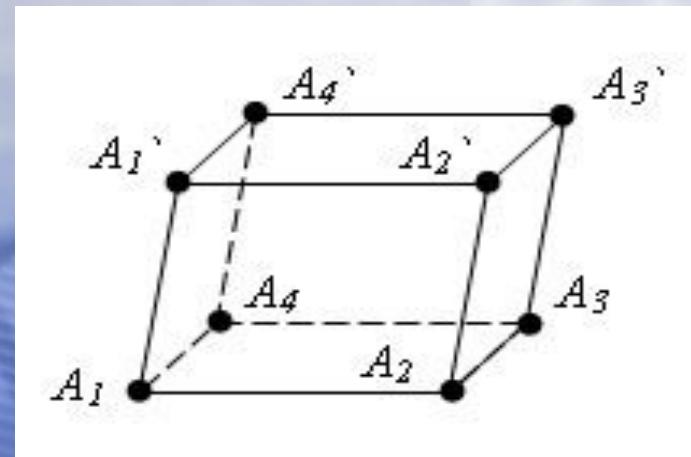


# Свойства параллелепипеда:

1. Противоположные грани параллелепипеда равны и параллельны.
2. Все четыре диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся этой точкой пополам.
3. Боковые грани прямого параллелепипеда — прямоугольники.
4. Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений.

Теорема:  
У параллелепипеда  
противолежащие грани  
параллельны и равны.

### Доказательство



Возьмем любые две противолежащие грани параллелепипеда: A<sub>1</sub>A<sub>2</sub>A<sub>2</sub>'A<sub>1</sub>' и A<sub>3</sub>A<sub>4</sub>A<sub>4</sub>'A<sub>3</sub>'. Так как все грани параллелепипеда – параллелограммы, то прямая A<sub>1</sub>A<sub>2</sub> параллельна прямой A<sub>4</sub>A<sub>3</sub>, а прямая A<sub>1</sub>A<sub>1</sub>' параллельна прямой A<sub>4</sub>A<sub>4</sub>'.

Следовательно плоскости рассматриваемых граней параллельны.

Так как грани параллелепипеда – параллелограммы, то отрезки A<sub>1</sub>A<sub>4</sub>, A<sub>1</sub>'A<sub>4</sub>', A<sub>2</sub>'A<sub>3</sub>' и A<sub>2</sub>A<sub>3</sub> – параллельны и равны. Следовательно грань A<sub>1</sub>A<sub>2</sub>A<sub>2</sub>'A<sub>1</sub>' совмещается параллельным переносом вдоль ребра A<sub>1</sub>A<sub>4</sub> с гранью A<sub>3</sub>A<sub>4</sub>A<sub>4</sub>'A<sub>3</sub>' и, значит, грани равны.

Точно также доказывается параллельность и равенство других противолежащих граней параллелепипеда. Теорема доказана.

**Теорема:** Параллелепипед симметричен относительно середины его диагонали.

**Важные свойства параллелепипеда:**

1. Любой отрезок с концами, принадлежащими поверхности параллелепипеда и проходящий через середину его диагонали, делится ею пополам; в частности, все диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся ею пополам.
2. Противолежащие грани параллелепипеда параллельны и равны.

# Произвольный параллелепипед.

Объём и соотношения в наклонном параллелепипеде часто определяются с помощью векторной алгебры. Объём параллелепипеда равен абсолютной величине смешанного произведения трёх векторов, определяемых тремя сторонами параллелепипеда, исходящими из одной вершины.

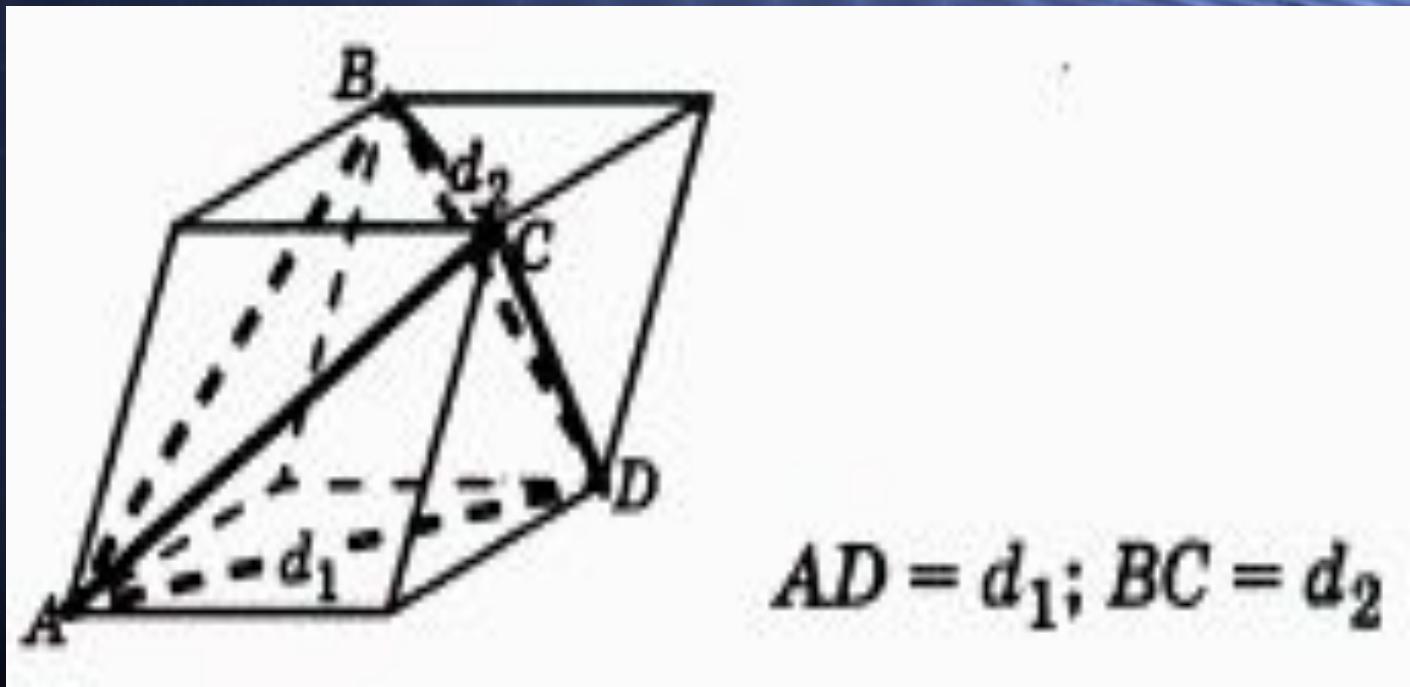
Соотношение между длинами сторон параллелепипеда и углами между ними даёт утверждение, что определитель Грама указанных трёх векторов равен квадрату их смешанного произведения

