



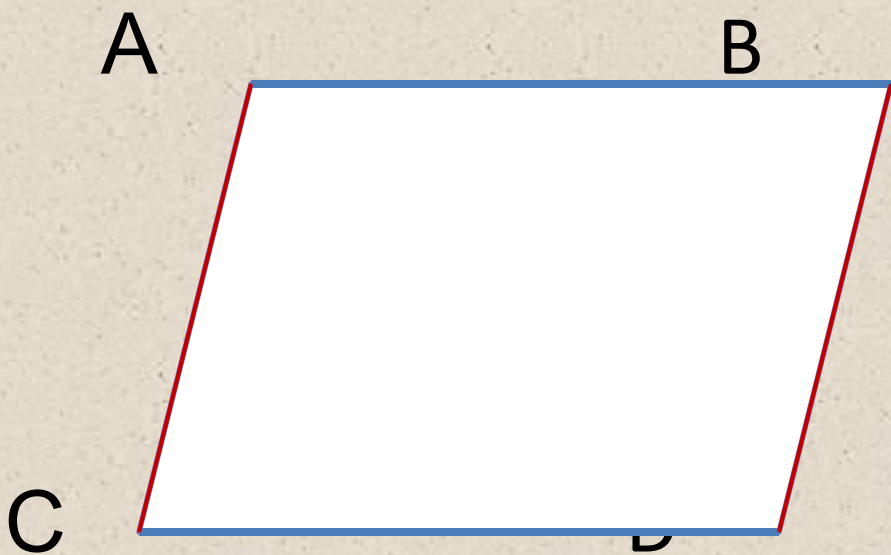
8 класс *Геометрия*



Четырехугольники

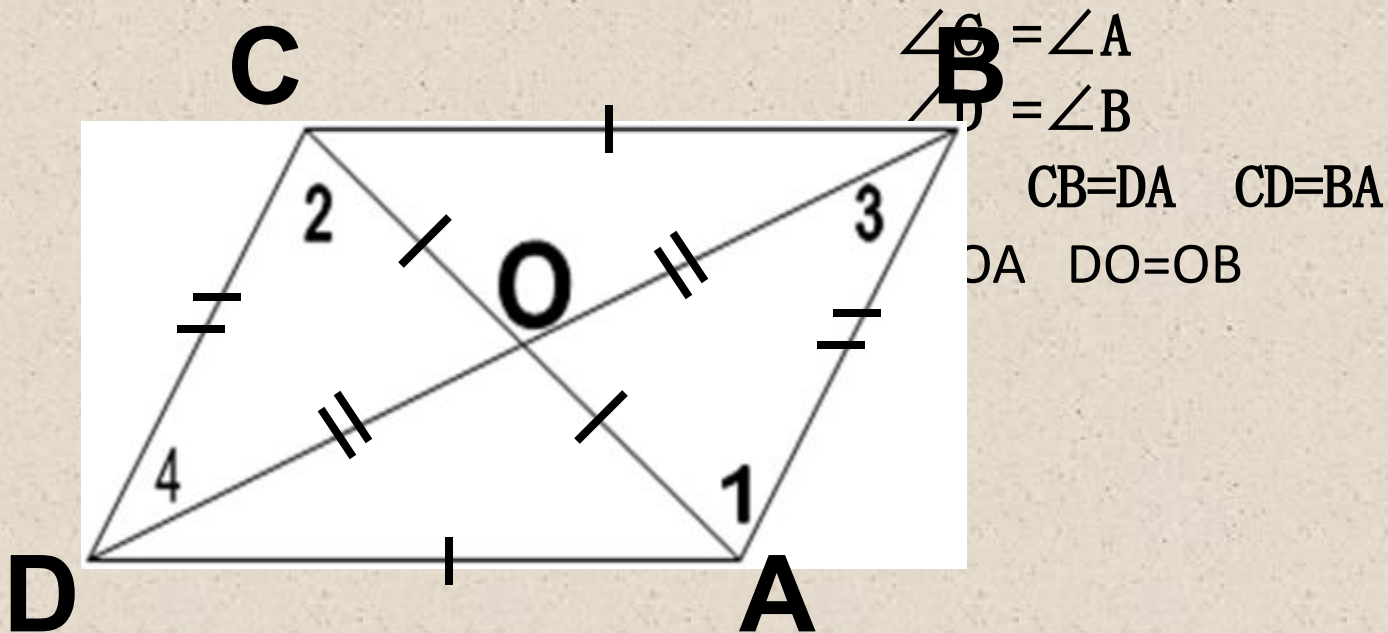
Параллелограмм. Решение задач

Параллелограмм – четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны

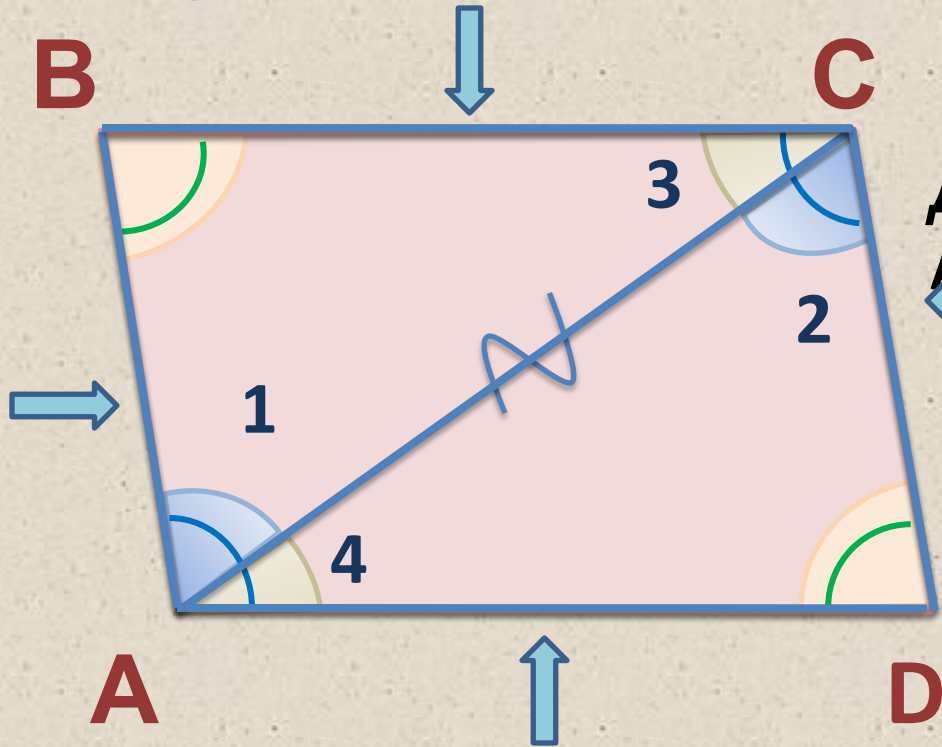


2 свойства параллелограмма:

- Противоположные углы и стороны равны
- Диагонали параллелограмма пересекаются и точкой пересечения делятся пополам



Свойство 1. В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны.



Дано: ABCD - параллелограмм
Доказать: 1) $AB = CD$, $BC = AD$;

2) $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$

Доказательство:
 рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle ADC$,
 AC - общая,

$\angle 1 = \angle 2$ и $\angle 3 = \angle 4$ (как
 накрест лежащие углы)

$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle ADC$ (по 2-му
 признаку равенства
 треугольников)

