Параллельность
и
перпендикулярность

- Параллельные и перпендикулярные прямые играют очень большую роль в жизни человека: особенности их взаимного расположения используют в строительстве, технике, искусстве.
- Теория параллельных занимает одно из центральных мест в науке «геометрия».
- Именно свойства параллельных прямых определяют основные свойства изучаемого нами пространства.

- Рассматривая основные геометрические фигуры, среди всех углов мы выделили прямой угол, равный 90 градусов.
- Изобразим прямой угол и продолжим его стороны за вершину.

Две прямые, пересекающиеся под прямым углом (90°), называются ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫМИ.

Мы получили две прямые, пересекающиеся под прямым углом.

Перпендикулярные прямые обладают интересными свойствами.

- 1. Через точку вне данной прямой можно провести только одну прямую, перпендикулярную этой прямой и пересекающую ее.

- 2. Если точку взять на самой прямой, то через эту точку проходит бесконечное число прямых, перпендикулярных данной прямой.

- Если начертить прямую в тетради, то одна из прямых, перпендикулярных ей, будет лежать в плоскости тетради, а все остальные прокалывать тетрадь в данной точке.

- Они будут находиться в пространстве (вне плоскости листа); это похоже на дорожный столб, стоящий на перекрестке дорог: столб перпендикулярен каждой дороге (рис. 2).

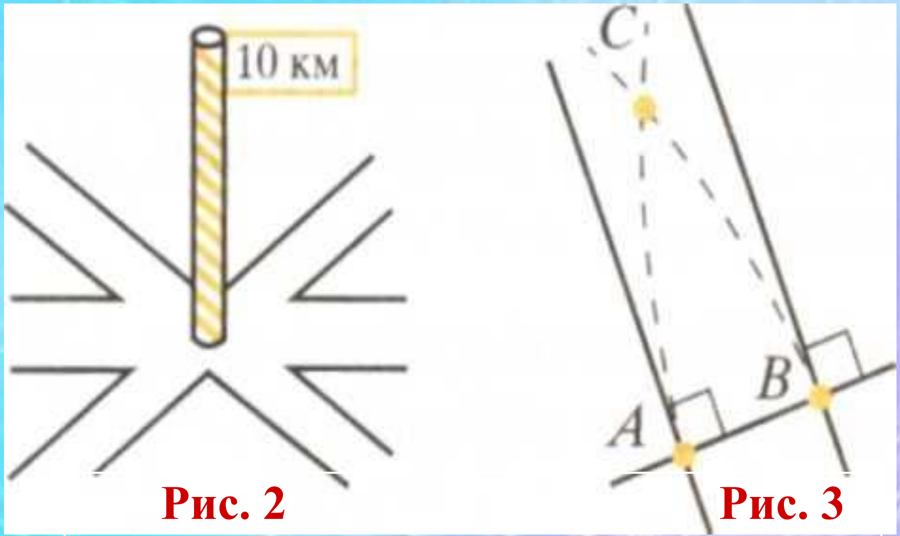


Рис. 2 Рис. 3

3. Две прямые на плоскости, перпендикулярные третьей прямой, не могут пересечься одна с другой (рис. 3).
Если бы они пересеклись, например, в точке С, то мы получили бы треугольник АВС, у которого два прямых угла, что невозможно.
На плоскости такого не может быть.

- А вот на сфере перпендикуляры ведут себя иначе.
- Вспомните экватор и меридианы.
- Они перпендикулярны друг к другу, но все меридианы пересекаются в одной точке — на ПОЛЮСЕ.
- Однако вернемся к плоскости.
- Итак, свойство 3 говорит о том, что на плоскости существуют непересекающиеся прямые.

Две прямые на плоскости называются ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ, если они не пересекаются.