Объем параллелепипеда:

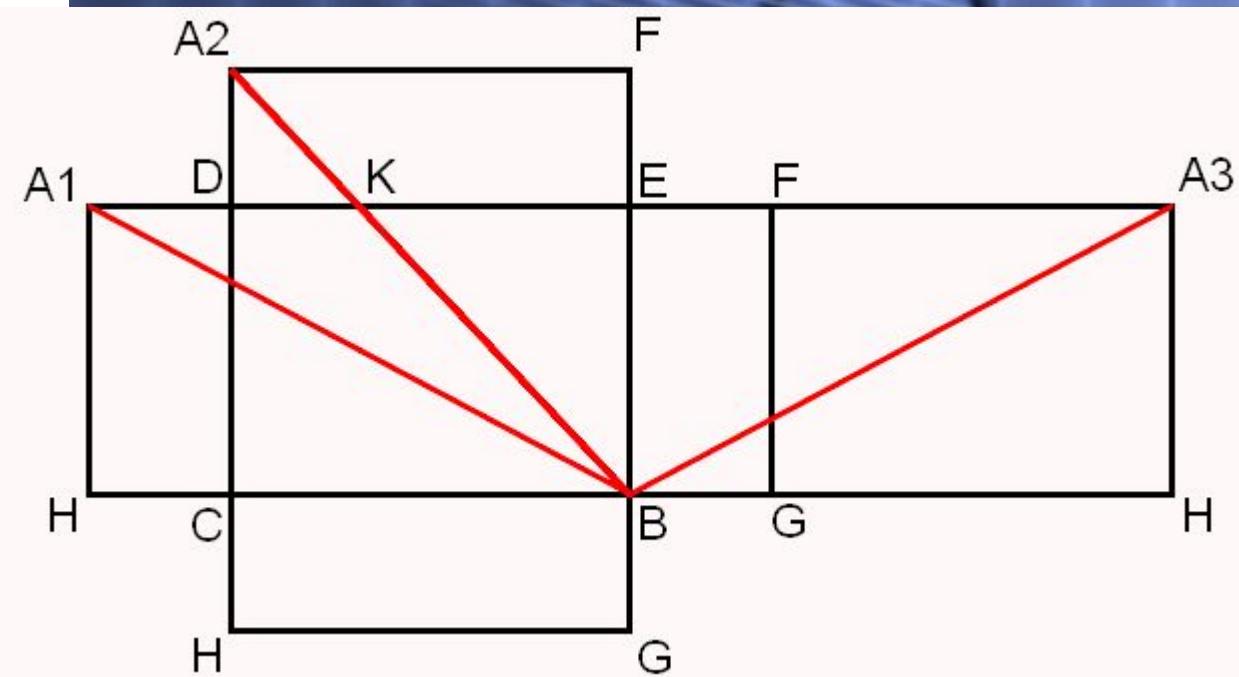
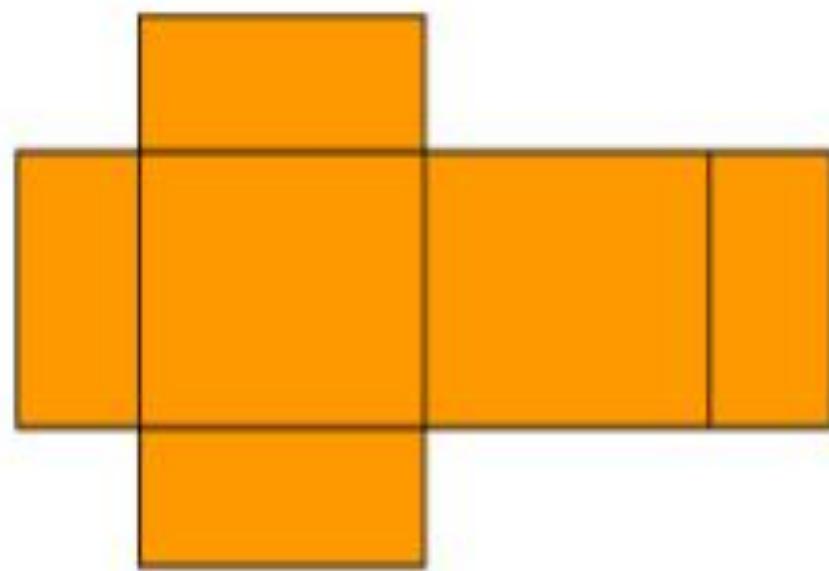
$$V = H_1 S_1 = H_2 S_2 = H_3 S_3$$

В параллелепипед можно вписать тетраэдр.

