

**Параллельность
и
перпендикулярность**

- Параллельные и перпендикулярные прямые играют очень большую роль в жизни человека: особенности их взаимного расположения используют в строительстве, технике, искусстве.
- Теория параллельных занимает одно из центральных мест в науке «геометрия».
- Именно свойства параллельных прямых определяют основные свойства изучаемого нами пространства.

- Рассматривая основные геометрические фигуры, среди всех углов мы выделили прямой угол, равный 90 градусам.
- Изобразим прямой угол и продолжим его стороны за вершину.

Две прямые,
пересекающиеся
под прямым углом (90°),
называются
ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫМИ.

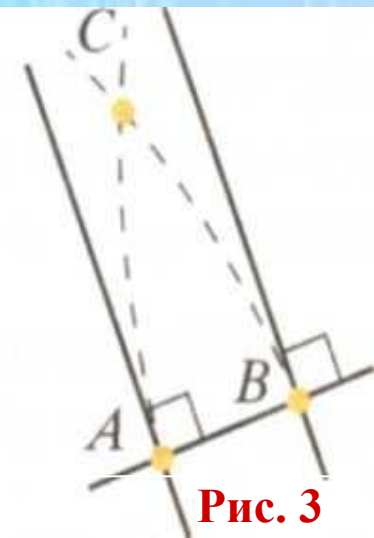
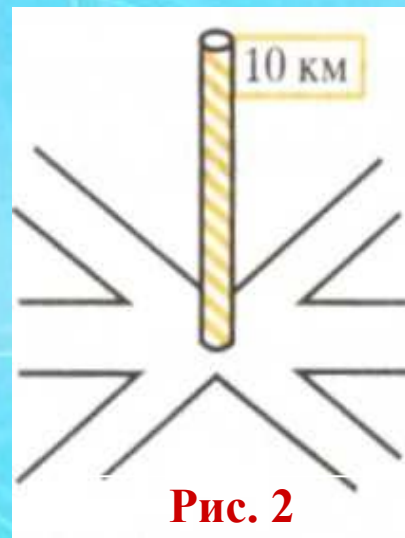


Мы получили две прямые,
пересекающиеся
под прямым углом.

Перпендикулярные прямые обладают интересными свойствами.

- **1. Через точку вне данной прямой можно провести только одну прямую, перпендикулярную этой прямой и пересекающую ее.**
- **2. Если точку взять на самой прямой, то через эту точку проходит бесконечное число прямых, перпендикулярных данной прямой.**

- Если начертить прямую в тетради, то одна из прямых, перпендикулярных ей, будет лежать в плоскости тетради, а все остальные прокалывать тетрадь в данной точке.



- Они будут находиться в пространстве (вне плоскости листа); это похоже на дорожный столб, стоящий на перекрестке дорог: столб перпендикулярен каждой дороге (рис. 2).

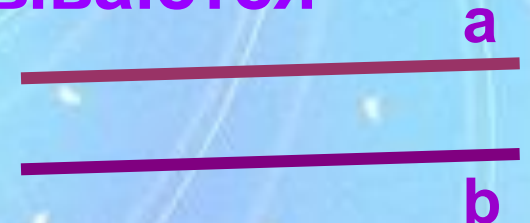
3. Две прямые на плоскости, перпендикулярные третьей прямой, не могут пересечься одна с другой (рис. 3).

