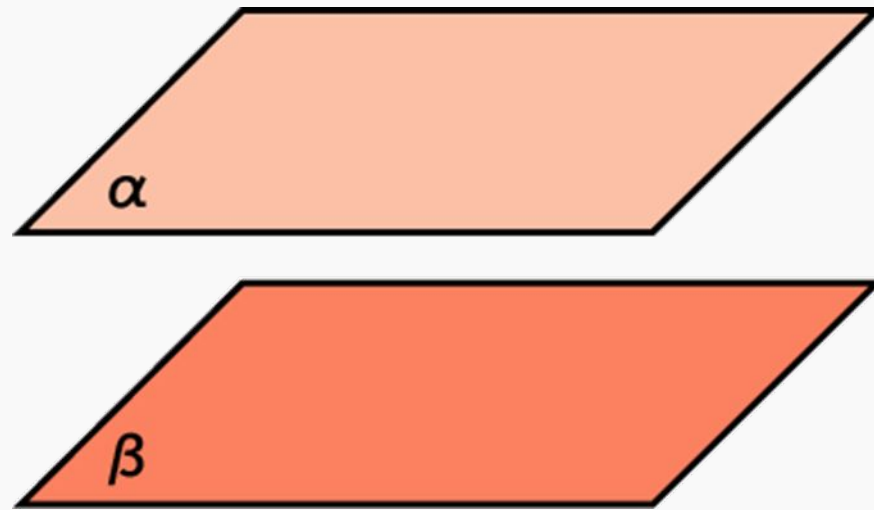


*Параллельность плоскостей в
пространстве.*

Параллельное проецирование.

Площадь ортогональной проекции

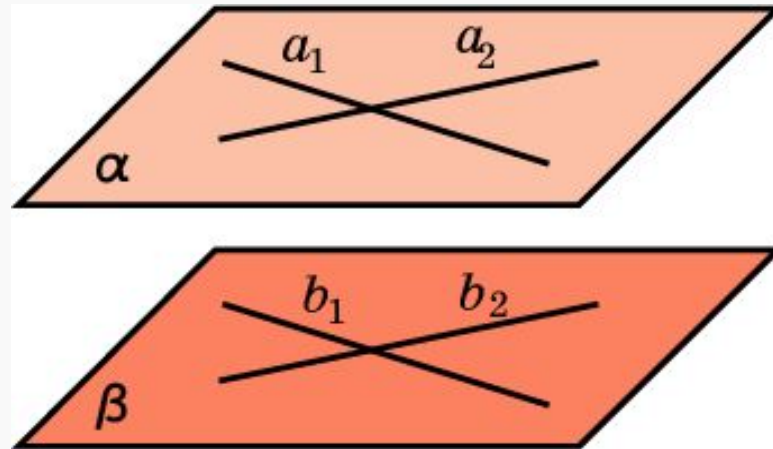
Параллельные плоскости в пространстве



$\alpha \parallel \beta$

Определение. Две плоскости в пространстве называются параллельными, если они не пересекаются, то есть не имеют общих точек