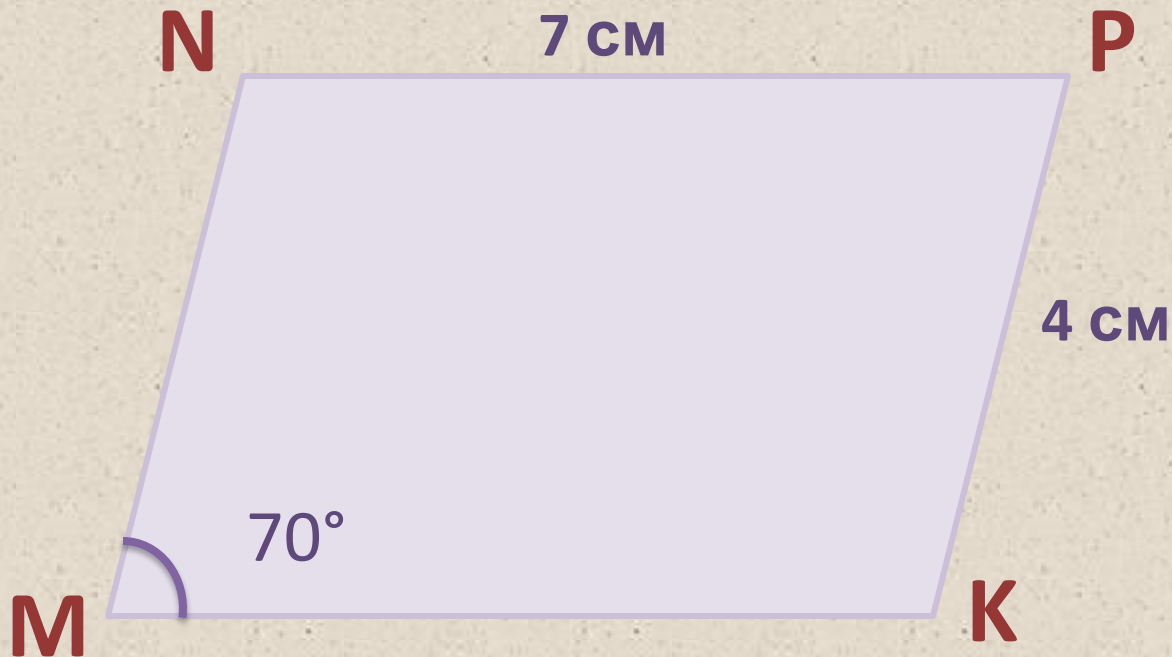
Следовательно: $AB = CD$, $BC =$

AD ; $\angle 1 + \angle 4 = \angle 2 + \angle 3$, т.е. $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$.

Решите задачи

1

2



Найдите периметр параллелограмма

$MNPК$

Найдите все углы параллелограмма

$MNPК$

Задача № 376(д)



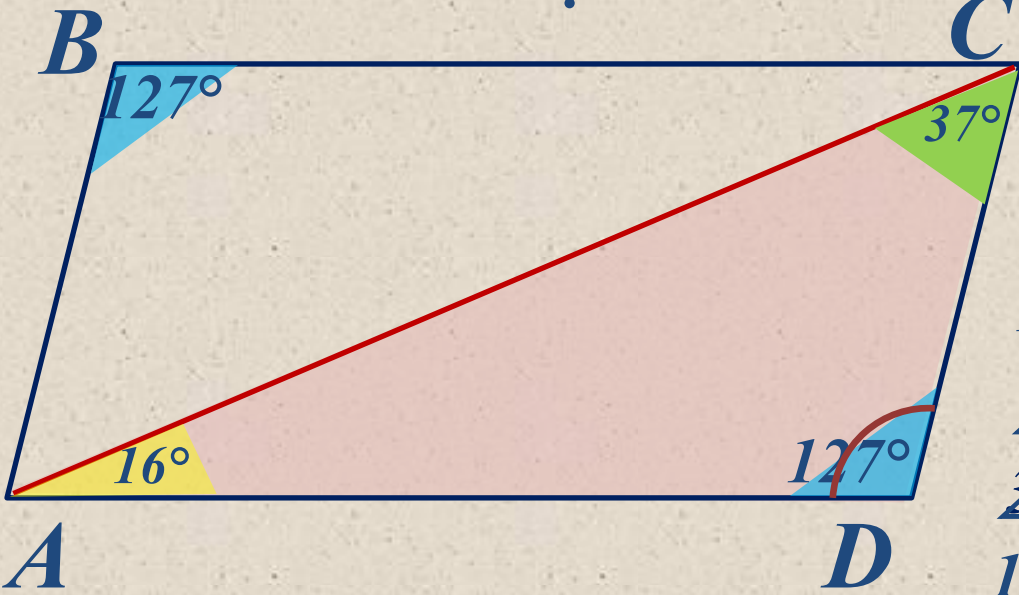
Дано:

$ABCD$ – параллелограмм,
 $\angle CAD = 16^\circ$, $\angle DCA = 37^\circ$

Найти:

$\angle A - ?$, $\angle B - ?$, $\angle C - ?$, $\angle D$
- ?

