



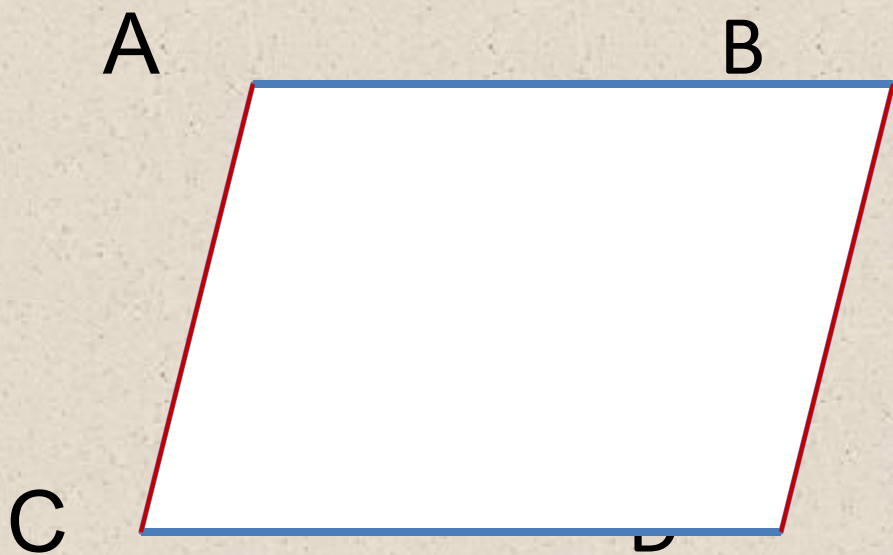
# *8 класс* *Геометрия*



## *Четырехугольники*

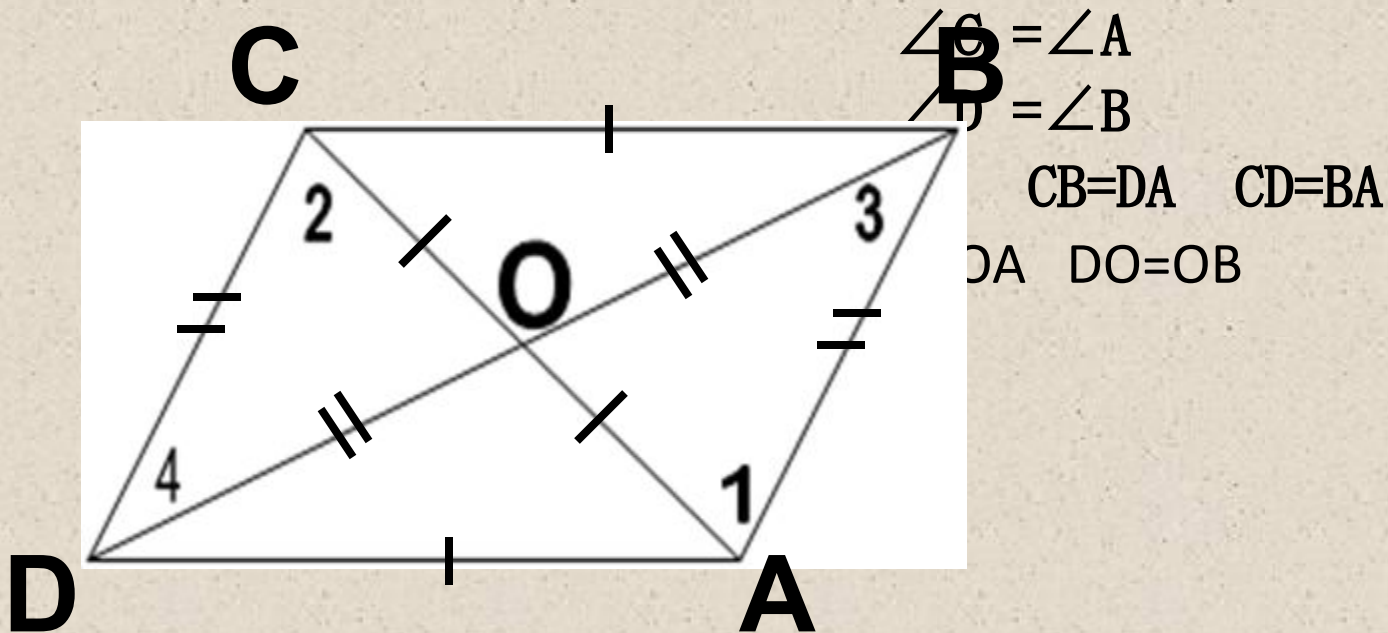
### *Параллелограмм. Решение задач*

Параллелограмм – четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны

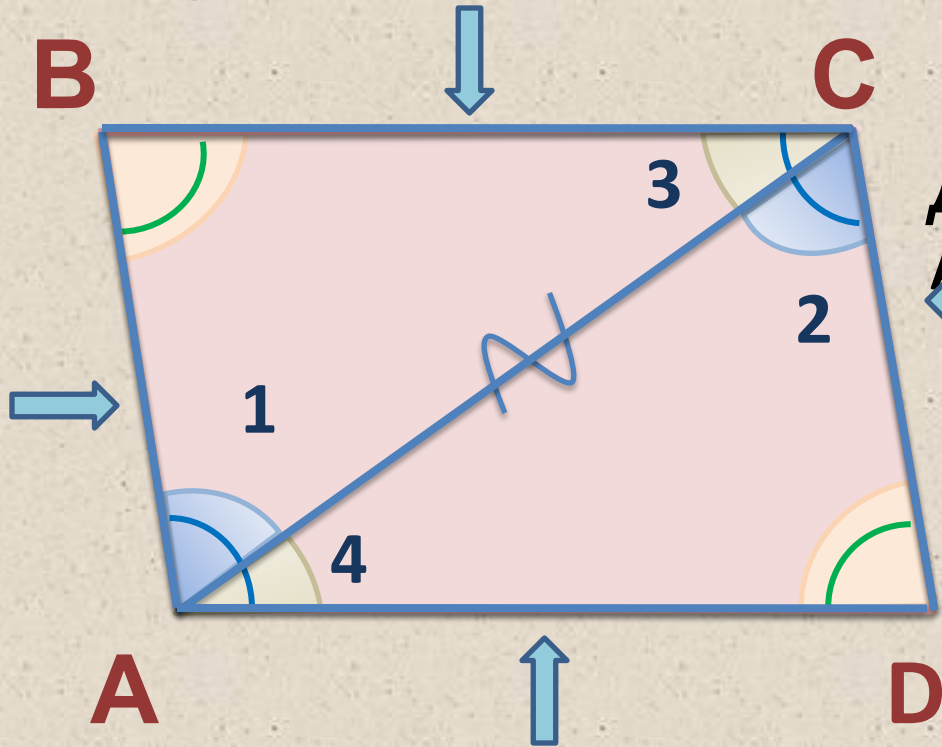


## 2 свойства параллелограмма:

- Противоположные углы и стороны равны
- Диагонали параллелограмма пересекаются и точкой пересечения делятся пополам



**Свойство 1.** В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны.



**Дано:** ABCD - параллелограмм  
**Доказать:** 1)  $AB = CD$ ,  $BC = AD$ ;

2)  $\angle A = \angle C$ ,  $\angle B = \angle D$

**Доказательство:**  
 рассмотрим  $\triangle ABC$  и  $\triangle ADC$ ,  
 AC - общая,

$\angle 1 = \angle 2$  и  $\angle 3 = \angle 4$  (как  
 накрест лежащие углы)

$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle ADC$  (по 2-му признаку равенства