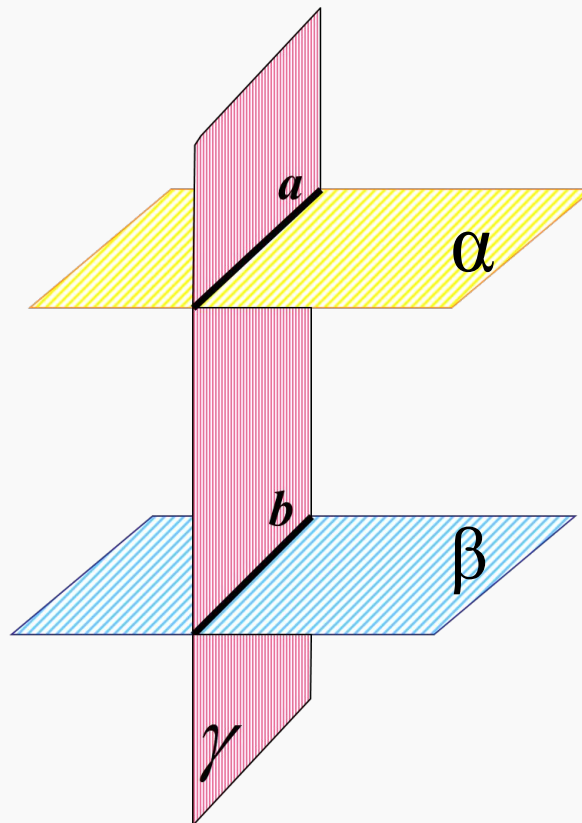
Признак параллельности плоскостей



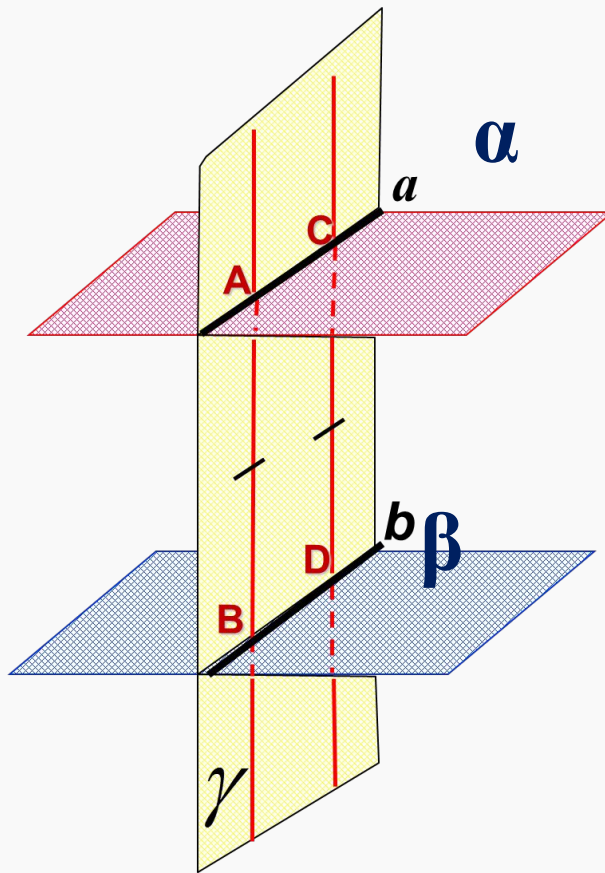
Теорема. Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.

Свойства параллельных плоскостей

1. Если две параллельные плоскости пересекаются третьей плоскостью, то линии их пересечения параллельны.



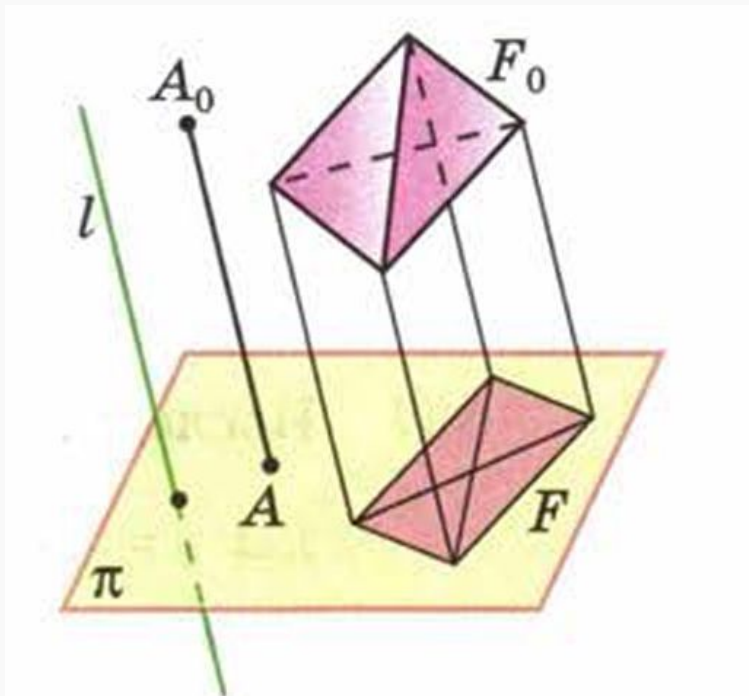
**2. Отрезки параллельных прямых,
заключенные между параллельными
плоскостями, равны.**



$$AB = CD$$

**Обычно для изображения
пространственных фигур на
плоскости используется
параллельное проектирование
пространственной фигуры на
плоскость.**

Пусть π - некоторая плоскость, l - пересекающая ее прямая. Через произвольную точку A_0 , не принадлежащую прямой l , проведем прямую, параллельную прямой l . Точка пересечения этой прямой с плоскостью π называется **параллельной проекцией** точки A_0 на плоскость π в направлении прямой l . Обозначим ее A .



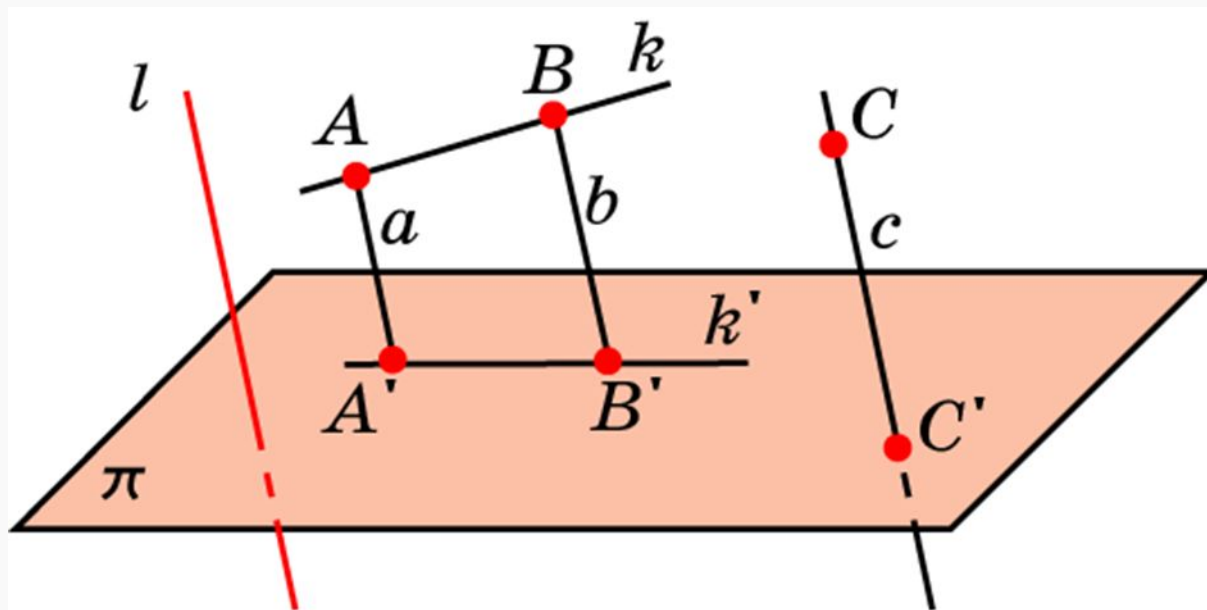
F_0 – пространственная или плоская фигура.