Объем такого тетраэдра равен  $1/3$  части объема параллелепипеда.



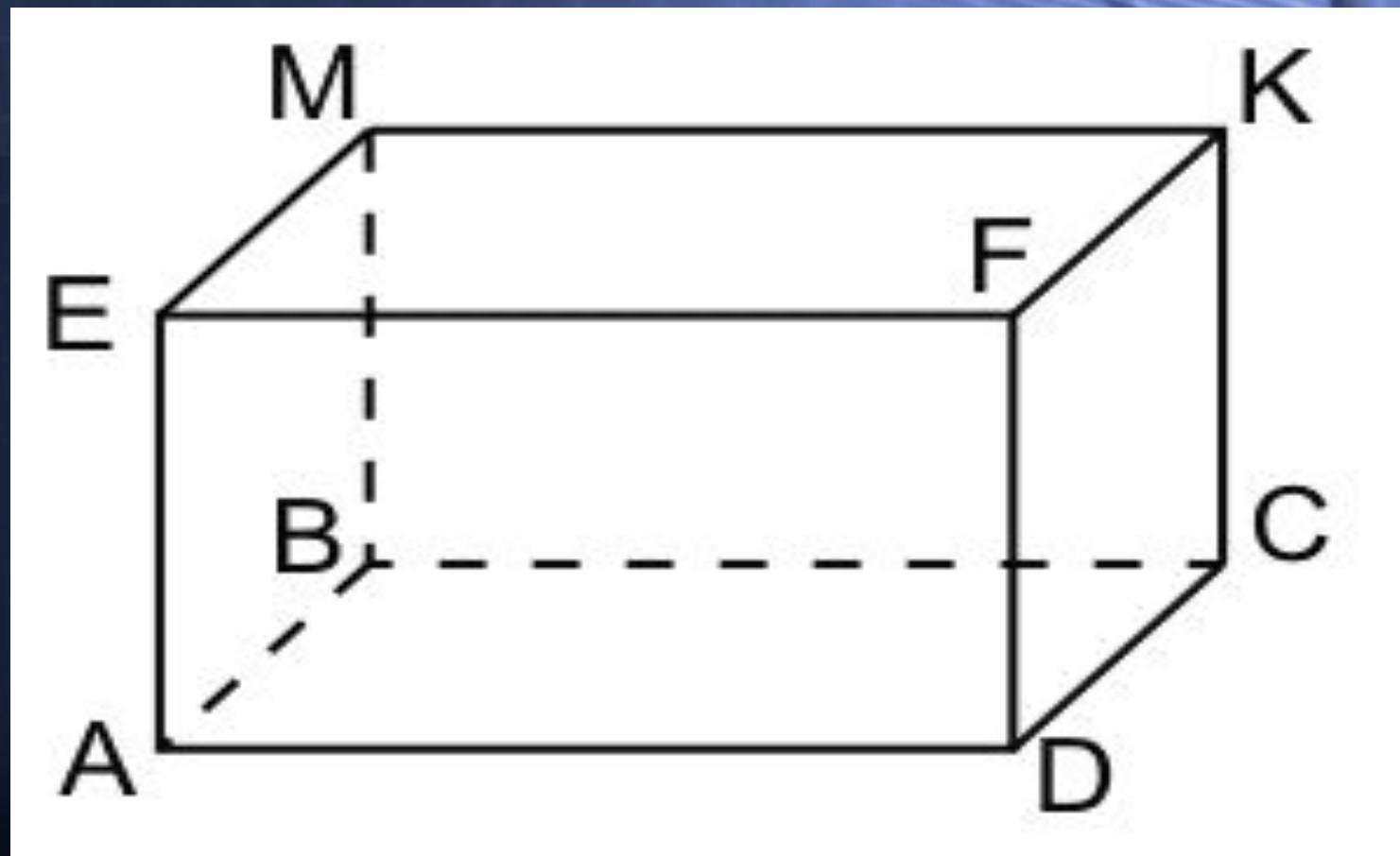
Вот так параллелепипед выглядит  
в развертке.



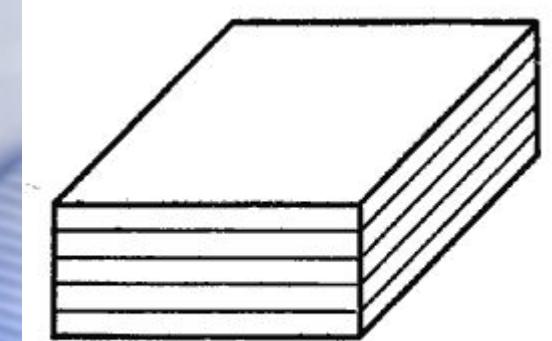
Различается несколько типов параллелепипедов:

- 1.Прямоугольный параллелепипед.
- 2.Прямой параллелепипед.
- 3.Наклонный параллелепипед.
- 4.Куб.