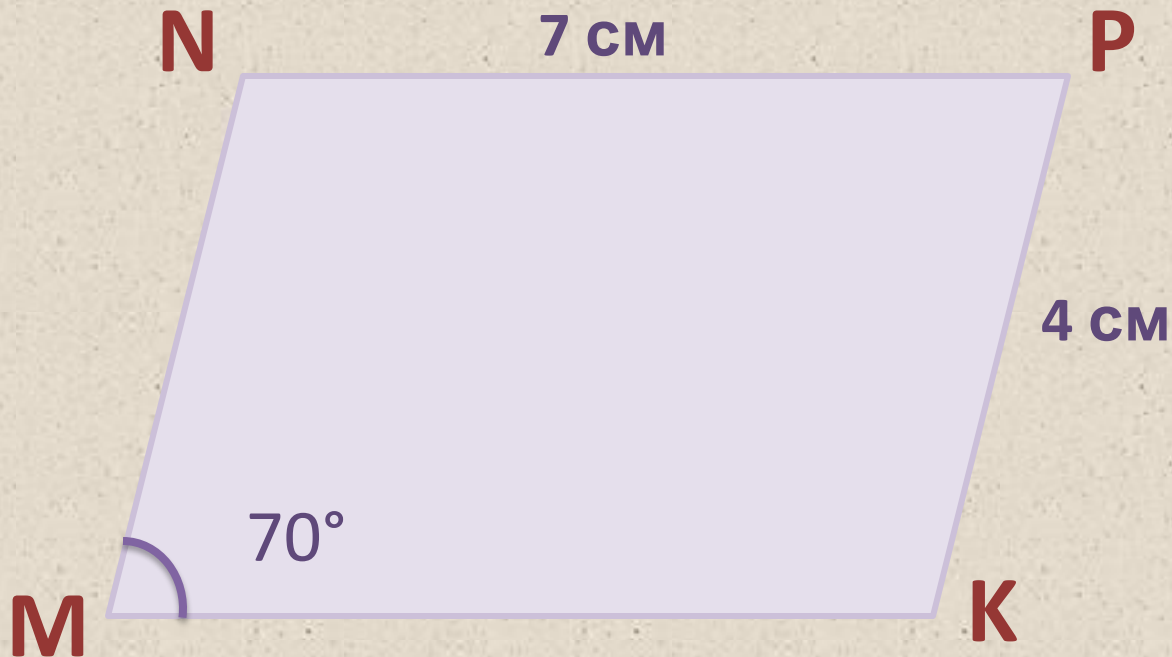
треугольников)  
 Следовательно:  $AB = CD$ ,  $BC =$

$AD$ ;  $\angle 1 + \angle 4 = \angle 2 + \angle 3$ , т.е.  $\angle A = \angle C$ ,  $\angle B = \angle D$ .

# Решите задачи

1

2



Найдите периметр параллелограмма

$MNPК$

Найдите все углы параллелограмма

$MNPК$

# Задача № 376(д)



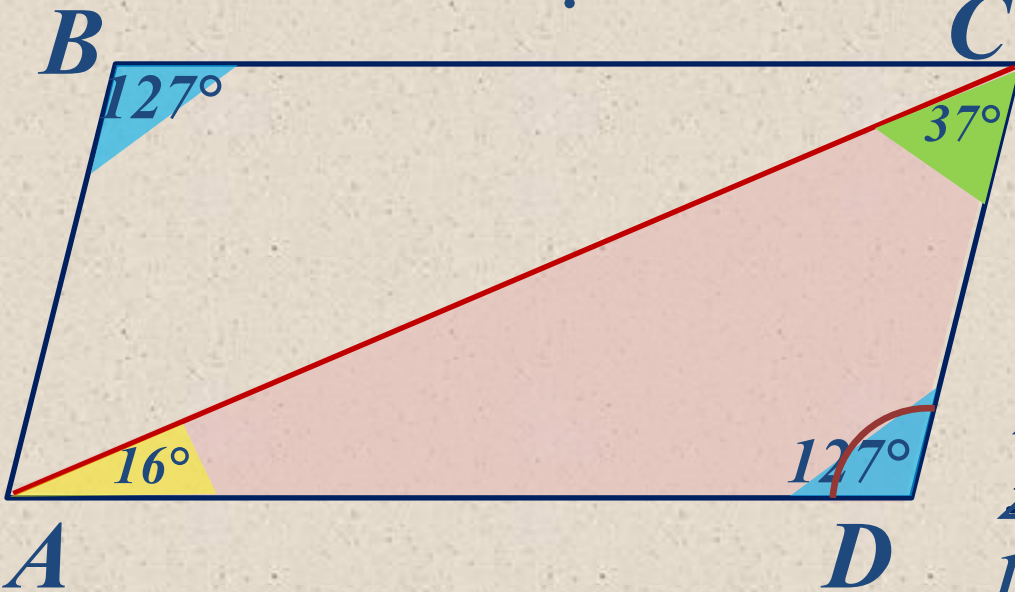
**Дано:**

$ABCD$  – параллелограмм,  
 $\angle CAD = 16^\circ$ ,  $\angle DCA = 37^\circ$

**Найти:**

$\angle A - ?$ ,  $\angle B - ?$ ,  $\angle C - ?$ ,  $\angle D$   
- ?