Параллельное проектирование всех ее точек образует фигуру F на плоскости π .

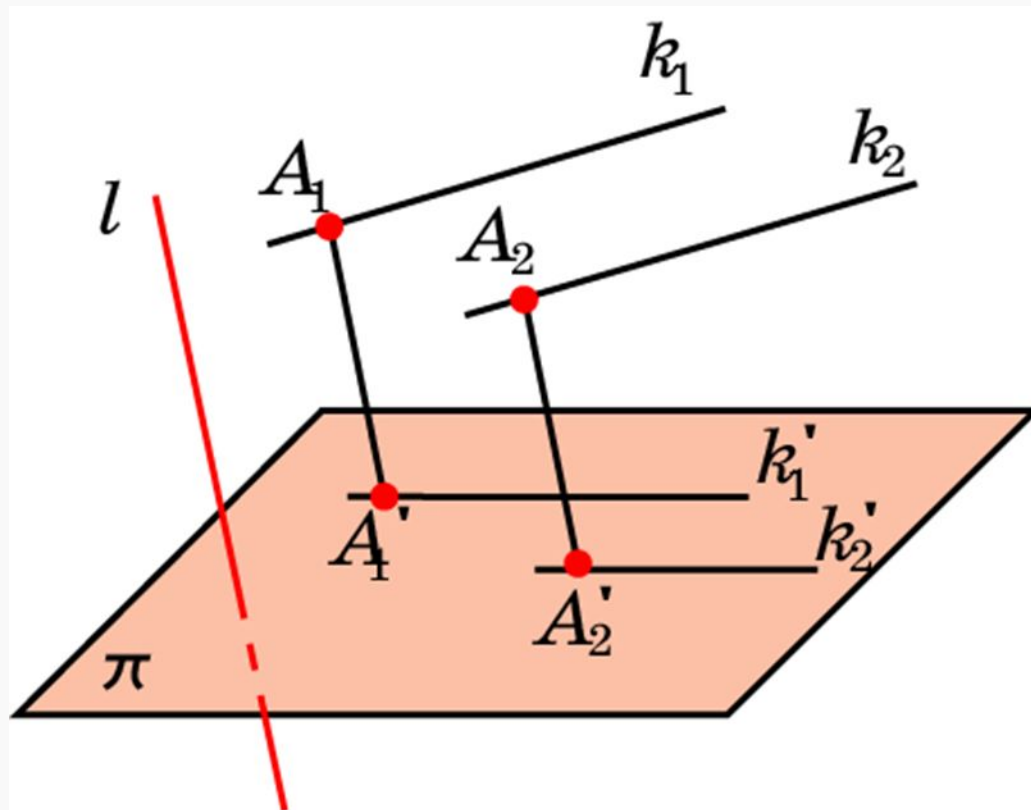
Фигура F называется **параллельной проекцией** фигуры F_0

Свойства параллельного проектирования

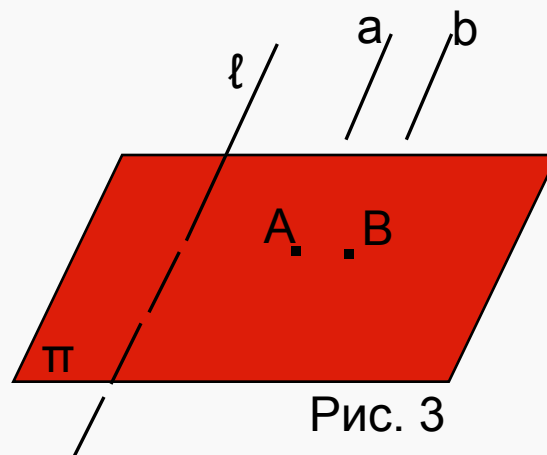
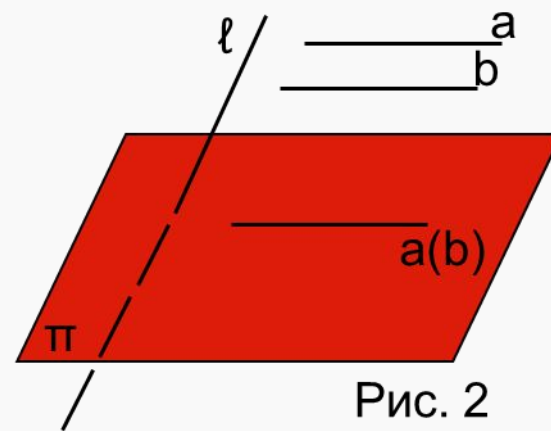
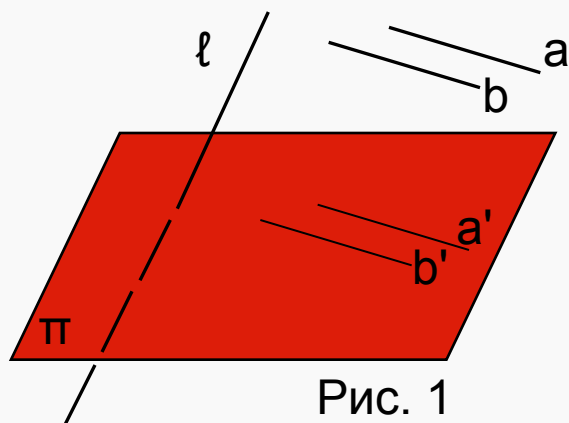
1. Если прямая параллельна или совпадает с прямой l , то ее проекцией в направлении этой прямой является точка.
2. Если прямая не параллельна и не совпадает с прямой l , то ее проекцией является прямая.