Решение



Рассмотрим треугольник $\triangle ACD$:

$$\begin{aligned} \angle CAD + \angle DCA + \angle CDA &= 180^\circ \\ 16^\circ + 37^\circ + \angle CDA &= 180^\circ \\ \angle CDA &= 180^\circ - (16^\circ + 37^\circ) = 127^\circ \end{aligned}$$

По свойству параллелограмма: $\angle A + \angle B = 180^\circ$
 $\angle A + 127^\circ = 180^\circ$
 $\angle A = 180^\circ - 127^\circ = 53^\circ$

Ответ: $\angle A = 53^\circ$, $\angle B = 127^\circ$, $\angle C = 53^\circ$, $\angle D = 127^\circ$.

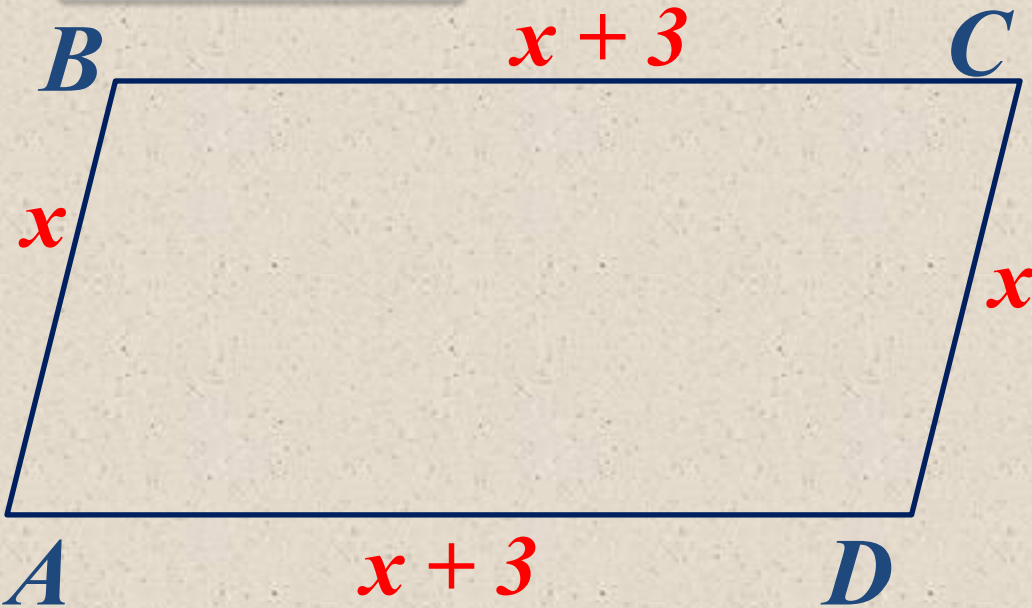
Задача № 372(б)



Дано: $P_{ABCD} = 48$ см, $AD = AB + 3$ (см);

Найти: AB - ?, BC - ?, CD - ? AD - ?

Решение



Если $AB = x$ (см), то
 $AD = x + 3$ (см).

$$P_{ABCD} = 2(AD + AB)$$

$$P_{ABCD} = 2(x + (x + 3))$$

$$48 = 2x + 2x + 6$$

$$4x = 48 - 6$$

$$4x = 42$$

$$x = 42 : 4$$

$$x = 10,5$$

Если $AB = 10,5$ см, то $AD = x + 3 = 10,5 + 3 = 13,5$ (см).

$AB = CD = 10,5$ см, $AD = BC = 13,5$ (см).