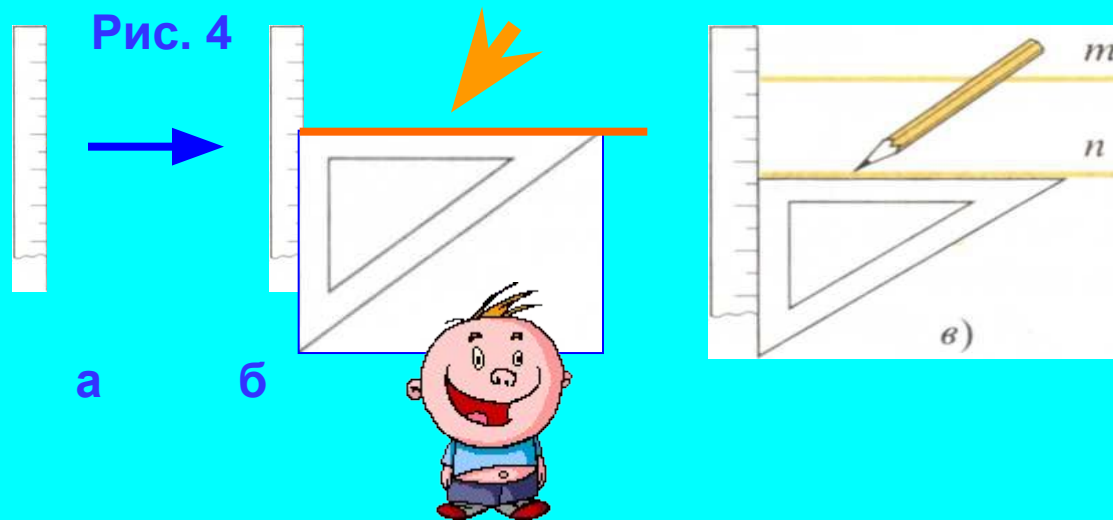
Если бы они пересеклись, например, в точке C , то мы получили бы треугольник ABC , у которого два прямых угла, что невозможно.

На плоскости такого не может быть.

- А вот на сфере перпендикуляры ведут себя иначе.
- Вспомните экватор и меридианы.
- Они перпендикулярны друг к другу, но все меридианы пересекаются в одной точке — на ПОЛЮСЕ.
- Однако вернемся к плоскости.
- Итак, свойство 3 говорит о том, что на плоскости существуют непересекающиеся прямые.

Две прямые на плоскости называются ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ, если они не пересекаются.

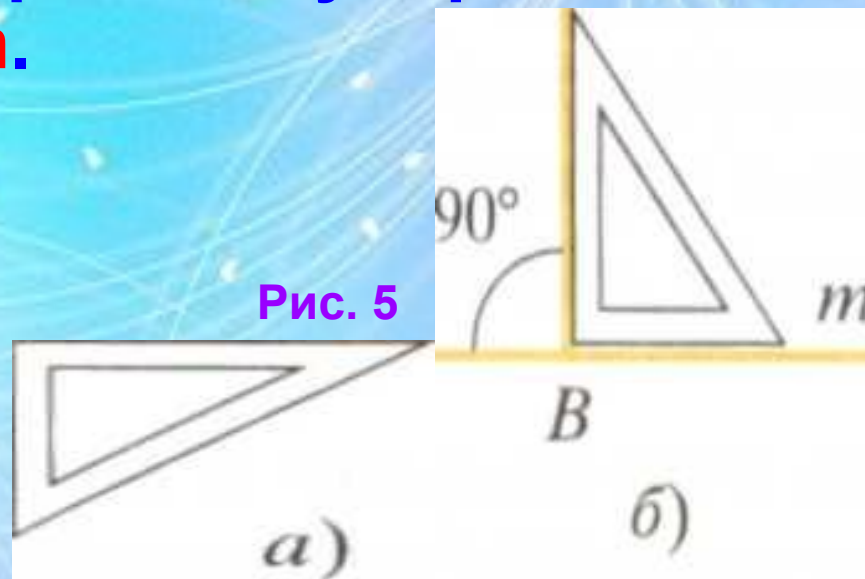




- ◆ Передвигая, как показано на рисунке, треугольник вдоль неподвижной линейки, получаем множество параллельных между собой прямых.
- ◆ На рисунке 4-в прямые **m** и **n** параллельны.
- ◆ Этот факт записывается так: **$m \parallel n$**
- ◆ Читаем: **прямая m параллельна прямой n**
- ◆ Выбор именно такого знака достаточно понятен, не так ли?

- У обычного чертежного угольника один угол прямой.
- В этом случае с его помощью можно проводить прямые, перпендикулярные данной прямой (рис. 5).
- Или, как говорят, опускать на данную прямую перпендикуляры или восставлять к ней перпендикуляры.
- То, что прямые **m** и **n** перпендикулярны, записывается так: **m** \perp **n**.