**Решение**



**Рассмотрим треугольник  $\triangle ACD$ :**

$$\begin{aligned} \angle CAD + \angle DCA + \angle CDA &= 180^\circ \\ 16^\circ + 37^\circ + \angle CDA &= 180^\circ \\ \angle CDA &= 180^\circ - (16^\circ + 37^\circ) = 180^\circ - 53^\circ = 127^\circ \end{aligned}$$

**По свойству параллелограмма:**  $\angle A + \angle B = 180^\circ$   $\angle A + 127^\circ = 180^\circ$   
 $\angle A = 180^\circ - 127^\circ = 53^\circ$   $\angle A = 53^\circ$   $\angle C = 53^\circ$

**Ответ:**  $\angle A = 53^\circ$ ,  $\angle B = 127^\circ$ ,  $\angle C = 53^\circ$ ,  $\angle D = 127^\circ$ .

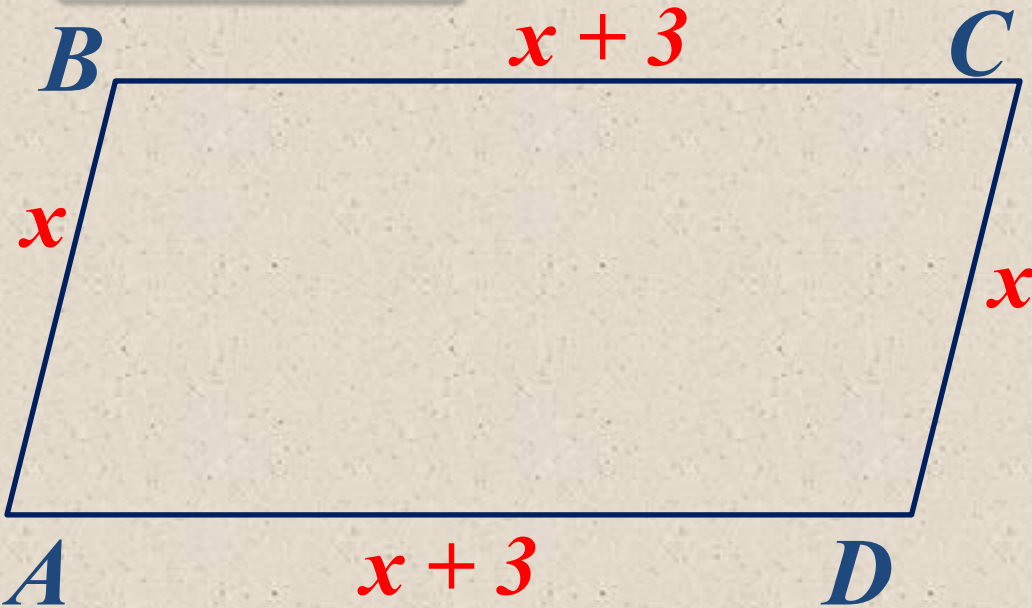
## Задача № 372(б)



**Дано:**  $P_{ABCD} = 48$  см,  $AD = AB + 3$  (см);

**Найти:**  $AB$  - ?,  $BC$  - ?,  $CD$  - ?  $AD$  - ?

**Решение**



Если  $AB = x$  (см), то  
 $AD = x + 3$  (см).

$$P_{ABCD} = 2(AD + AB)$$

$$P_{ABCD} = 2(x + (x + 3))$$

$$48 = 2x + 2x + 6$$

$$4x = 48 - 6$$

$$4x = 42$$

$$x = 42 : 4$$

$$x = 10,5$$

Если  $AB = 10,5$  см, то  $AD = x + 3 = 10,5 + 3 = 13,5$  (см).

$AB = CD = 10,5$  см,  $AD = BC = 13,5$  (см).