Ответ: $AB = CD = 10,5$ см, $AD = BC = 13,5$ (см).

Задача № 372(в)



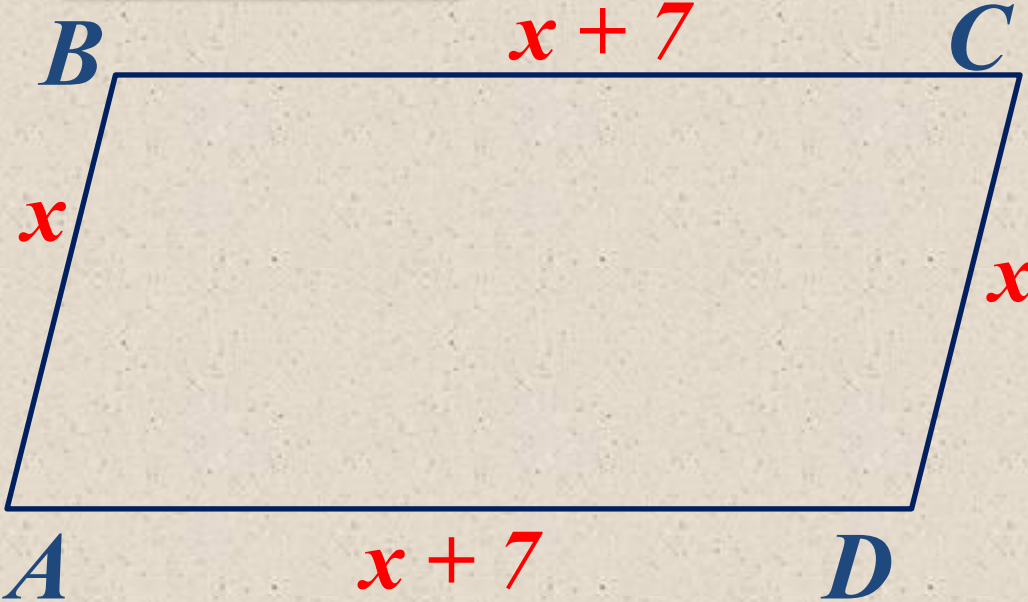
Дано:

$$P_{ABCD} = 48 \text{ см}, AD - AB = 7 \text{ (см)};$$

Найти:

$$AB - ?, BC - ?, CD - ? AD - ?$$

Решение



Если $AB = x$ (см), то
 $AD = x + 7$ (см).

$$P_{ABCD} = 2(AD + AB)$$

$$P_{ABCD} = 2(x + (x + 7))$$

$$48 = 2x + 2x + 14$$

$$4x = 48 - 14$$

$$4x = 34$$

$$x = 34 : 4$$

$$x = 8,5$$

Если $AB = 8,5$ см, то $AD = x + 7 = 8,5 + 7 = 15,5$ (см).

$AB = CD = 8,5$ см, $AD = BC = 15,5$ (см).

Ответ: $AB = CD = 8,5$ см, $AD = BC = 15,5$ (см).

Задача



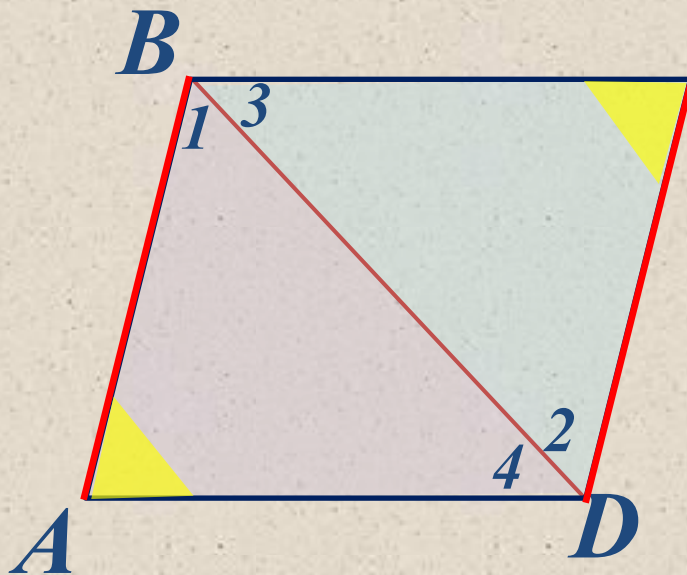
Дано:

$ABCD$ – четырехугольник,
 $BA \parallel CD$, $\angle A = \angle C$

Доказать:

$ABCD$ – параллелограмм.