С помощью циркуля и линейки также можно строить параллельные и перпендикулярные прямые. Предлагаемые ниже способы построения интересны и тем, что число проводимых при построении линий будет наименьшим из возможных.



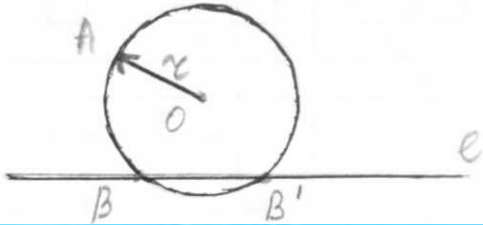
Проведение параллельных прямых

Рис. 6

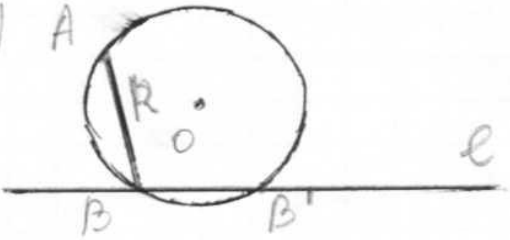
1) $A \cdot$



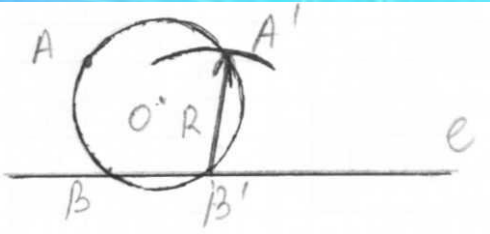
2)



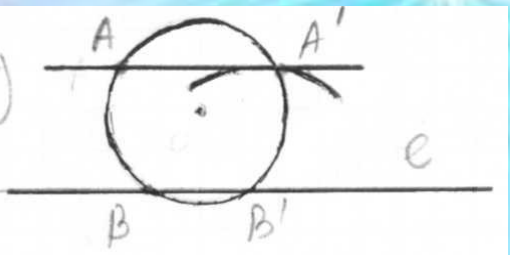
3)



4)



5)



$$1. A \notin e$$

$$2. O(r = OA) \cap e = \{B, B'\}$$

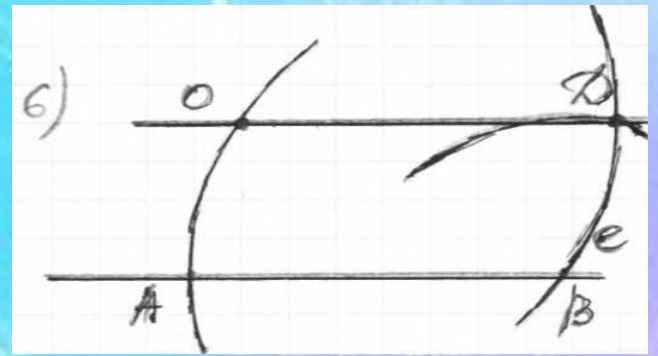
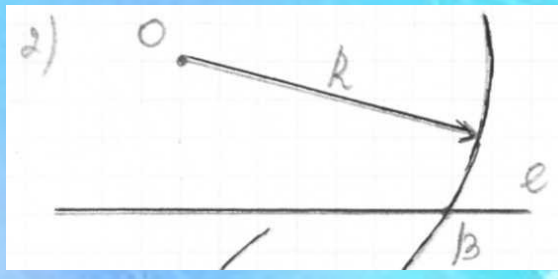
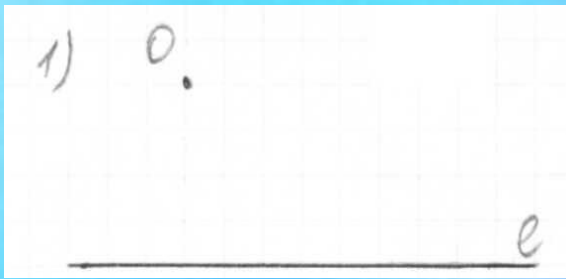
$$3. AB = R$$