Прямоугольный параллелепипед — это параллелепипед, у которого все грани — прямоугольники;



# Вывод формулы объема прямоугольного параллелепипеда, измерения которого выражены целыми числами:



Черт. 305.

Пусть нам нужно вычислить объем прямоугольного параллелепипеда, длина основания которого равна 20 см, ширина — 12 см и высота параллелепипеда—5 см.

Площадь основания этого параллелепипеда будет равна  $20 \cdot 12 = 240$  (кв. см). Значит, на его основании в один слой можно уложить 240 кубических сантиметров. Всего таких слоев будет пять. Объем данного параллелепипеда будет равен  $240 \cdot 5 = 1200$  (куб. см).

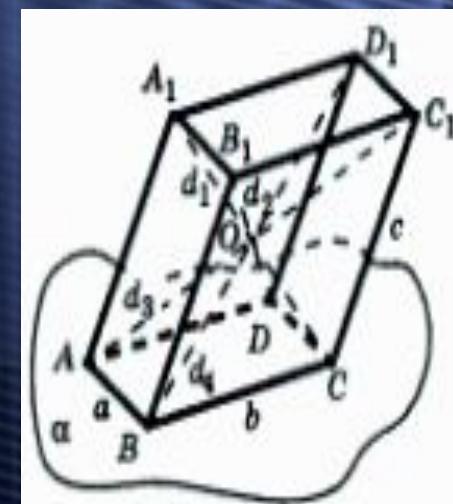
Если длину основания прямоугольного параллелепипеда обозначим через  $a$ , ширину его — через  $b$  и высоту параллелепипеда— через  $c$ , то получим формулу:  $V = abc$ , где  $V$  — объем прямоугольного параллелепипеда

# Свойства диагоналей прямоугольного параллелепипеда:

Диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся ею пополам.

Сумма квадратов, диагоналей параллелепипеда равна сумме квадратов всех его ребер.

$$d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + d_4^2 = 4a^2 + 4b^2 + 4c^2$$



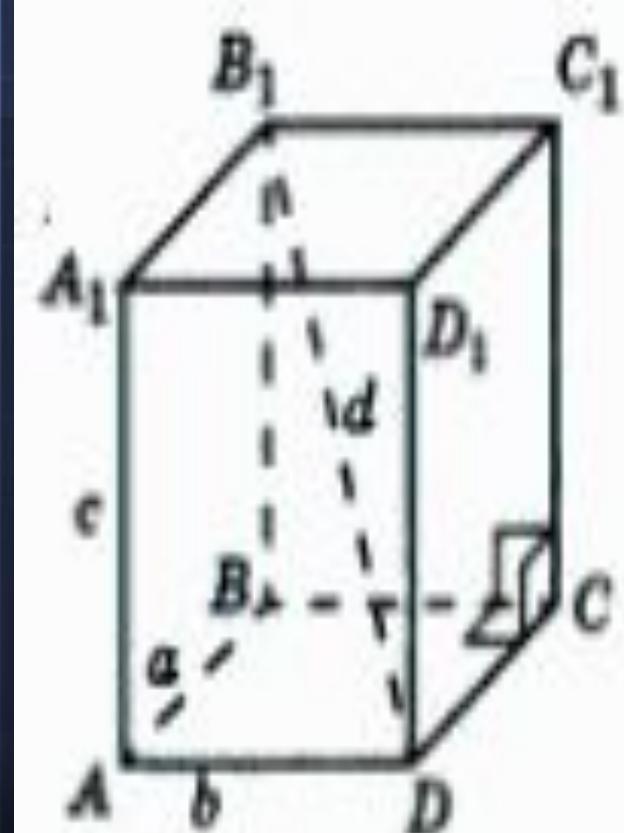
$$\begin{aligned}A_1C &= d_1; B_1D = d_2; \\AC_1 &= d_3; \\BD_1 &= d_4\end{aligned}$$

Площадь поверхности  
прямоугольного параллелепипеда  
равна удвоенной сумме площадей  
трех граней этого  
параллелепипеда:

$$S = 2(S_a + S_b + S_c) = 2(ab + bc + ac)$$

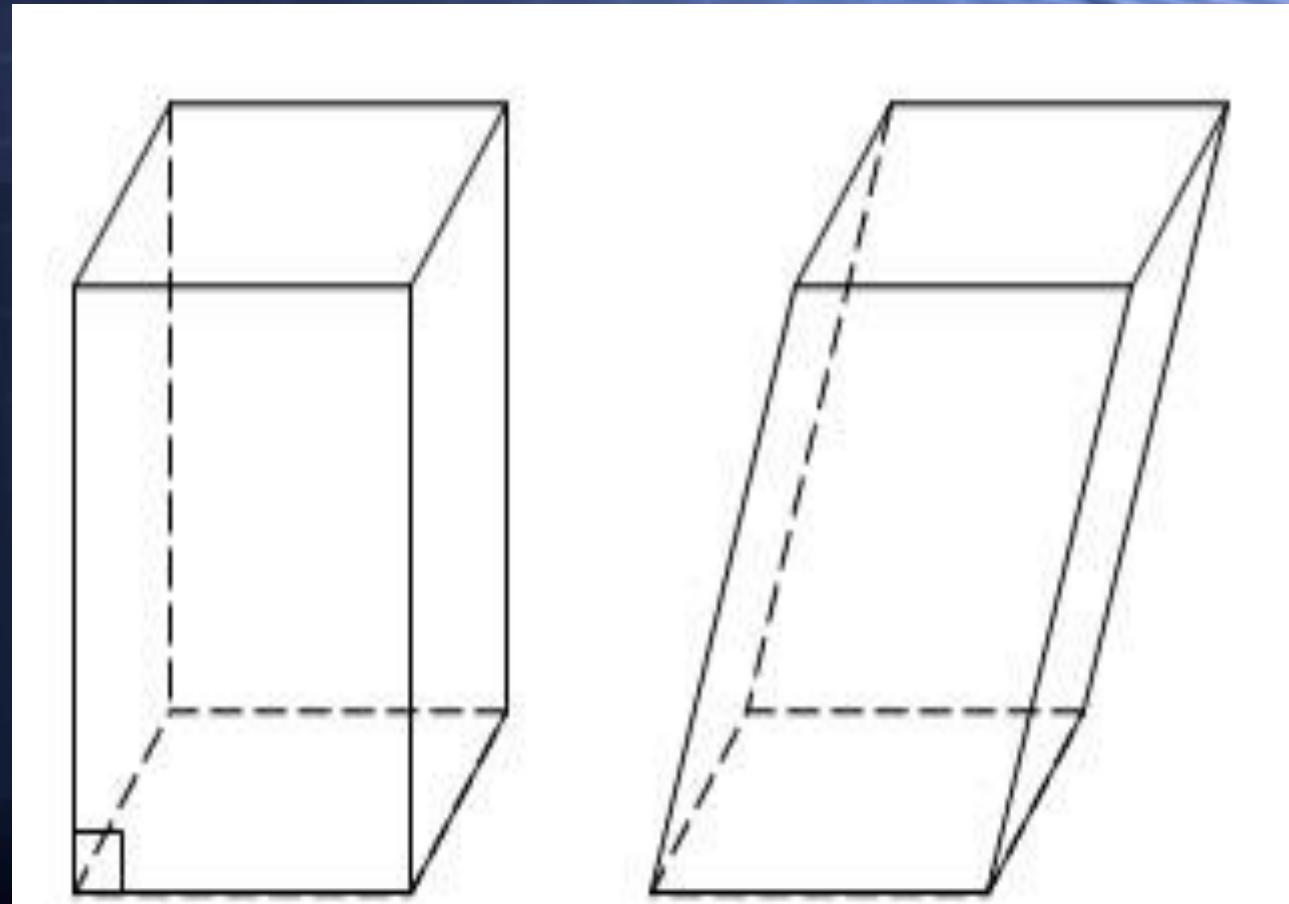
Все диагонали прямоугольного параллелепипеда равны:

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$



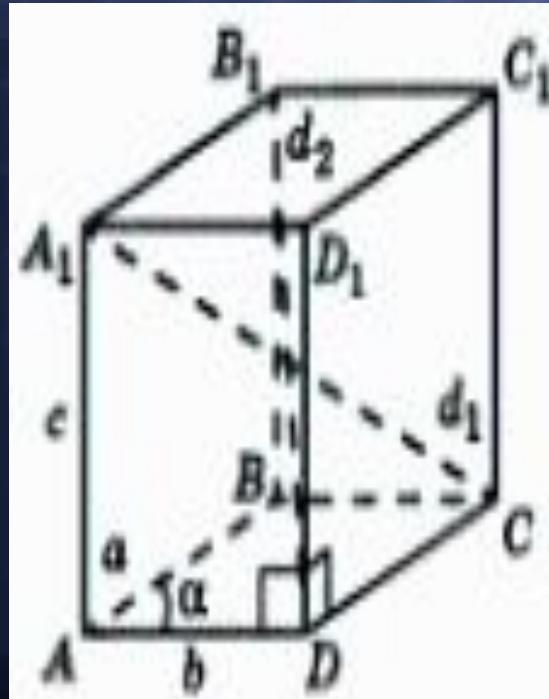
$ABCD$  — прямоугольник  
 $AA_1 \perp (ABC)$ ,  $AB \perp AD$

Прямой параллелепипед — это параллелепипед, у которого 4 боковые грани — прямоугольники.



Диагонали прямого параллелепипеда вычисляются по формулам:

$$d_1^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab \cos \alpha$$



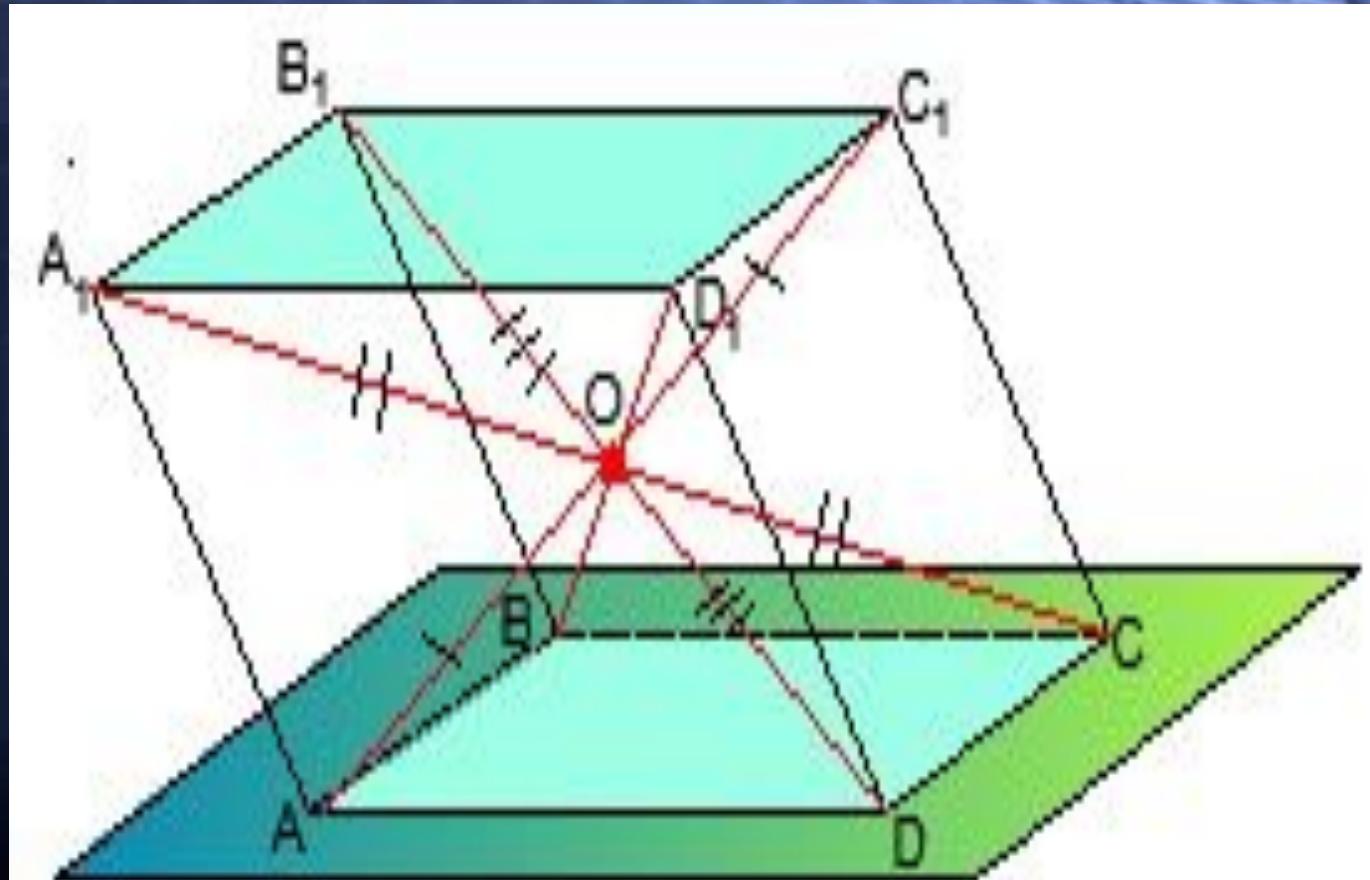
$ABCD$  — параллелограмм ( $\alpha \neq 90^\circ$ )

$AA_1 \perp (ABC)$

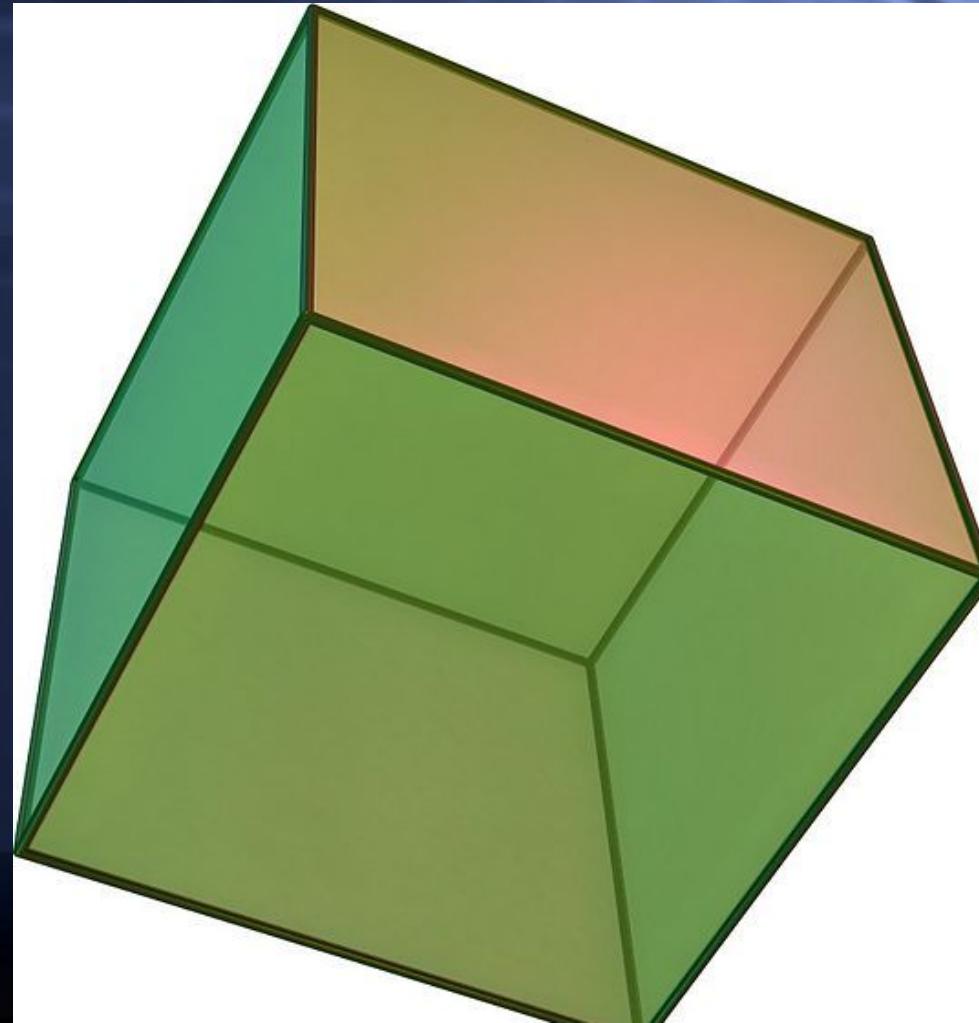
$AC_1 = A_1C = d_1$ ;