3. Если две параллельные прямые не параллельны прямой l , то их проекциями в направлении l являются две параллельные прямые или одна прямая.

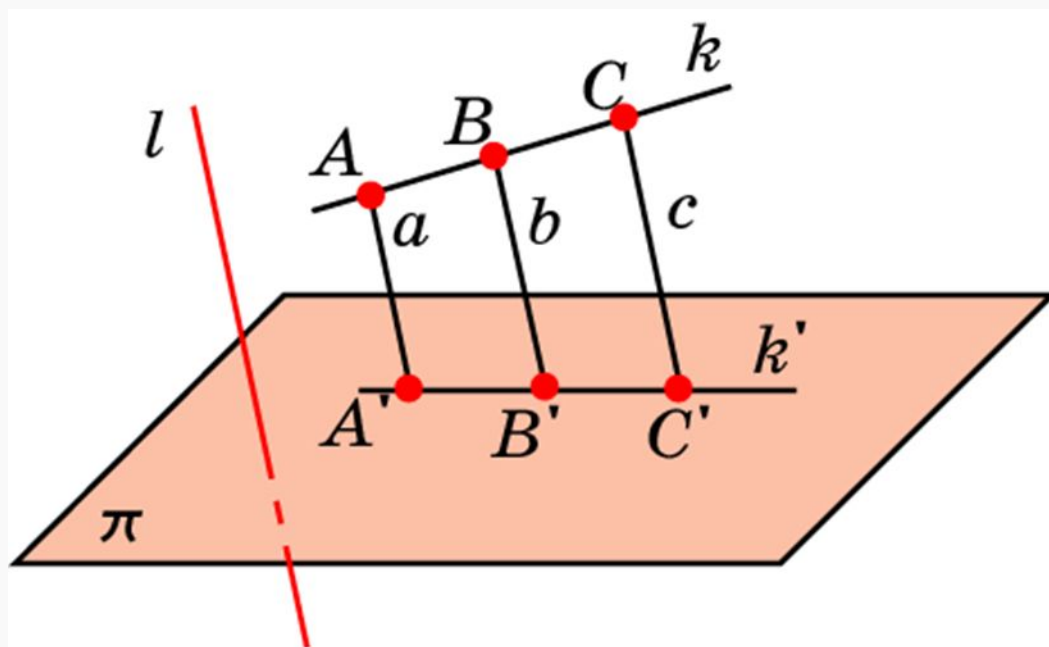


Если прямые *параллельны*, то они проектируются или в *две параллельные прямые* (рис.1), или в *одну прямую* (их плоскость параллельна направлению проектирования, но сами они не параллельны направлению проектирования) (рис. 2), или в *две точки* (прямые параллельны направлению проектирования) (рис.3)



4. Отношение отрезков одной прямой или параллельных
прямых сохраняется.

Середина отрезка АВ переходит в середину
соответствующего отрезка А'С'.