Доказательство



$BA \parallel CD$ – по условию, следовательно
 $\angle 1 = \angle 2$ (накрест лежащие)

Так как сумма углов треугольника 180° ,
то $\angle 3 = \angle 4$

**Рассмотрим треугольники
 $\triangle ABD$ и $\triangle BCD$:**

$\triangle ABD = \triangle BCD$ – по стороне и двум прилежащим углам
(BD – общая, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$). Поэтому $BA = CD$

Если $BA \parallel CD$ и $BA = CD$, то по 1 признаку параллелограмма
четырехугольник $ABCD$ – параллелограмм, ч. т. д.

Задача

Дано:

$ABCD$ – параллелограмм, $P_{ABCD} = 50$ см,
 $\angle C = 30^\circ$, $BH \perp AD$, $BH = 6,5$ см

Найти:

AB - ?, BC - ?

Решение



По свойству параллелограмма
 $\angle C = \angle A = 30^\circ$.

$\triangle ABH$ – прямоугольный,

$\angle H = 90^\circ$

$\angle A = 30^\circ$,

следовательно: $BH = \frac{1}{2} AB$

т. е. $AB = 2 \cdot BH = 2 \cdot 6,5 = 13$ (см)

$$P_{ABCD} = 2(AD + AB)$$

$$50 = 2(13 + AD)$$

$$25 = 13 + AD$$

$$AD = 25 - 13$$

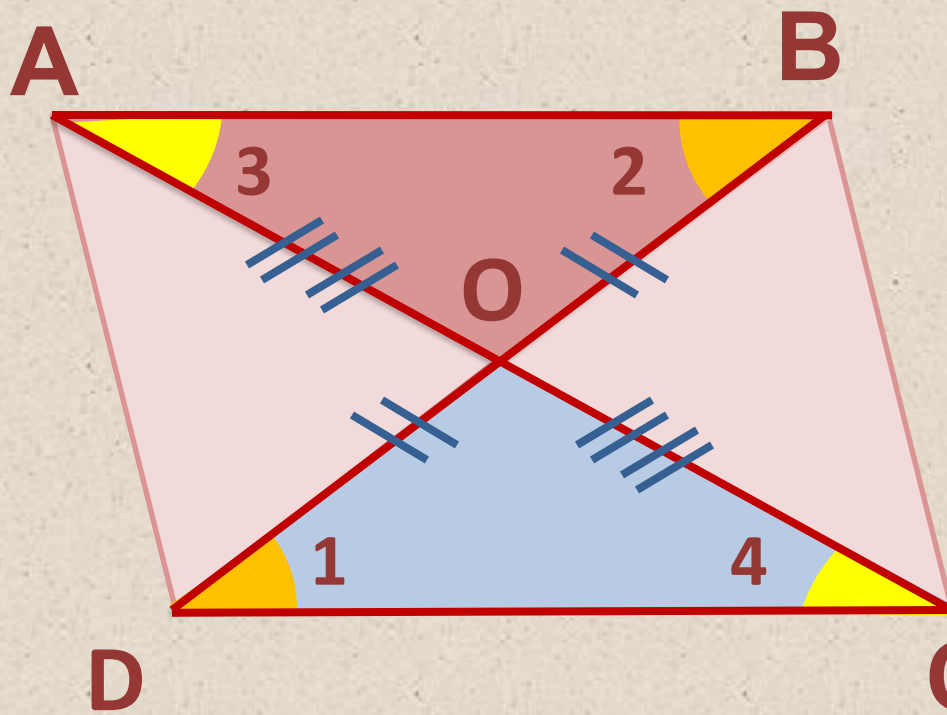
$$AD = 12$$

$$AD = BC = 12 \text{ см}$$

Ответ: $AB = 13$ см, $BC = 12$ см.