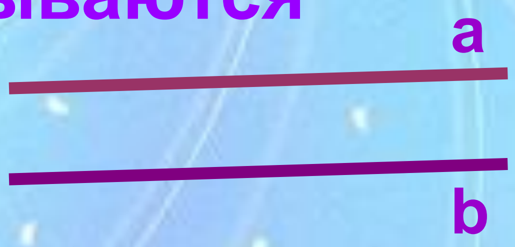
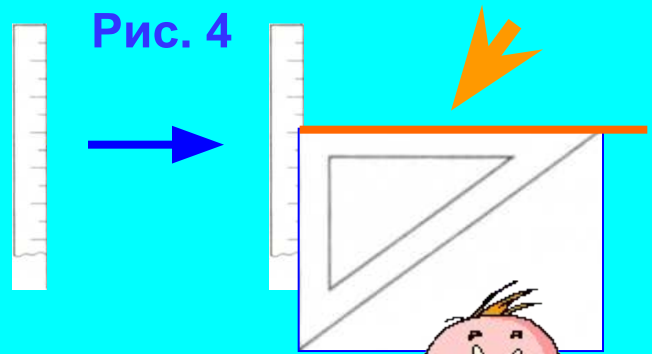
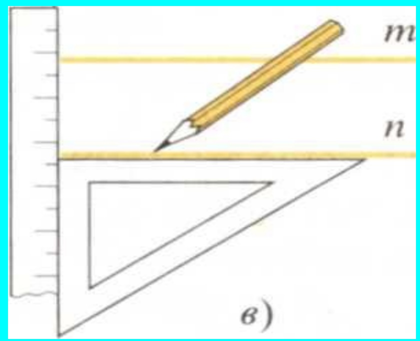


Рис. 4



а б



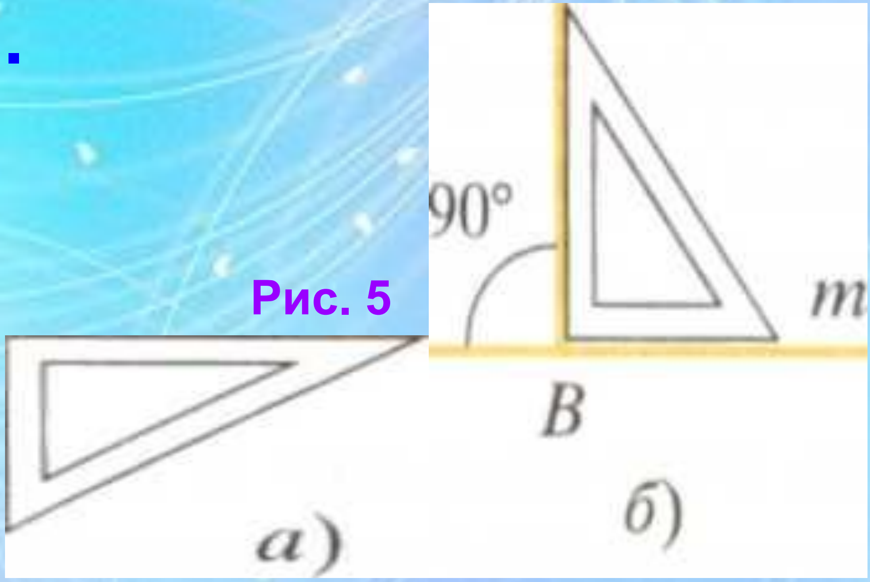
Используя линейку и чертежный угольник, можно без труда вычерчивать параллельные прямые

- **Передвигая, как показано на рисунке, треугольник вдоль неподвижной линейки, получаем множество параллельных между собой прямых.**
- **На рисунке 4-в прямые m и n параллельны.**
- **Этот факт записывается так: m || n**
- **Читаем: прямая m параллельна прямой n**
- **Выбор именно такого знака достаточно понятен, не так ли?**

- У обычного чертежного угольника
  один угол прямой.
- В этом случае с его помощью можно проводить прямые, перпендикулярные данной прямой (рис. 5).
- Или, как говорят, опускать на данную прямую перпендикуляры или восставлять к ней перпендикуляры.
- То, что прямые **m** и **n** перпендикулярны, записывается так: **m** $\perp$ **n**.

С помощью циркуля и линейки также можно строить параллельные и перпендикулярные прямые. Предлагаемые ниже способы построения интересны и тем, что число проводимых при построении линий будет наименьшим из возможных.