$$4. B'(R) \cap O(r) = A'$$

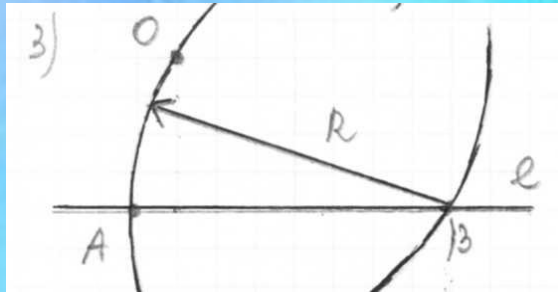
$$5. AA' \Rightarrow AA' \parallel e$$

Пусть проведена прямая ℓ и дана точка A вне этой прямой (рис. 6).

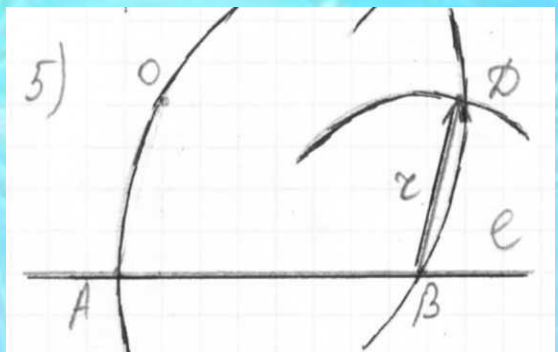
1. Проведем через точку A любую окружность, пересекающую прямую ℓ (рис. 6).
2. Возьмем одну из точек пересечения окружности с прямой — точку B , измерим циркулем отрезок AB и проведем окружность радиусом, равным AB , с центром в точке B . Появится точка A' . **Прямая, проходящая через точки A и A' , параллельна прямой ℓ .**



II способ



1. $O \notin e$
 2. $O(R) \cap e = B$
 3. $B(R) \cap e = A$
 4. $AO = r$
 5. $B(r) \cap O(R) = \emptyset$
 6. $O \emptyset$
- $\Rightarrow O \emptyset \parallel e$



Проведение перпендикуляра к прямой

Пусть проведена прямая ℓ и дана точка A вне этой прямой. Для построения перпендикуляра достаточно с помощью

помощью

окружности с

циркуля провести через A две произвольные

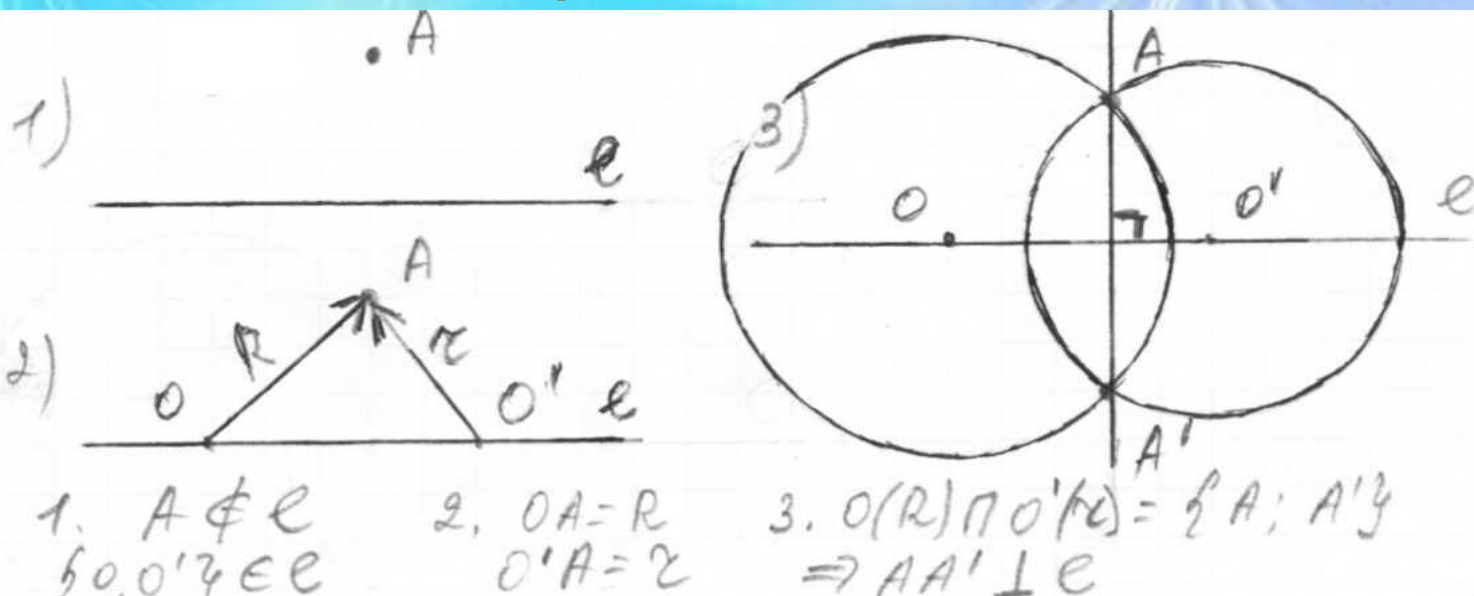
центрами на прямой ℓ (рис.7).