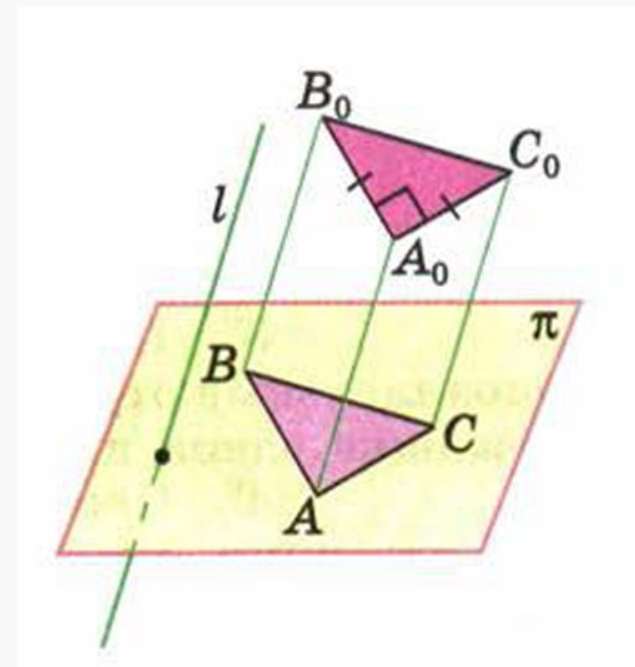
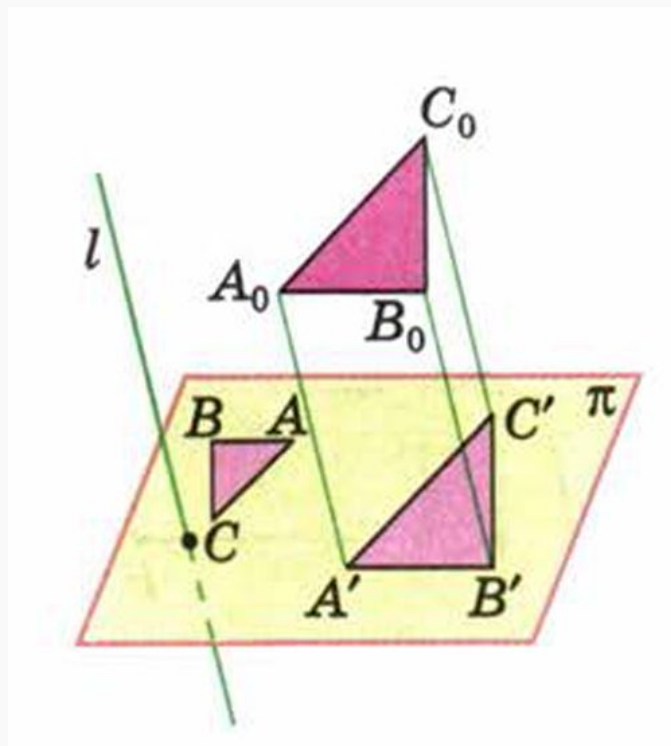


$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$

Изображение плоских фигур.

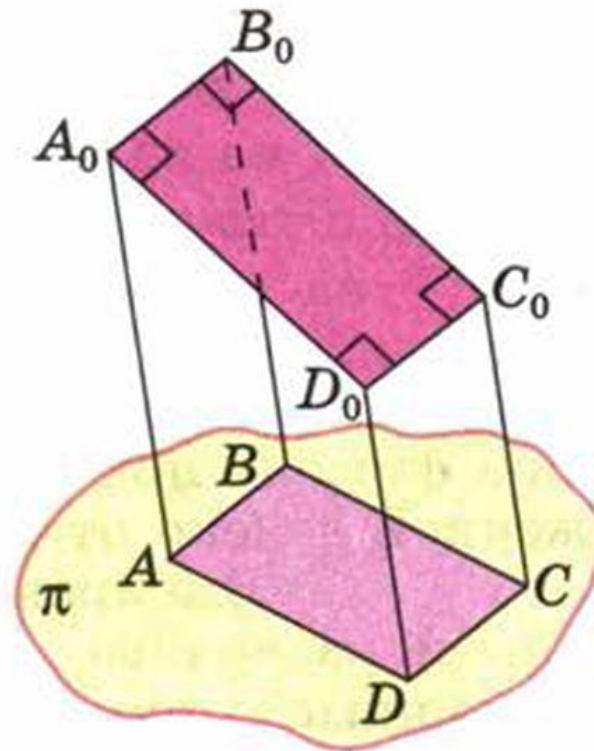
1. Треугольник:

Изображением треугольника (равнобедренного, равностороннего, прямоугольного, произвольного) на плоскости является *произвольный треугольник*.



2. Параллелограмма:

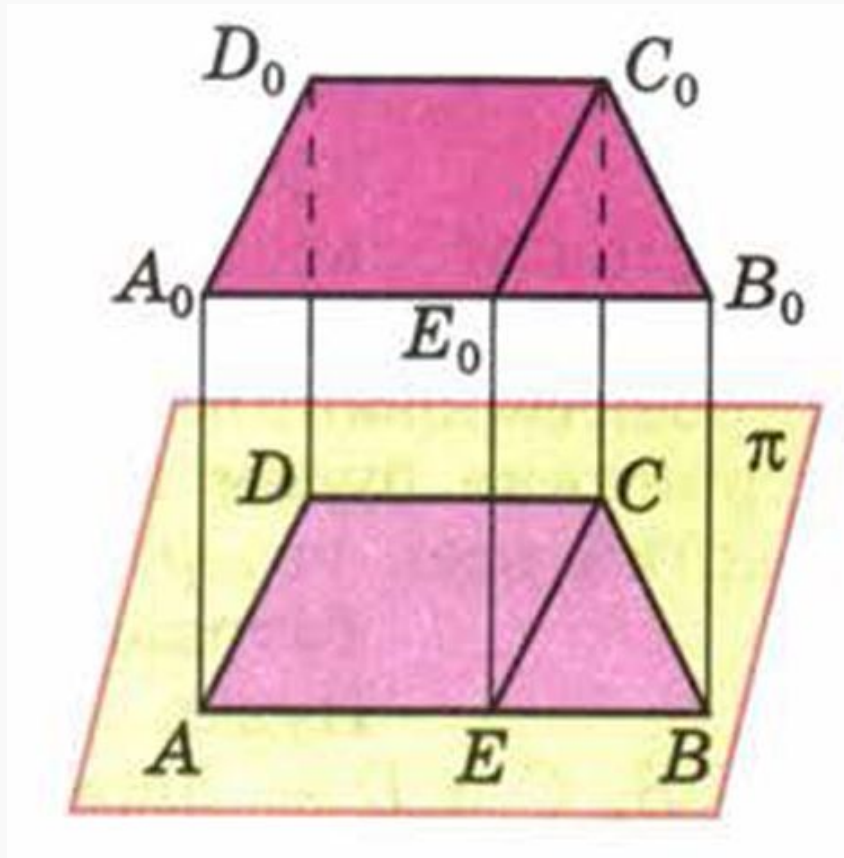
Изображением любого параллелограмма (параллелограмма, прямоугольника, квадрата и ромба) на плоскости является *произвольный параллелограмм*.