Рис. 5



Проведение параллельных прямых

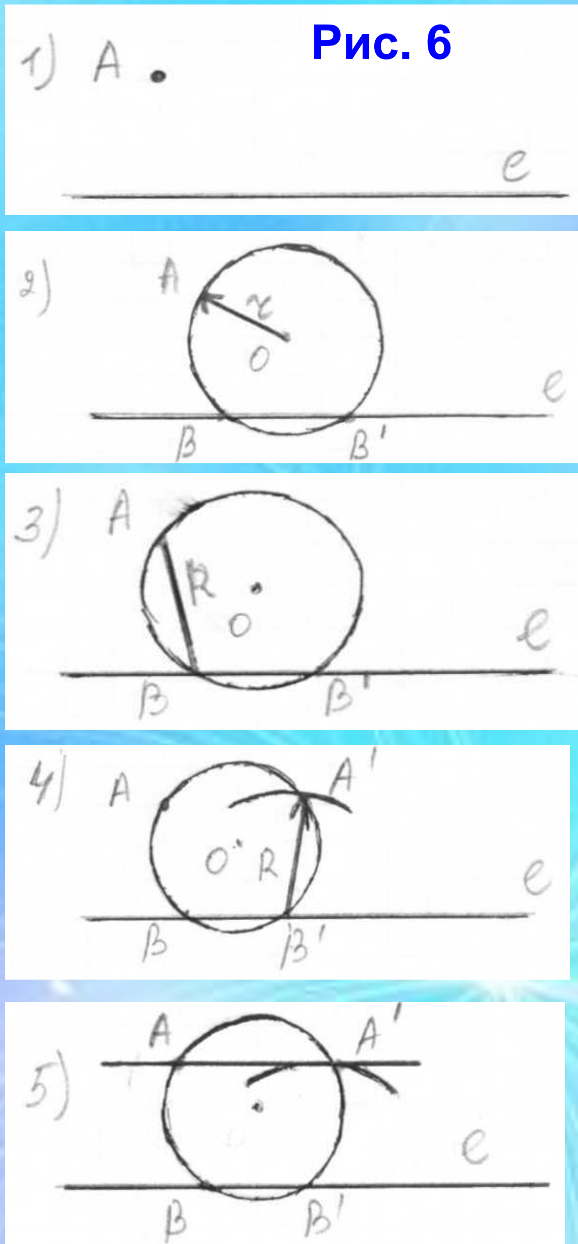


Рис. 6

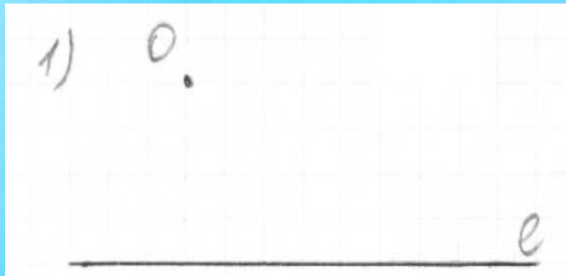
1. $A \notin \ell$
2. $O(r = OA) \cap \ell = \{B, B'\}$
3. $AB = R$
4. $B'(R) \cap O(r) = A'$
5. $AA' \Rightarrow AA' \parallel \ell$

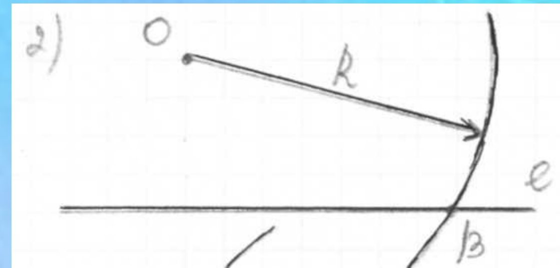
Пусть проведена прямая ℓ и дана точка А вне этой прямой (рис. 6).

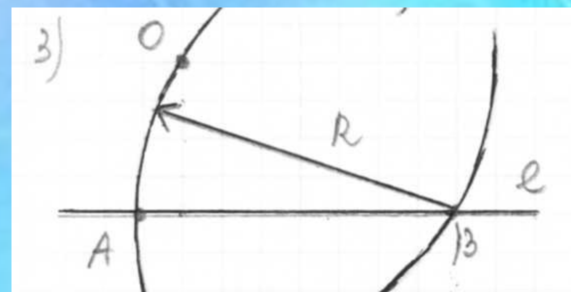
1. Проведем через точку А любую окружность, пересекающую прямую ℓ (рис. 6).
2. Возьмем одну из точек пересечения окружности с прямой — точку В, измерим циркулем отрезок АВ и проведем окружность радиусом, равным АВ, с центром в точке $В^1$. Появится точка $А^1$.

