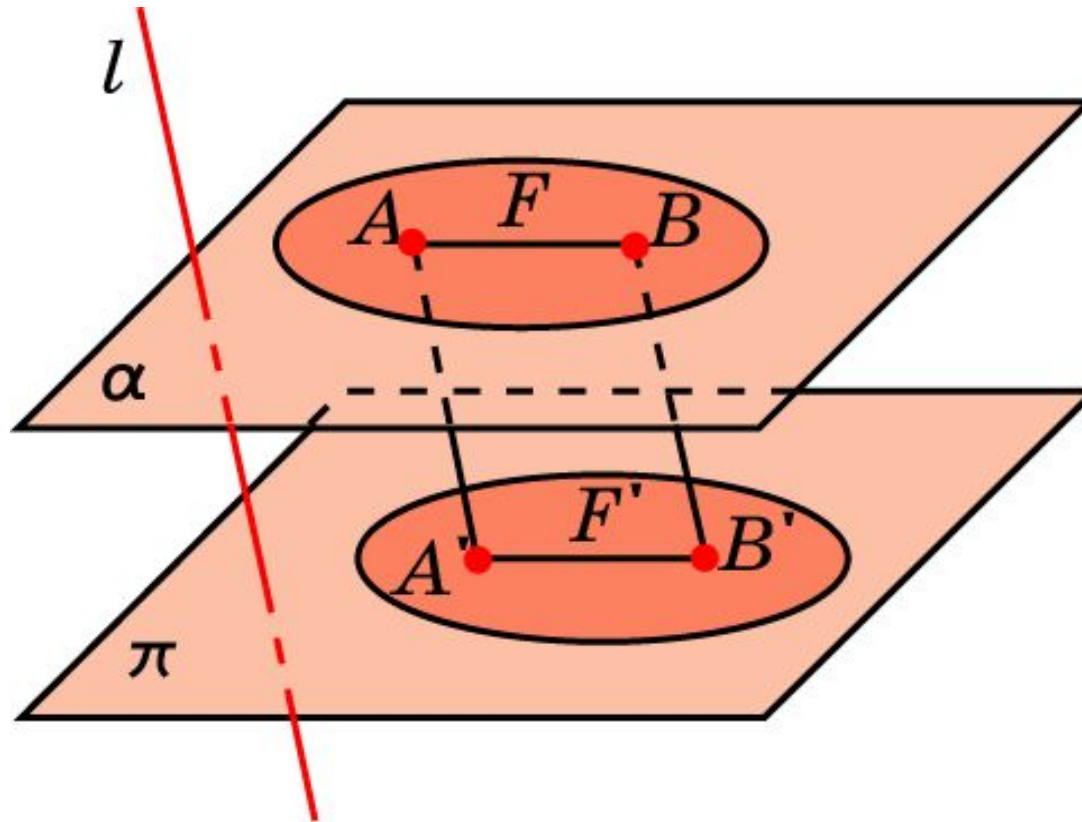


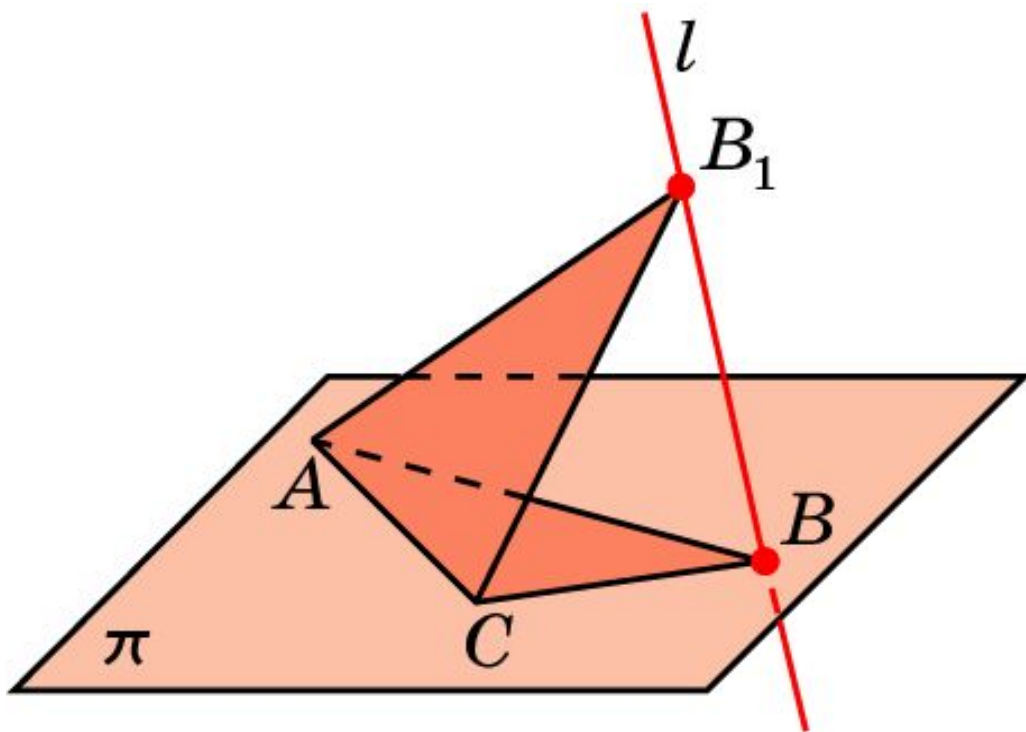
Теорема

Если плоская фигура F лежит в плоскости, параллельной плоскости проектирования π , то ее проекция F' на эту плоскость будет равна фигуре F .



Пример 1

Параллельной проекцией равностороннего треугольника может быть треугольник произвольной формы.

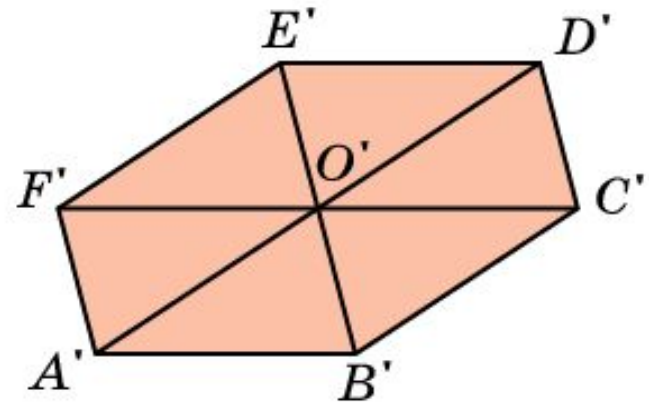
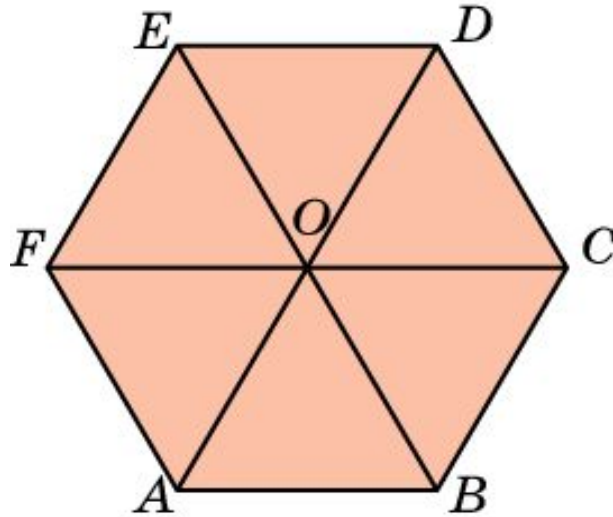


Действительно, пусть дан произвольный треугольник ABC в плоскости π . Построим на одной из его сторон, например, AC равносторонний треугольник AB_1C так, чтобы точка B_1 не принадлежала плоскости π . Обозначим через l прямую, проходящую через точки B_1 и B . Тогда ясно, что треугольник ABC является параллельной проекцией треугольника AB_1C на плоскость π в направлении прямой l .

Аналогично, параллельной проекцией прямоугольного треугольника может быть треугольник произвольной формы.