$A_0B_0C_0D_0$ — прямоугольник. $ABCD$ — параллелограмм

3. Трапеции:

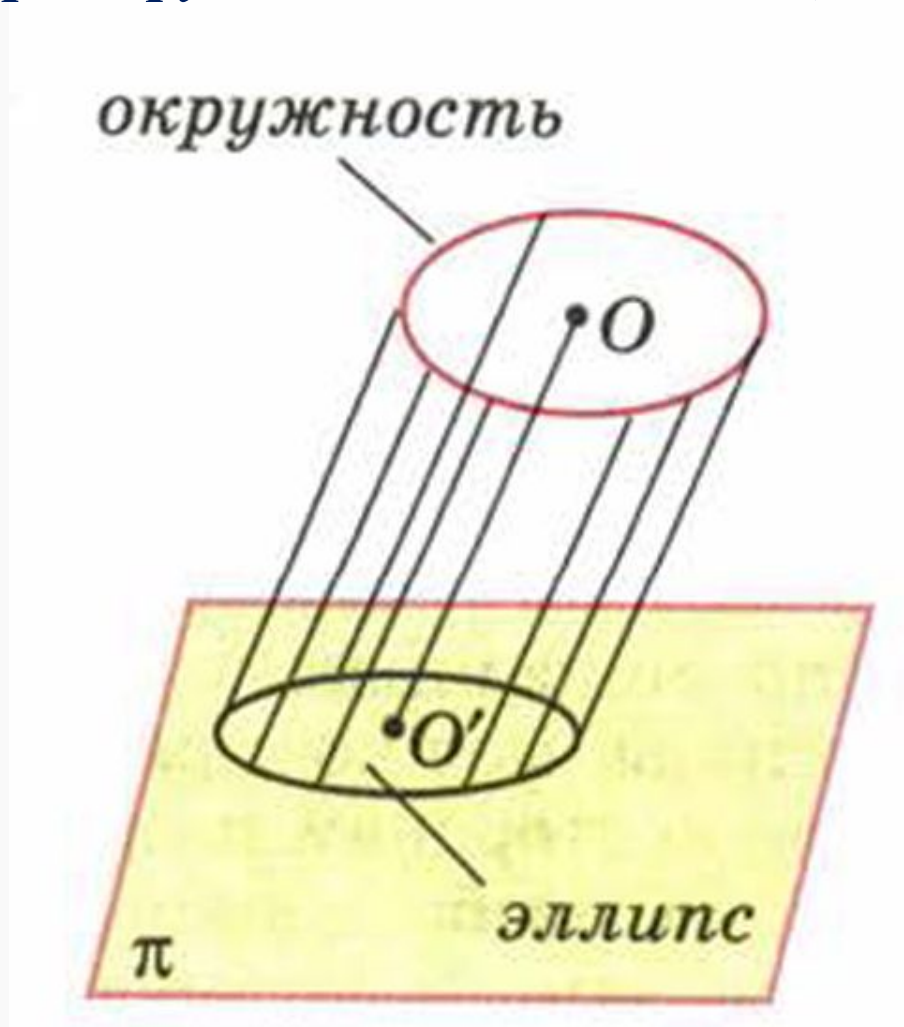
Изображением любой трапеции (равнобокой, прямоугольной, произвольной) на плоскости является *произвольная трапеция*, у которой отношение оснований *равно* отношению оснований данной трапеции



4. Окружность:

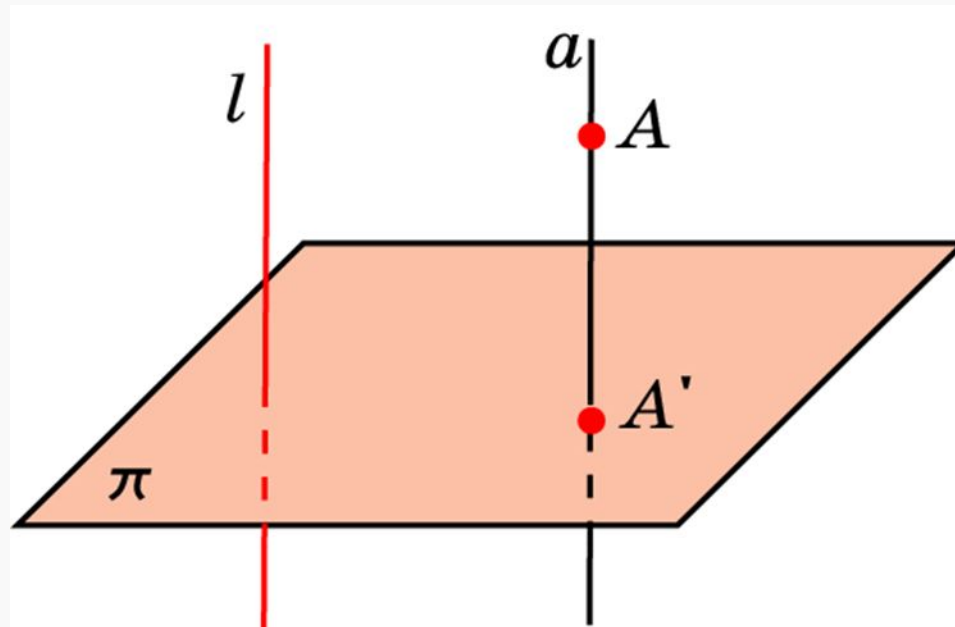
Проекцией *окружности* является *эллипс*.

Проекция *центра окружности* называется *центром эллипса*

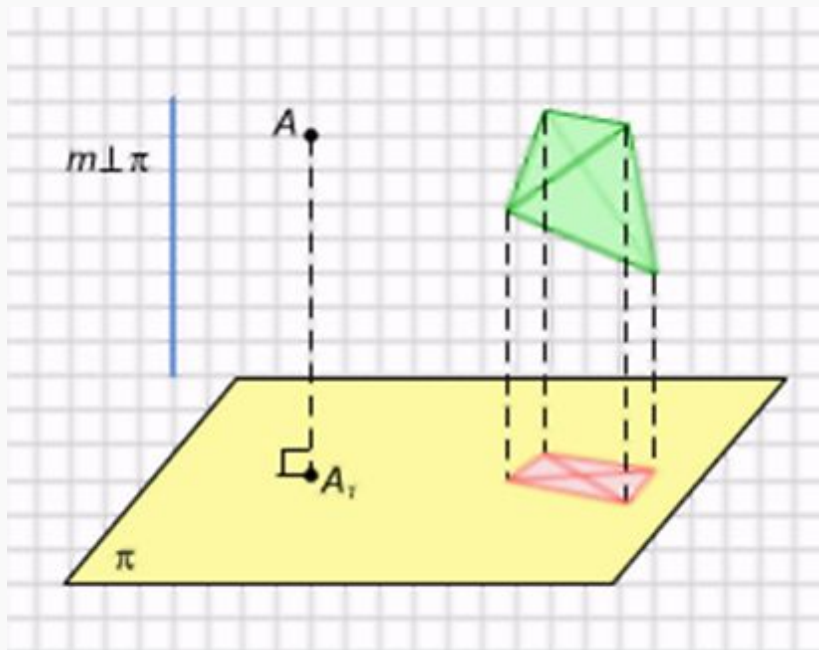


Ортогональное проектирование

Ортогональным проектированием называется параллельное проектирование в направлении прямой, перпендикулярной плоскости



Для ортогонального проектирования справедливы свойства параллельного проектирования.



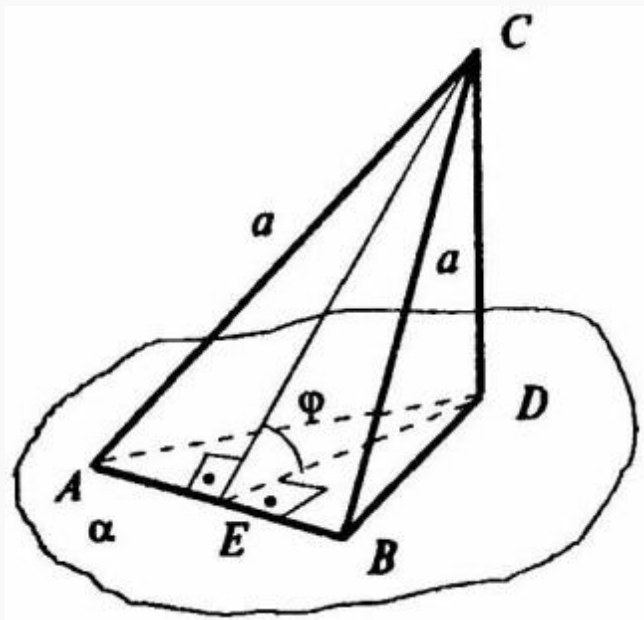
Ортогональная проекция точки и
фигуры

Ортогональной проекцией точки A
на данную плоскость называется
проекция точки на эту плоскость
параллельно прямой,
перпендикулярной этой плоскости..