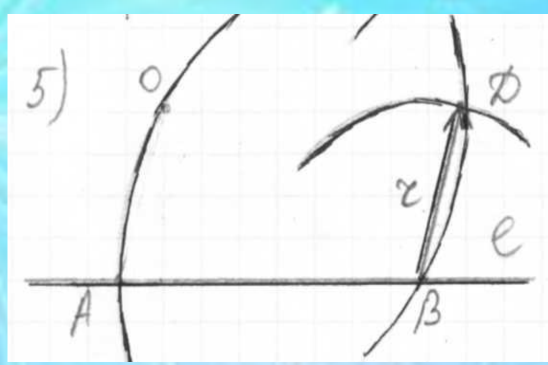
Прямая, проходящая через точки А и $А^1$, параллельна прямой ℓ.

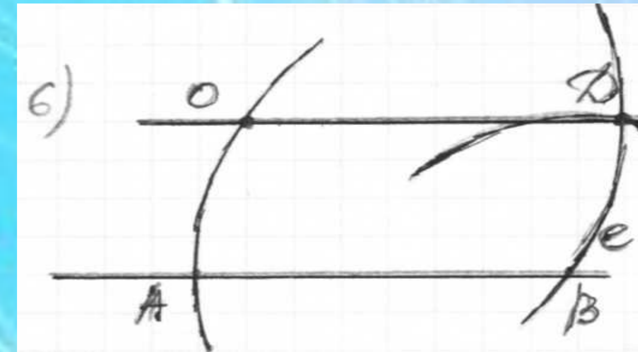
II способ











1. $O \notin l$
2. $O(R) \cap l = B$
3. $B(R) \cap l = A$
4. $AO = r$
5. $B(r) \cap O(R) = D$
6. OD

$\Rightarrow OD \parallel l$

Проведение перпендикуляра к прямой

Пусть проведена прямая ℓ и дана точка А вне этой прямой.

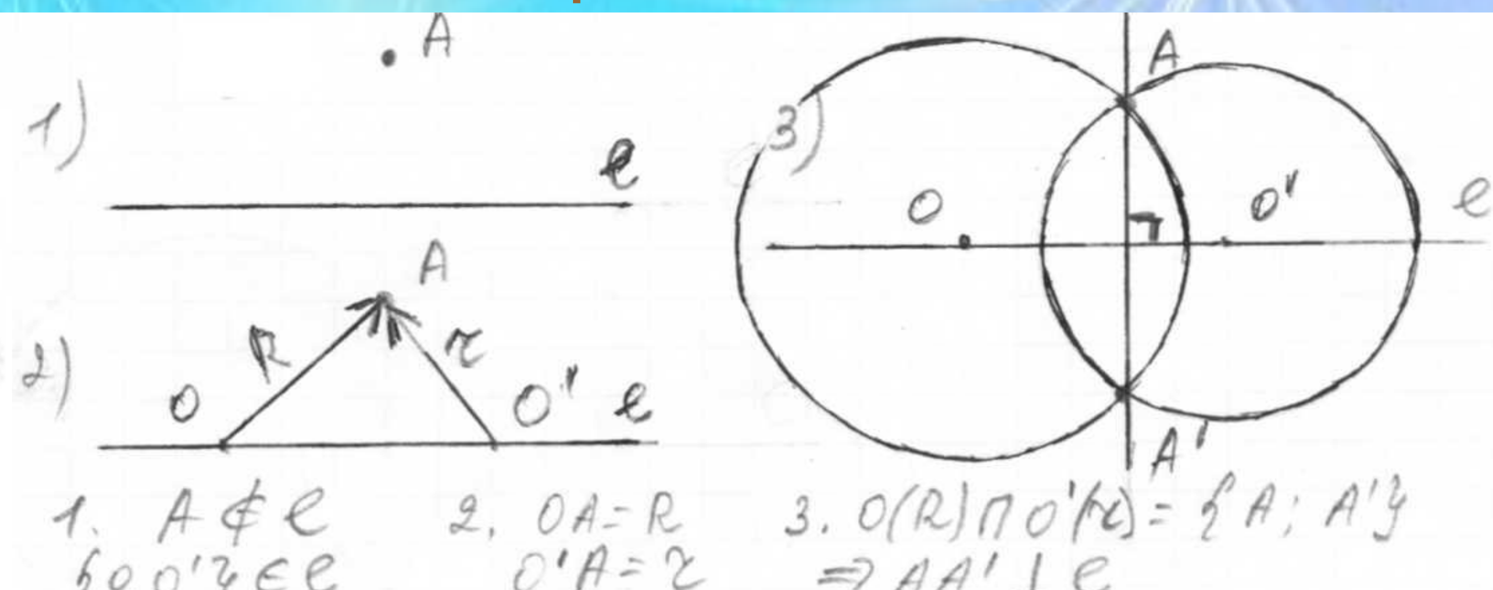
Для построения перпендикуляра достаточно с помощью циркуля провести через А две произвольные окружности с центрами на прямой ℓ (рис.7).