$BD_1 = B_1D = d_2$ ;  $d_1 \neq d_2$

Наклонный параллелепипед — это параллелепипед, боковые грани которого не перпендикулярны основанию.



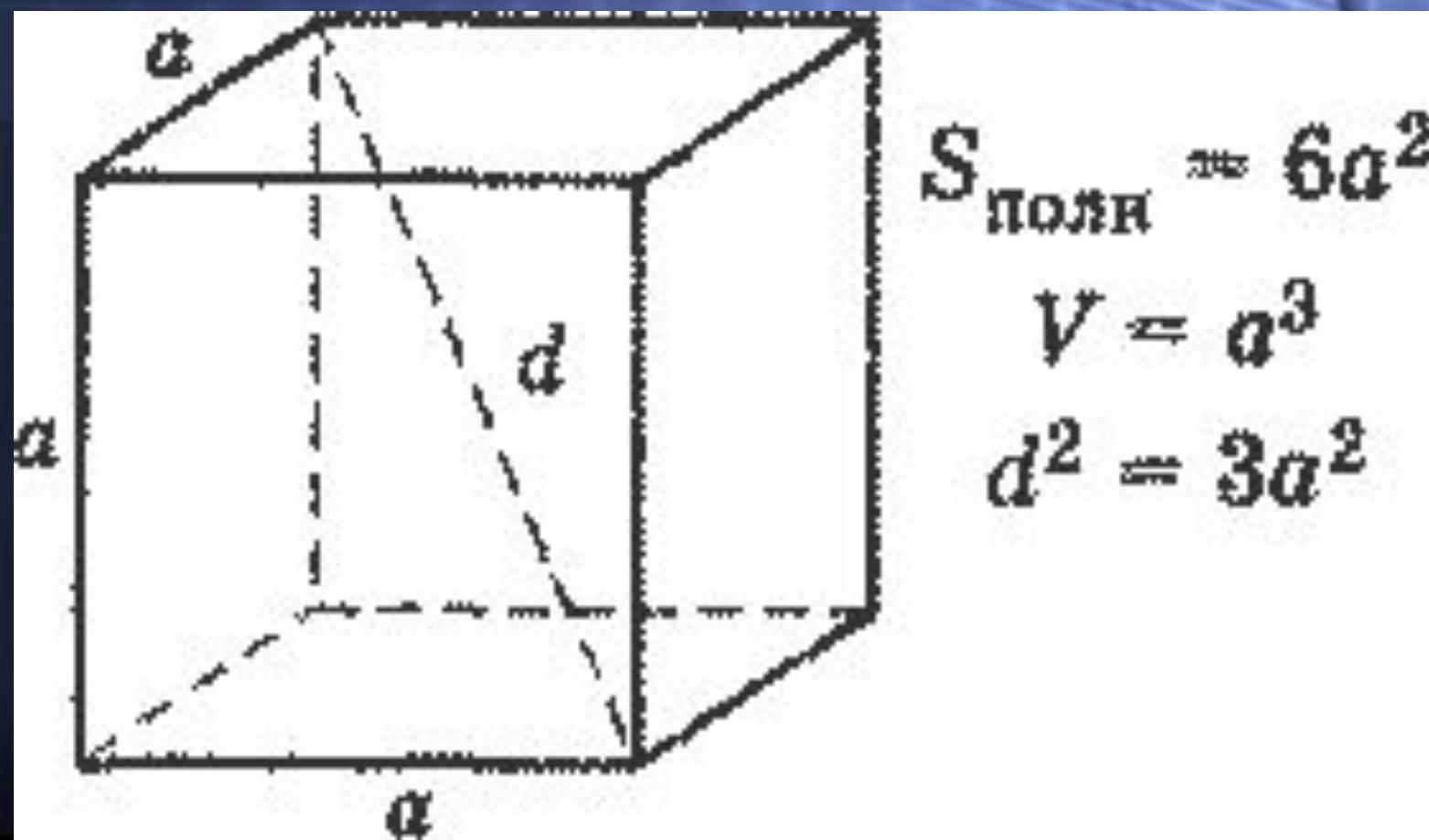
Куб — это прямоугольный параллелепипед с равными измерениями. Все шесть граней куба — равные квадраты.