Пример 2

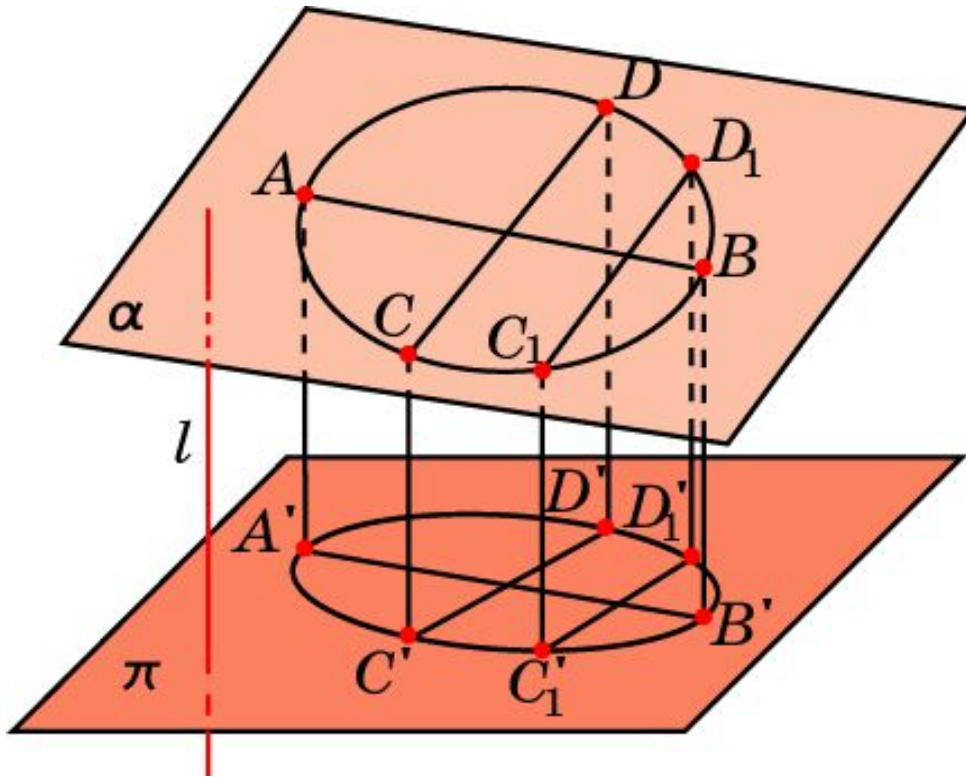
Параллельной проекцией правильного шестиугольника может быть произвольный шестиугольник, у которого противоположные стороны равны и параллельны.



Пусть $ABCDEF$ – правильный шестиугольник, O – его центр. Выберем какой-нибудь треугольник, например, AOB . Его параллельной проекцией может быть треугольник $A'O'B'$ произвольной формы. Далее отложим $O'D' = A'O'$ и $O'E' = B'O'$. Теперь из точек A' и D' проведем прямые, параллельные прямой $B'O'$; из точек B' и E' проведем прямые, параллельные прямой $A'O'$. Точки пересечения соответствующих прямых обозначим F' и C' . Шестиугольник $A'B'C'D'E'F'$ и будет искомой параллельной проекцией правильного шестиугольника $ABCDEF$.

Пример 3

Параллельной проекцией окружности является эллипс.



Пусть окружность проектируется на плоскость π . AB – диаметр, параллельный этой плоскости и $A'B'$ его проекция. Возьмем какой-нибудь другой диаметр CD и пусть $C'D'$ – его проекция. Обозначим отношение $C'D':CD$ через k .

Для произвольной хорды C_1D_1 , параллельной диаметру CD , ее проекция $C_1'D_1'$ будет параллельна $C'D'$, и отношение $C_1'D_1':C_1D_1$ будет равно k . Таким образом, проекция окружности получается сжатием или растяжением окружности в направлении какого-нибудь ее диаметра в одно и то же число раз. Такая фигура на плоскости называется эллипсом.

Упражнение 1

Какие фигуры могут служить параллельными проекциями треугольника?

Ответ: Треугольник или отрезок.

Упражнение 2

Может ли параллельной проекцией равностороннего треугольника быть: а) прямоугольный треугольник; б) равнобедренный треугольник; в) разносторонний треугольник?

Ответ: а), б), в) Да.

Упражнение 3

Какой фигурой может быть параллельная проекция прямоугольника?

Ответ: Параллелограммом или отрезком.

Упражнение 4

Может ли параллельной проекцией прямоугольника быть: а) квадрат; б) параллелограмм; в) ромб; г) трапеция?

Ответ: а), б), в) Да; г) нет.

Упражнение 5

Верно ли, что проекцией ромба, если он не проектируется в отрезок, будет ромб?

Ответ: Нет.

Упражнение 6

Параллельной проекцией каких фигур может быть квадрат?

Ответ: Параллелограммов.

Упражнение 7

В какую фигуру может проектироваться трапеция?

Ответ: Трапецию или отрезок.

Упражнение 8

Верно ли, что при параллельном проектировании треугольника: а) медианы проектируются в медианы; б) высоты проектируются в высоты; в) биссектрисы проектируются в биссектрисы?

Ответ: а) Да; б), в) нет.

Упражнение 9

Треугольник $A'B'C'$ является параллельной проекцией треугольника ABC . Расстояния между соответствующими вершинами этих треугольников равны a , b , c . Найдите расстояние между точками пересечения медиан треугольников.

Ответ: $\frac{a + b + c}{3}$.