Ортогональная проекция фигуры на данную
плоскость π состоит из ортогональных проекций на
плоскость π всех точек этой фигуры

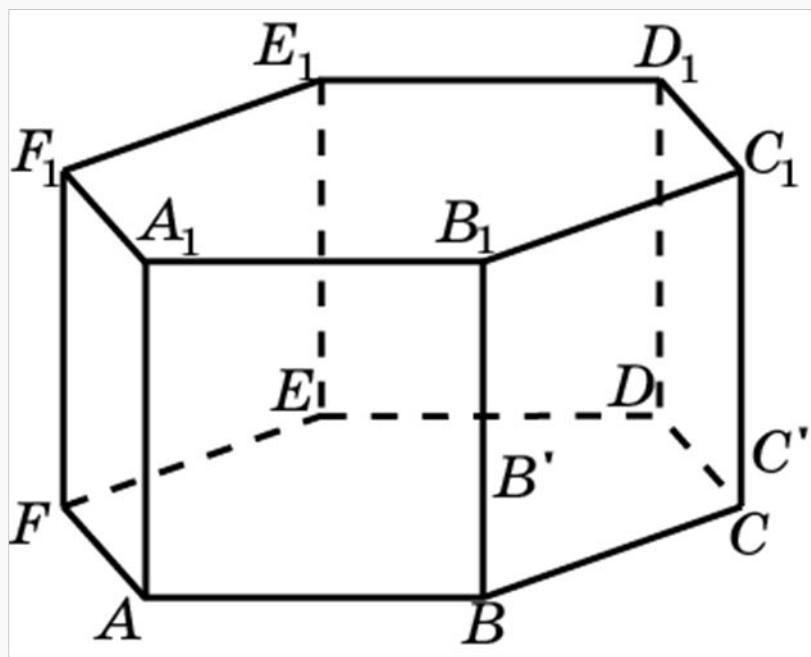
Площадь ортогональной проекции

Теорема. Площадь ортогональной проекции многоугольника на плоскость равна площади проектируемого многоугольника, умноженной на косинус угла, образованного плоскостью многоугольника и плоскостью проекции.



$$S_{ABD} = S_{ABC} * \cos\varphi$$

Являются ли параллельными плоскости:



- а) ABB_1 и CDD_1 ;
- б) ABB_1 и DEE_1 ;
- в) ABB_1 и $C EE_1$;
- г) ABB_1 и CFF_1 ;
- д) ABB_1 и CFE_1 ,

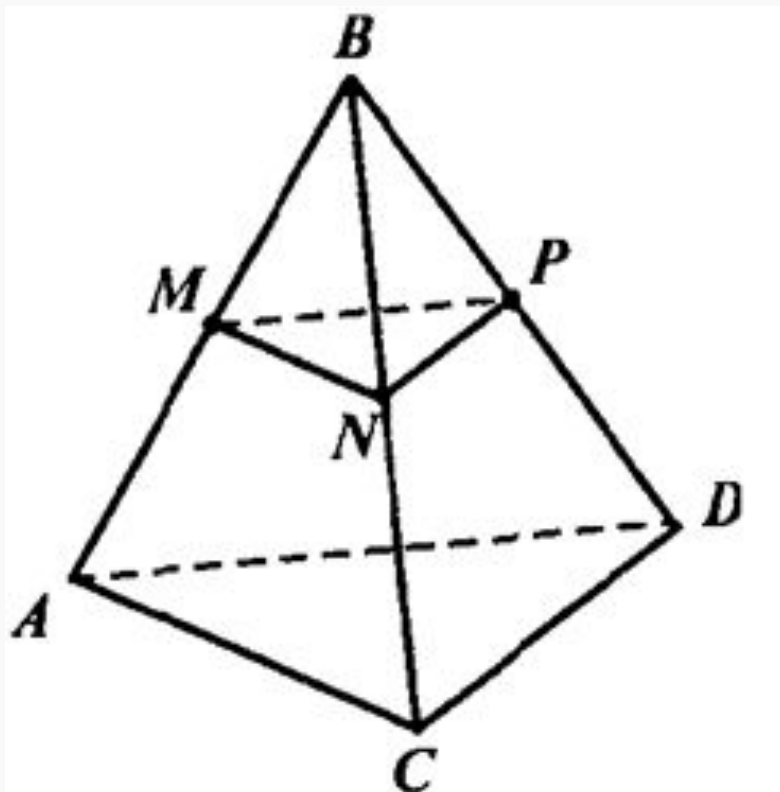
проходящие через вершины правильной шестиугольной призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$?

Даны параллельные плоскости α и β .
Через точки P и N плоскости α
проведены параллельные прямые,
пересекающие плоскость β в точках S
и K . Найдите PS , если $NK = 20$ см.

Точка B не лежит в плоскости треугольника ADC , точки M , N и P — середины отрезков BA , BC и BD соответственно.

а) Докажите, что плоскости MNP и ADC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника MNP , если площадь треугольника ADC равна 48 см^2 .



Параллельные плоскости α и β пересекают сторону AB угла BAC соответственно в точках A_1 и A_2 , а сторону AC этого угла — соответственно в точках B_1 , и B_2 .

Найдите:

AA_2 и AB_2 , если $A_1A_2 = 2A_1A = 12$ см,
 $AB_1 = 5$ см;

Дан равносторонний треугольник со стороной a .
Найдите площадь его ортогональной проекции на
плоскость, которая образует с плоскостью
треугольника угол, равный: 30°