Рис.7

Вторая точка пересечения этих окружностей (точка $А^1$) и даст нам вторую точку на перпендикуляре.

Подумайте, как провести перпендикуляр (с помощью циркуля и линейки), если точка А лежит на прямой ℓ…

Поэтапное построение



- Следует запомнить еще одно важное свойство перпендикуляра.
- Если A — точка на прямой ℓ,

  а B — точка пересечения перпендикулярных прямых ℓ и m (рис. 8), то,

  отрезок AB есть кратчайшее расстояние

  от точки A до прямой m

Итак,
если мы хотим из точки A
по кратчайшему пути попасть
на прямую m, то двигаться
надо по перпендикуляру
к прямой m

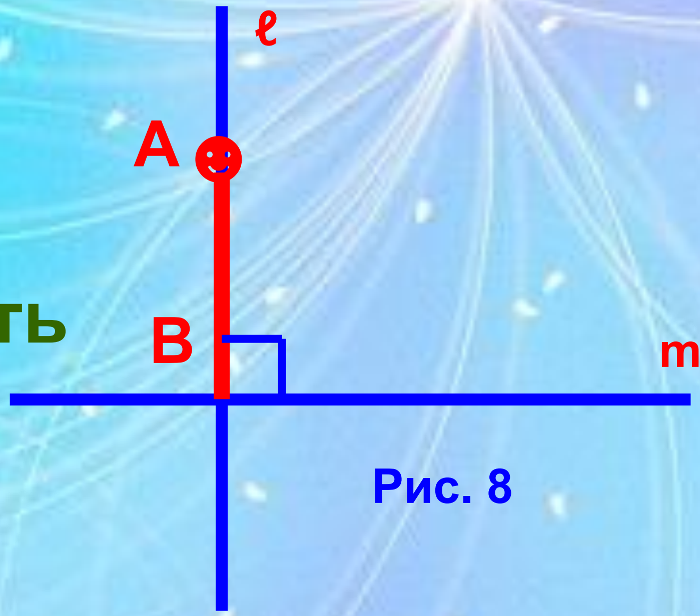


Рис. 8

Мы все время говорили: «параллельные прямые», «перпендикулярные прямые».

Понятно, что на практике мы имеем дело не с прямыми, а лишь с их частями — отрезками, лежащими на этих прямых.

Отрезки, лежащие на параллельных прямых, также называются ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ, а
на перпендикулярных - ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫМИ.

- Среди ребер куба можно указать пары параллельных и перпендикулярных ребер.
- На рисунке 9 изображен куб.