**Ответ:**  $AB = CD = 10,5$  см,  $AD = BC = 13,5$  (см).

### Задача № 372(в)



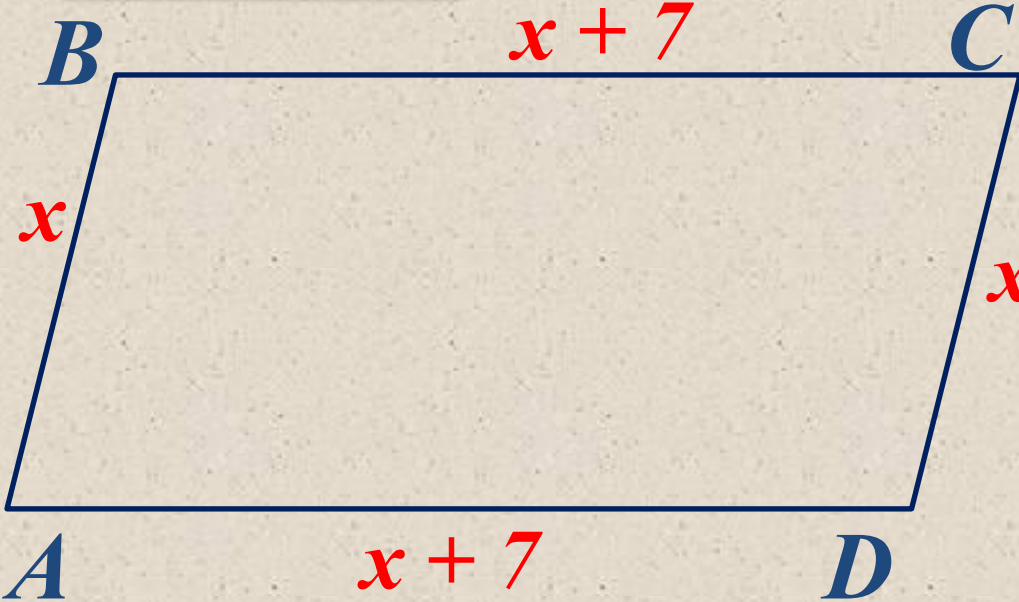
Дано:

$$P_{ABCD} = 48 \text{ см}, AD - AB = 7 \text{ (см)};$$

Найти:

$$AB - ?, BC - ?, CD - ? AD - ?$$

Решение



Если  $AB = x$  (см), то  
 $AD = x + 7$  (см).

$$P_{ABCD} = 2(AD + AB)$$

$$P_{ABCD} = 2(x + (x + 7))$$

$$48 = 2x + 2x + 14$$

$$4x = 48 - 14$$

$$4x = 34$$

$$x = 34 : 4$$

$$x = 8,5$$

Если  $AB = 8,5$  см, то  $AD = x + 7 = 8,5 + 7 = 15,5$  (см).

$AB = CD = 8,5$  см,  $AD = BC = 15,5$  (см).

**Ответ:**  $AB = CD = 8,5$  см,  $AD = BC = 15,5$  (см).



## Задача



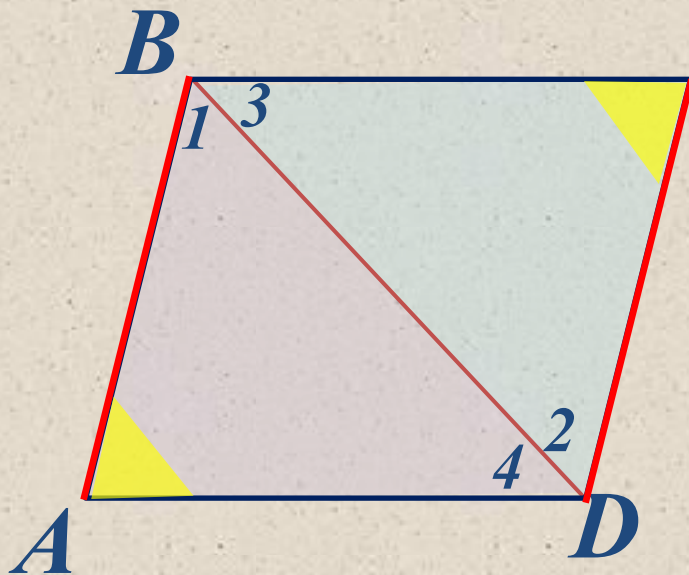
Дано:

$ABCD$  – четырехугольник,  
 $BA \parallel CD$ ,  $\angle A = \angle C$

Доказать:

$ABCD$  – параллелограмм.