Рис.7

Вторая точка пересечения этих окружностей (точка A^1) и даст нам вторую точку на перпендикуляре.

Подумайте, как провести перпендикуляр (с помощью циркуля и линейки), если точка A лежит на прямой ℓ ...

Поэтапное построение



- Следует запомнить еще одно важное свойство перпендикуляра.
- Если A — точка на прямой ℓ , а B — точка пересечения перпендикулярных прямых ℓ и m (рис. 8), то, отрезок AB есть кратчайшее расстояние от точки A до прямой m

Итак, если мы хотим из точки A по кратчайшему пути попасть на прямую m , то двигаться надо по перпендикуляру к прямой m

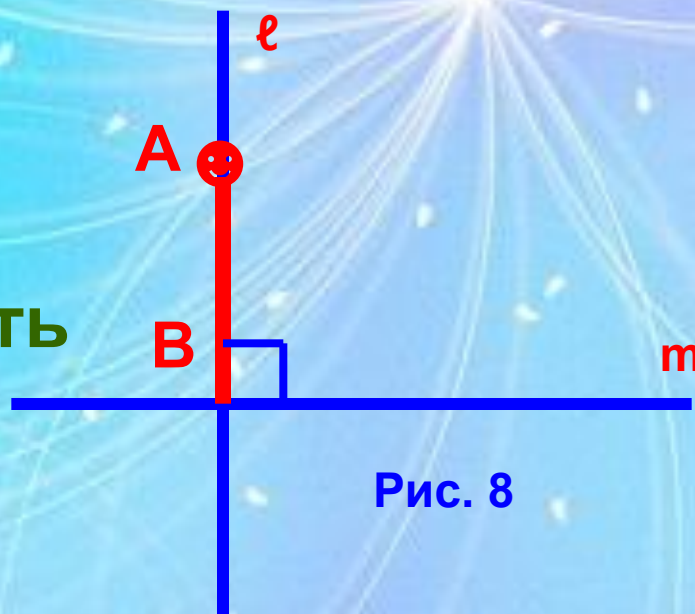


Рис. 8

Мы все время говорили: «параллельные прямые», «перпендикулярные прямые».

Понятно, что на практике мы имеем дело не с прямыми, а лишь с их частями — отрезками, лежащими на этих прямых.

Отрезки, лежащие на параллельных прямых, также называются ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ, а на перпендикулярных - ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫМИ.

- Среди ребер куба можно указать пары параллельных и перпендикулярных ребер.
- На рисунке 9 изображен куб.

Три четверки его ребер параллельны между собой.

Вот одна из них: $AB \parallel DC \parallel A_1B_1 \parallel D_1C_1$.