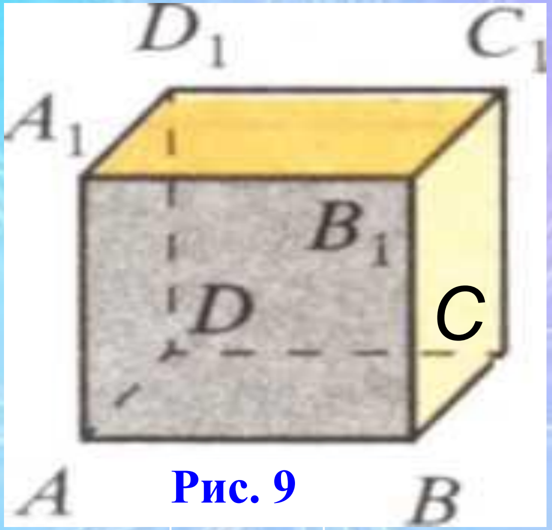


Рис. 9

Три четверки его ребер параллельны между собой.

Вот одна из них: AB || DC || AXBX || DXCX.

1. Назовите еще две четверки параллельных между собой ребер куба.

Ребро AA_1 перпендикулярно ребрам AB, A_1B_1, AD и A_1D_1. Угол между ребром AA_1 и каждым из этих ребер равен 90°.
2. Назовите ребра, перпендикулярные:
а) ребру CC_1; б) ребру DC.

- Ребра AA_1 и BB_1 куба лежат в одной плоскости — в плоскости передней грани;
- в этой же плоскости лежат и плоскости передней грани;
- в этой же плоскости лежат и ребра A_1B_1 и AB.

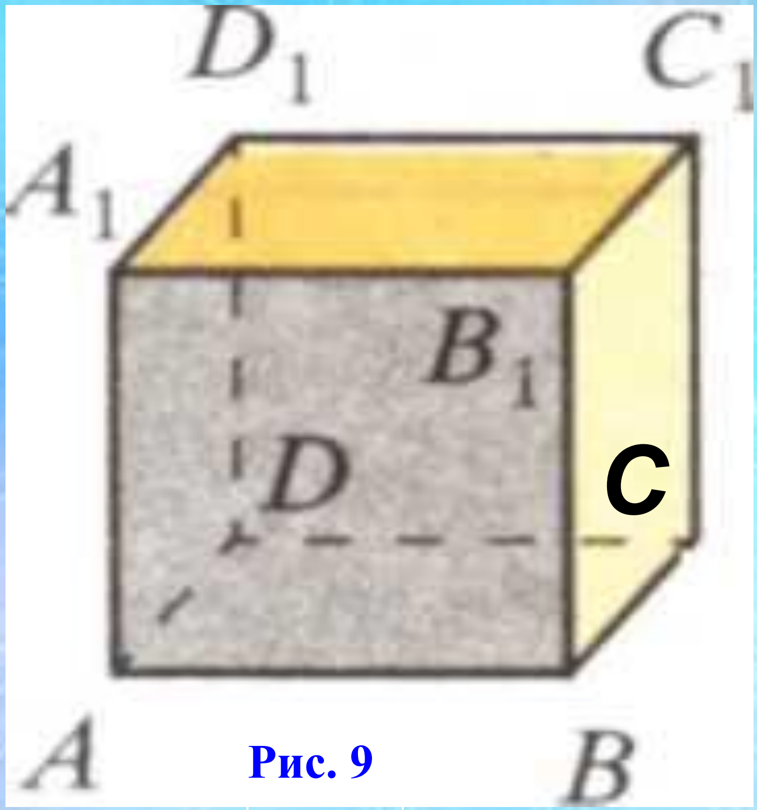
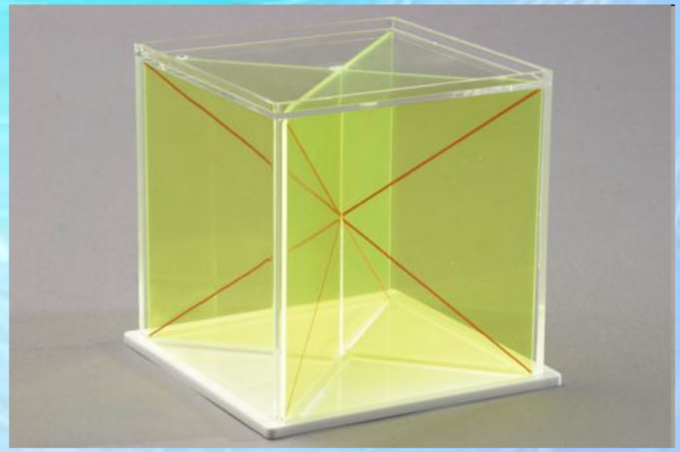


Рис. 9

Через ребра AA_1 и CC_1 также можно провести плоскость — AA_1C_1C (диагональное сечение куба).