**Доказательство**



$BA \parallel CD$  – по условию, следовательно  
 $\angle 1 = \angle 2$  (накрест лежащие)

Так как сумма углов треугольника  $180^\circ$ ,  
то  $\angle 3 = \angle 4$

Рассмотрим треугольники  
 $\triangle ABD$  и  $\triangle BCD$ :

$\triangle ABD = \triangle BCD$  – по стороне и двум прилежащим углам  
( $BD$  – общая,  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$ ). Поэтому  $BA = CD$   
Если  $BA \parallel CD$  и  $BA = CD$ , то по 1 признаку параллелограмма  
четырехугольник  $ABCD$  – параллелограмм, ч. т. д.

## Задача

Дано:

$ABCD$  – параллелограмм,  $P_{ABCD} = 50$  см,  
 $\angle C = 30^\circ$ ,  $BH \perp AD$ ,  $BH = 6,5$  см

Найти:

$AB$  - ?,  $BC$  - ?

Решение



По свойству параллелограмма  
 $\angle C = \angle A = 30^\circ$ .

$\triangle ABH$  – прямоугольный,

$\angle H = 90^\circ$

$\angle A = 30^\circ$ ,

следовательно:  $BH = \frac{1}{2} AB$

т. е.  $AB = 2 \cdot BH = 2 \cdot 6,5 = 13$  (см)

$$P_{ABCD} = 2(AD + AB)$$

$$50 = 2(13 + AD)$$

$$25 = 13 + AD$$

$$AD = 25 - 13$$

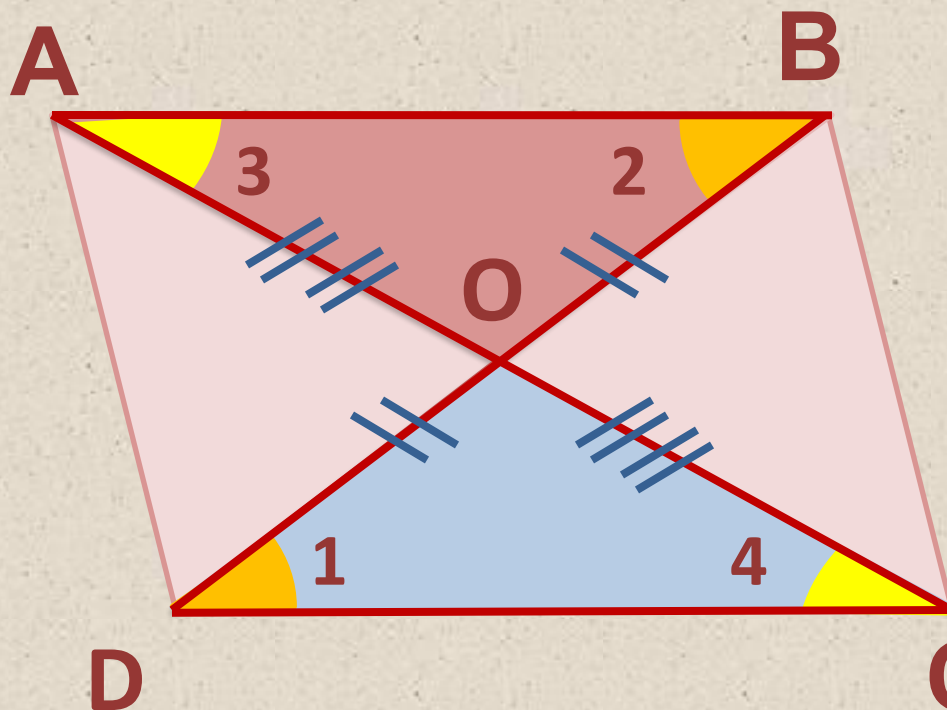
$$AD = 12$$

$$AD = BC = 12 \text{ см}$$

**Ответ:**  $AB = 13$  см,  $BC = 12$  см.



**Свойство 2.** Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.



**Дано:** ABCD - параллелограмм  
**Доказать:**  $BO = OD$ ,  $AO = OC$

**Доказательство:**

рассмотрим  $\triangle AOB$  и  $\triangle COD$

(противоположные стороны параллелограмма)