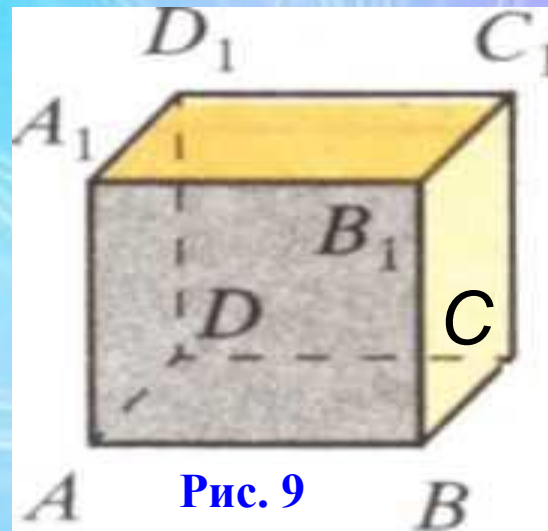


Рис. 9

1. Назовите еще две четверки параллельных между собой ребер куба.

Ребро AA_1 перпендикулярно ребрам AB , A_1B_1 , AD и A_1D_1 . Угол между ребром AA_1 и каждым из этих ребер равен 90° .

2. Назовите ребра, перпендикулярные:

а) ребру CC_1 ; б) ребру DC .

- Ребра AA_1 и BB_1 куба лежат в одной плоскости — в плоскости передней грани;
- в этой же плоскости лежат и плоскости передней грани;
- в этой же плоскости лежат и ребра A_1B_1 и AB .

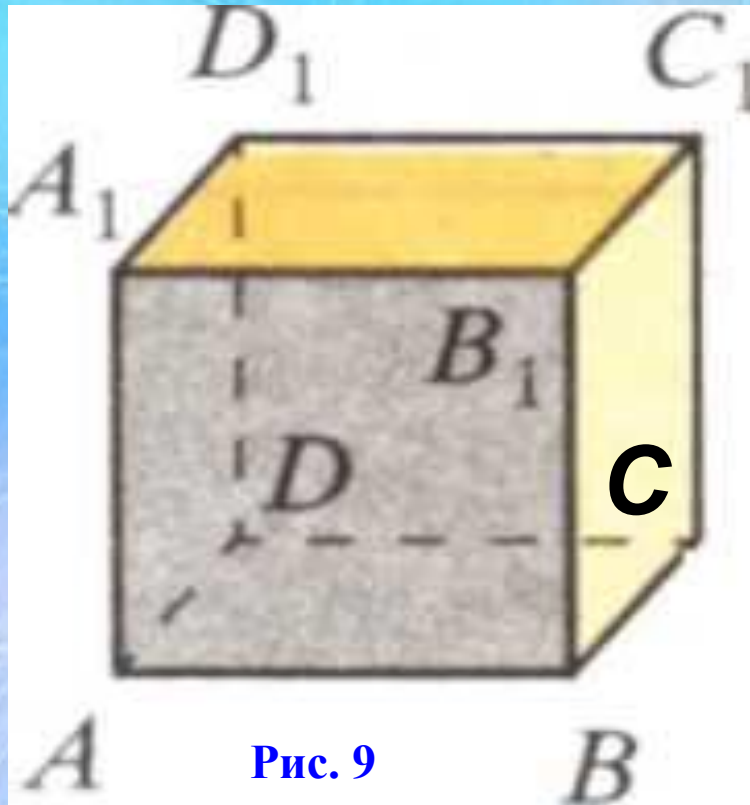
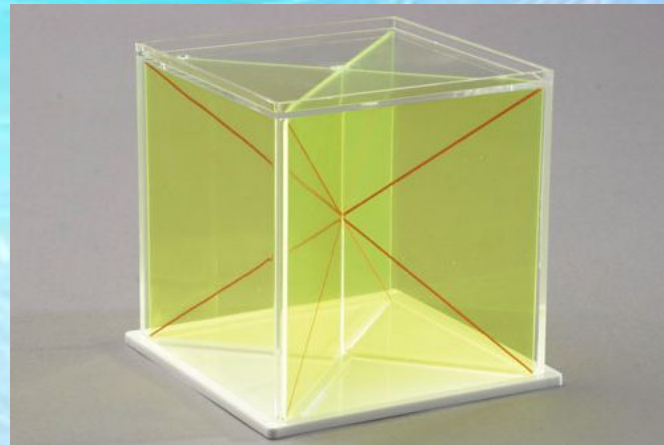


Рис. 9

Через ребра AA_1 и CC_1 также можно провести плоскость — AA_1C_1C (диагональное сечение куба).