# Свойства куба.

- 1.Четыре сечения куба являются правильными шестиугольниками — эти сечения проходят через центр куба перпендикулярно четырём его главным диагоналям.
- 2.В куб можно вписать тетраэдр двумя способами. В обоих случаях четыре вершины тетраэдра будут совмещены с четырьмя вершинами куба и все шесть рёбер тетраэдра будут принадлежать граням куба. В первом случае все вершины тетраэдра принадлежат граням трехгранного угла, вершина которого совпадает с одной из вершин куба. Во втором случае попарно скрещивающиеся ребра тетраэдра принадлежат попарно противолежащим граням куба. Такой тетраэдр является правильным, а его объём составляет  $\frac{1}{3}$  от объема куба/
- 3.В куб можно вписать октаэдр, притом все шесть вершин октаэдра будут совмещены с центрами шести граней куба.
- 4.Куб можно вписать в октаэдр, притом все восемь вершин куба будут расположены в центрах восьми граней октаэдра.
- 5.В куб можно вписать икосаэдр, при этом шесть взаимно параллельных рёбер икосаэдра будут расположены соответственно на шести гранях куба, остальные 24 ребра — внутри куба. Все двенадцать вершин икосаэдра будут лежать на шести гранях куба.

Диагональю куба- называют отрезок, соединяющий две вершины, симметричные относительно центра куба. Диагональ куба находится по формуле , где  $d$  — диагональ, а — ребро куба.



# «Зальцбургский параллелепипед»

В свое время, в 1919 году, Чарльз Форт сделал предположение, которое могло бы объяснить происхождение странной находки, и заключалось оно в том, что «зальцбургский параллелепипед» — это ископаемый артефакт, оставленный представителями иных миров, которые в глубокой древности посещали Землю. Уже в наше время была высказана гипотеза о том, что артефакт — дело рук человека.

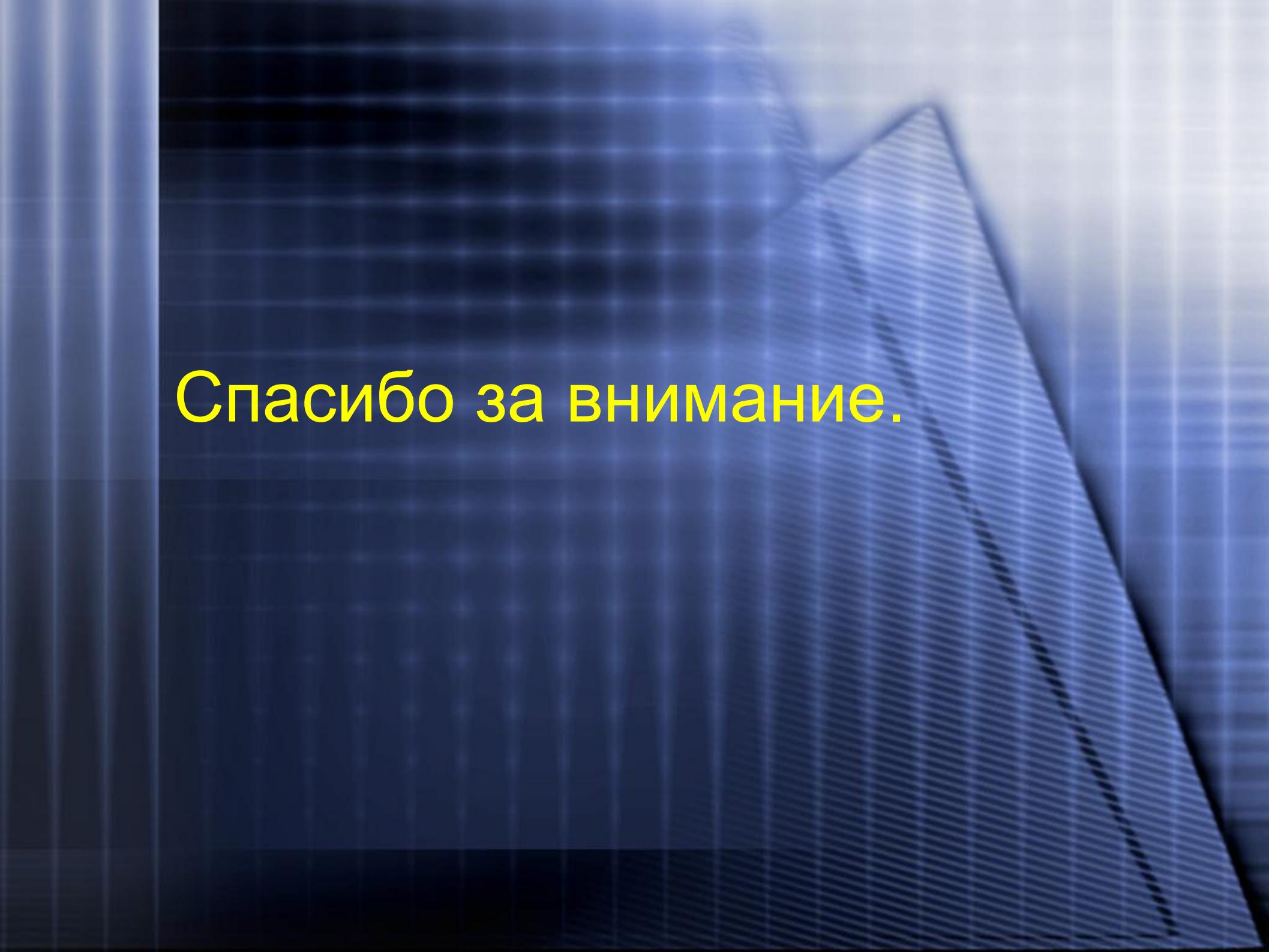


# Сайты с информацией:

<http://www.fmclass.ru/math.php?id=4862626930263>

<http://ru.wikipedia.org>

<http://www.fxyz.ru>



Спасибо за внимание.