$AB \parallel CD$ ,  $BD$ ,  $AC$  – секущие  
 $\angle 1 = \angle 2$  и  $\angle 3 = \angle 4$  (как

накрест лежащие углы)

$\Rightarrow \triangle AOB = \triangle COD$  (по 2-му признаку равенства треугольников)

**Следовательно:**  $AO = OC$ ,  $BO = OD$

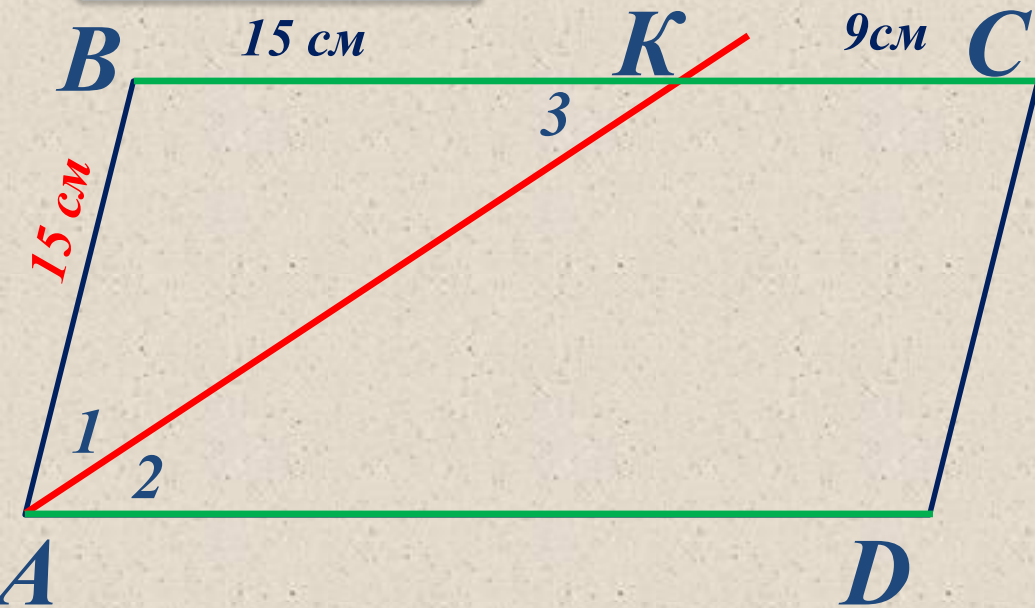
## Задача

Дано:

$ABCD$  – параллелограмм,  $AK$  – биссектриса  $\angle A$   
 $BK = 15$  см,  $KC = 9$  см.

Найти:

$P_{ABCD} = ?$



Решение

$ABCD$  – параллелограмм,  
то  $BC \parallel AD$  и  $\angle 2 = \angle 3$ ,  
(как накрест лежащие)  
 $\angle 1 = \angle 2$  – по свойству  
биссектрисы, то и  $\angle 1 =$   
 $\angle 3$ .

$\triangle ABK$  – равнобедренный, следовательно  $AB = BK = 15$  см

$AB = CD$ , то и  $CD = 15$  см,  $BC = BK + 9 = 15 + 9 = 24$  (см).

$BC = AD = 24$  (см).  $P_{ABCD} = 2(AD + AB) = 2(24 + 15) = 78$  (см).

Ответ: 78 (см).

# *Ответить на вопросы:*

*□ Какая фигура называется **параллелограммом**?*

*□ Докажите, что в параллелограмме противоположные стороны и углы равны.*

*□ Докажите, что в параллелограмме диагонали точкой пересечения делятся пополам.*

*□ Сформулируйте и докажите признаки параллелограмма.*

*Спасибо за внимание!*

# Дом а

№ 371 а), 372 в), 376 в, г):