Свойство 2. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.



Дано: $ABCD$ -
параллелограмм
Доказать: $BO = OD$, $AO =$

OC
Доказательство:
рассмотрим $\triangle AOB$ и
 $\triangle COD$

(противоположные
стороны
 $AB \parallel CD$, BD, AC – секущие
параллелограмма
 $\angle 1 = \angle 2$ и $\angle 3 = \angle 4$ (как
накрест лежащие углы)

$\Rightarrow \triangle AOB = \triangle COD$ (по 2-му признаку равенства
треугольников)

Следовательно: $AO = OC$, $BO = OD$

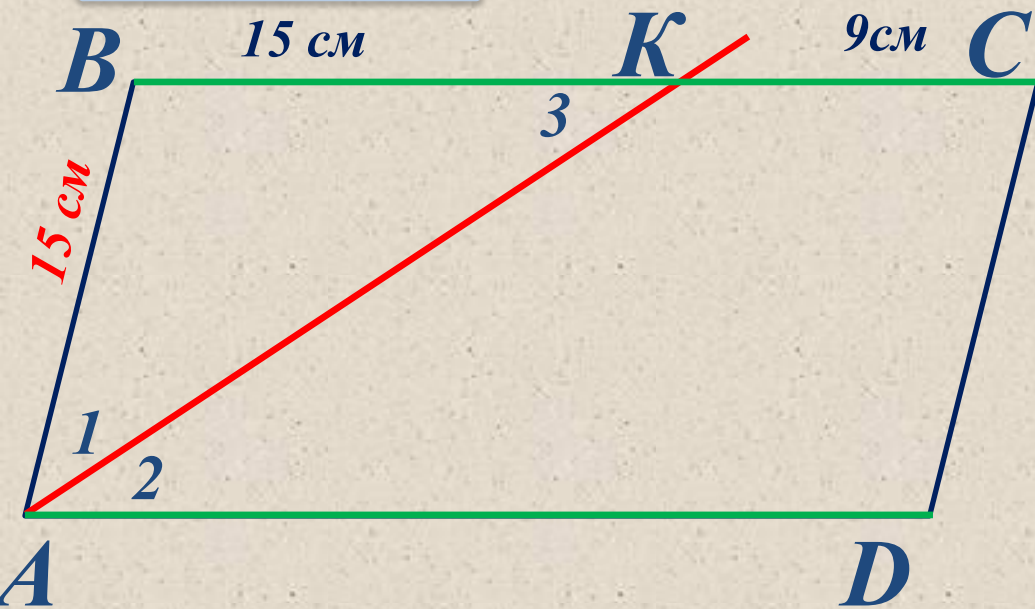
Задача

Дано:

$ABCD$ – параллелограмм, AK – биссектриса $\angle A$
 $BK = 15$ см, $KC = 9$ см.

Найти:

$P_{ABCD} = ?$



Решение

$ABCD$ – параллелограмм,
то $BC \parallel AD$ и $\angle 2 = \angle 3$,
(как накрест лежащие)
 $\angle 1 = \angle 2$ – по свойству
биссектрисы, то и $\angle 1 = \angle 3$.

$\triangle ABK$ – равнобедренный, следовательно $AB = BK = 15$ см

$AB = CD$, то и $CD = 15$ см, $BC = BK + 9 = 15 + 9 = 24$ (см).

$BC = AD = 24$ (см). $P_{ABCD} = 2(AD + AB) = 2(24 + 15) = 78$ (см).

Ответ: 78 (см).

Ответить на вопросы:

*□Какая фигура называется **параллелограммом**?*

□Докажите, что в параллелограмме противоположные стороны и углы равны.

□Докажите, что в параллелограмме диагонали точкой пересечения делятся пополам.

□Сформулируйте и докажите признаки параллелограмма.

Спасибо за внимание!

Дом а

№ 371 а), 372 в), 376 в, г):