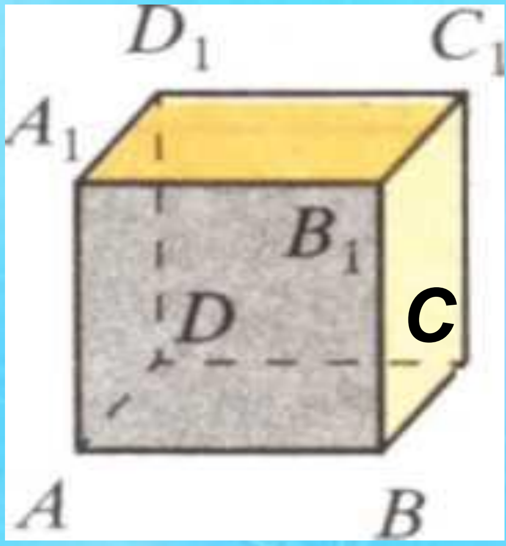


Рис. 9

- А вот пара ребер AA_1 и D_1C_1 особенная.

- Не существует плоскости, которая бы проходила через оба эти отрезка
  (а также через прямые AA_1 и D_1C_1).

- Такие отрезки и прямые называются **СКРЕЩИВАЮЩИМИСЯ.**

Обозначение:

a ☻ b

Читают:
прямые
a и b - скрещивающиеся

- Какую бы плоскость мы ни провели через AA_1, обязательно прямая D_1C_1 либо пересечет ее в какой-либо одной точке,
  либо не пересечет никогда.

3. Найдите еще несколько пар скрещивающихся ребер куба AC_1.

- За 5 мин привести как можно больше примеров:
- 1) параллельных прямых
- 2) перпендикулярных прямых, встречающихся в окружающем нас мире.

- Участники поочередно называют примеры таких прямых.
- Игра заканчивается, как только в течение минуты никто не может придумать новый пример.
- Побеждает тот, чей пример был последним.

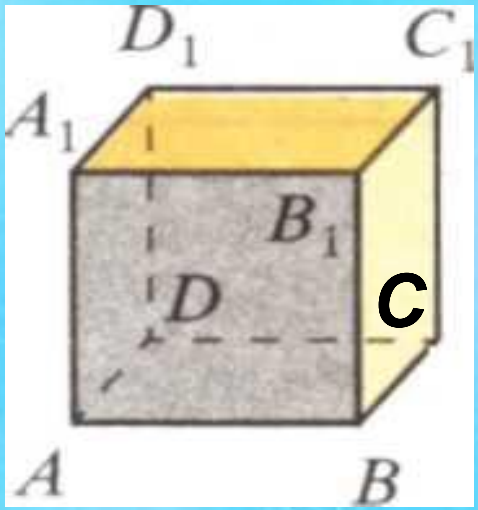


Рис. 9

- Найдите на рисунке 9 какие-либо отрезки с концами в вершинах куба (не являющиеся его ребрами), такие, чтобы они были:
- а) параллельными;
- б) перпендикулярными;
- в) скрещивающимися.

Домашнее задание

- Выполнить все построения, которые выполняли на уроке, выделяя цветом главные этапы и линии, на альбомном листе А-4.


Желаю
удачных построений
параллельных и
перпендикулярных прямых!
Спасибо
за
внимание!

Ресурсы:

- И.Ф.Шарыгин, Л.Н.Еранжиева. Наглядная геометрия, 5-6 классы.
- Т.А.Алдамуратова, Т.С.Байшоланов. Математика. Учебник для 6 класса ОШ.
- http://www.egetrener.ru/view_zadachi.php?zadacha=C2&page=2
- Личный архив

Волошина Н.Н.
ГУ ШГ № 5
г.Алматы