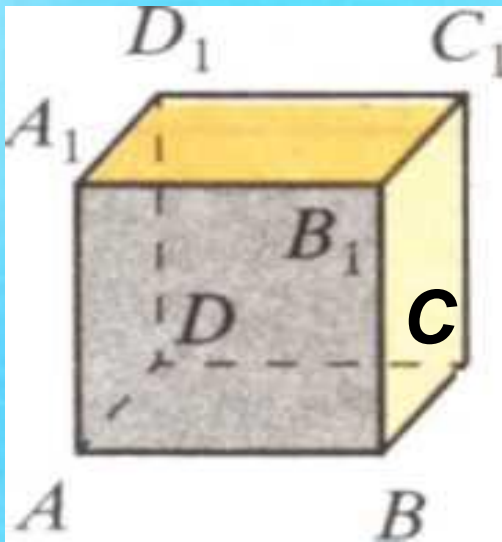


Рис. 9

Обозначение:

$a \odot b$

Читают:
прямые

a и b - скрещивающиеся

- А вот пара ребер AA_1 и D_1C_1 особенная.
- Не существует плоскости, которая бы проходила через оба эти отрезка (а также через прямые AA_1 и D_1C_1).
- Такие отрезки и прямые называются **СКРЕЩИВАЮЩИМИСЯ**.
- Какую бы плоскость мы ни провели через AA_1 , обязательно прямая D_1C_1 либо пересечет ее в какой-либо одной точке, либо не пересечет никогда.

3. Найдите еще несколько пар скрещивающихся ребер куба AC_1 .

- **За 5 мин привести как можно больше примеров:**
- **1) параллельных прямых**
- **2) перпендикулярных прямых, встречающихся в окружающем нас мире.**



- **Участники поочередно называют примеры таких прямых.**
- **Игра заканчивается, как только в течение минуты никто не может придумать новый пример.**
- **Побеждает тот, чей пример был последним.**

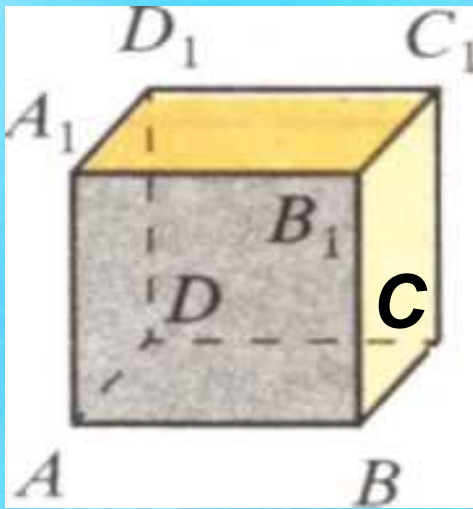



Рис. 9

- Найдите на рисунке 9 какие-либо отрезки с концами в вершинах куба (не являющиеся его ребрами), такие, чтобы они были:
 - а) параллельными;
 - б) перпендикулярными;
 - в) скрещивающимися.



Домашнее задание

- **Выполнить все построения, которые выполняли на уроке, выделяя цветом главные этапы и линии, на альбомном листе А-4.**



**Желаю
удачных построений
параллельных и
перпендикулярных прямых!**

**Спасибо
за
внимание!**

Ресурсы:

- И.Ф.Шарыгин, Л.Н.Еранжиева.
Наглядная геометрия, 5-6 классы.
- Т.А.Алдамуратова, Т.С.Байшоланов.
Математика. Учебник для 6 класса ОШ.
- http://www.egetrener.ru/view_zadachi.php?zadacha=C2&page=2
- Личный архив



Волошина Н.Н.
ГУ ШГ № 5
г.Алматы